

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

O exame consta de 6 exercicios, **todos coa mesma valoración máxima (3,33 puntos)**, dos que pode realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como queira. Se realiza máis exercicios dos permitidos, **só se corrixirán os tres primeiros realizados**.

EXERCICIO 1. Álgebra. Dadas as matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

- a) Calcule as matrices $A^2 - B$ e $A - I$, onde I representa a matriz identidade de orde 3.
- b) Calcule, se é posible, a inversa da matriz $A - I$.
- c) Despexe X na ecuación matricial $X \cdot A + B = A^2 + X$ e calcule o seu valor.

EXERCICIO 2. Álgebra. Unha empresa fabrica teléfonos móbiles coa mesma pantalla en dúas calidades distintas: calidade A, carcasa de plástico e calidade A⁺ carcasa de aluminio. O custo unitario de produción é de 70 € para os teléfonos de calidade A e de 90 € para os de calidade A⁺. Os prezos de venda son de 100 € para os de clase A e de 150 € para os de clase A⁺. Se para fabricar a próxima remesa de móbiles, a empresa dispón dun capital de 30.000 euros e o seu proveedor de compoñentes é capaz de fornecerlle, como máximo, 350 pantallas (que se usan para ambas clases de móbiles) e 310 carcacas de aluminio

- a) Formule o problema que determina o número de móbiles de cada calidade que se deben fabricar para maximizar o beneficio.
- b) Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.
- c) Determine unha solución óptima e ache o valor óptimo da función obxectivo.

EXERCICIO 3. Análise. Nunha zona protexida dun parque natural o número de aves $N(t)$, en centos, en función do tempo t (anos transcorridos desde que se contabilizan as aves) vén dado

$$pola función \quad N(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & \text{se } 0 \leq t \leq 10 \\ 95 - \frac{250}{t} & \text{se } t > 10 \end{cases}$$

- a) Calcule os intervalos de crecemento e decrecemento da función $N(t)$. Entre que anos crece a función? Entre que anos decrece?
- b) Cando se alcanza o número mínimo de aves no parque? Cantas aves hai nese momento?
- c) Calcule o intervalo de tempo no que a poboación de aves se mantén entre 5000 e 7500 aves. A que valor tende a poboación de aves co paso do tempo?

EXERCICIO 4. Análise. Dada a función $f(x) = x^3 - ax^2 + 8x$

- a) Calcule o valor do parámetro " a " tendo en conta que a función $f(x)$ presenta un punto de inflexión en $x = 2$.
- b) Para $a = 6$, calcule a área do recinto limitado pola gráfica da función $f(x)$ e o eixe OX.

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Un estudo revela que 2 de cada 5 habitantes dunha determinada poboación son menores de 30 anos, o 70% dos habitantes realizan exercicio físico con regularidade e o 30% dos habitantes son menores de 30 anos e realizan exercicio físico con regularidade.

- a) Que porcentaxe da poboación nin é menor de 30 anos nin realiza exercicio físico con regularidade?
- b) Cal é a probabilidade de que un habitante que non realiza exercicio físico con regularidade sexa menor de 30 anos?
- c) Son independentes os sucesos ser menor de 30 anos e realizar exercicio físico con regularidade? Xustifique a resposta.

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. Tomamos unha mostra aleatoria de 36 facturas de consumo mensual de luz (en euros) e o intervalo de confianza obtido ao 95% para o consumo mensual medio é $[60.1, 69.9]$. Segundo esta información:

- a) Cal foi o consumo medio mostral de luz? b) Cal é o erro máximo cometido?
- c) Determine un intervalo de confianza ao 90% para o consumo medio de luz.

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

- Calcule las matrices $A^2 - B$ y $A - I$, en donde I representa la matriz identidad de orden 3.
- Calcule, si es posible, la inversa de la matriz $A - I$.
- Despeje X en la ecuación matricial $X \cdot A + B = A^2 + X$ y calcule su valor.

EJERCICIO 2. Álgebra. Una empresa fabrica teléfonos móviles con la misma pantalla en dos calidades distintas: calidad A, carcasa de plástico y calidad A⁺ carcasa de aluminio. El coste unitario de producción es de 70 € para los teléfonos de calidad A y de 90 € para los de calidad A⁺. Los precios de venta son de 100 € para los de clase A y de 150 € para los de clase A⁺. Si para fabricar la próxima remesa de móviles, la empresa dispone de un capital de 30.000 euros y su proveedor de componentes es capaz de suministrarle, como máximo, 350 pantallas (que se usan para ambas clases de móviles) y 310 carcasas de aluminio

- Plantee el problema que determina el número de teléfonos móviles de cada calidad que se deben fabricar para maximizar el beneficio.
- Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
- Determine una solución óptima y halle el valor óptimo de la función objetivo.

EJERCICIO 3. Análisis. En una zona protegida de un parque natural el número de aves $N(t)$, en cientos, en función del tiempo t (años transcurridos desde que se contabilizan las aves) viene

$$\text{dado por la función } N(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & \text{si } 0 \leq t \leq 10 \\ 95 - \frac{250}{t} & \text{si } t > 10 \end{cases}$$

- Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimientos de la función $N(t)$. ¿Entre que años crece la función? ¿Entre que años decrece?
- ¿Cuándo se alcanza el número mínimo de aves en el parque? ¿Cuántas aves hay en ese momento?
- Calcule el intervalo de tiempo en el que la población de aves se mantiene entre 5000 y 7500 aves. ¿A qué valor tiende la población de aves con el paso del tiempo?

EJERCICIO 4. Análisis. Dada la función $f(x) = x^3 - ax^2 + 8x$

- Calcule el valor del parámetro " a " teniendo en cuenta que la función $f(x)$ presenta un punto de inflexión en $x = 2$.
- Para $a = 6$, calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX.

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. Un estudio revela que 2 de cada 5 habitantes de una determinada población son menores de 30 años, el 70% de los habitantes realizan ejercicio físico con regularidad y el 30% de los habitantes son menores de 30 años y realizan ejercicio físico con regularidad.

- ¿Qué porcentaje de la población ni es menor de 30 años ni realiza ejercicio físico con regularidad?
- ¿Cuál es la probabilidad de que un habitante que no realiza ejercicio físico con regularidad sea menor de 30 años?
- ¿Son independientes los sucesos ser menor de 30 años y realizar ejercicio físico con regularidad? Justifique la respuesta.

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. Tomamos una muestra aleatoria de 36 facturas de consumo mensual de luz (en euros) y el intervalo de confianza obtenido al 95% para el consumo mensual medio es $[60.1, 69.9]$. Según esta información:

- ¿Cuál fue el consumo medio muestral de luz? b) ¿Cuál es el error máximo cometido?
- Determine un intervalo de confianza al 90% para el consumo medio de luz

ABAU 2022
CONVOCATORIA ORDINARIA
CRITERIOS DE AVALIACIÓN
MATEMÁTICAS APLICADAS AS CC SOCIAIS II
(Cód. 40)

Só puntúan tres das seis preguntas.

1. Álgebra.

- a) 1 punto
- b) 1 punto
- c) 1,33 puntos

2. Álgebra.

- a) 1 punto
- b) 1,5 puntos
- c) 0,83 puntos

3. Análise.

- a) 1,75 puntos
- b) 0,5 puntos
- c) 1,08 puntos

4. Análise.

- a) 1,33 puntos
- b) 2 puntos

5. Estatística e Probabilidade.

- a) 1,33 puntos
- b) 1 punto
- c) 1 punto

6. Estatística e Probabilidade.

- a) 0,75 puntos
- b) 0,75 puntos
- c) 1,83 puntos

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

O exame consta de 6 exercicios, **todos coa mesma valoración máxima (3,33 puntos)**, dos que pode realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como queira. Se realiza máis exercicios dos permitidos, **só se corruxirán os tres primeiros realizados**.

EXERCICIO 1. Álgebra. Dadas as matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

- a) Calcule as matrices $A^2 - B$ e $A - I$, onde I representa a matriz identidade de orde 3.
- b) Calcule, se é posible, a inversa da matriz $A - I$.
- c) Despeixe X na ecuación matricial $X \cdot A + B = A^2 + X$ e calcule o seu valor.

EXERCICIO 2. Álgebra. Unha empresa fabrica teléfonos móbiles coa mesma pantalla en dúas calidades distintas: calidade A, carcasa de plástico e calidade A⁺ carcasa de aluminio. O custo unitario de produción é de 70 € para os teléfonos de calidade A e de 90 € para os de calidade A⁺. Os prezos de venda son de 100 € para os de clase A e de 150 € para os de clase A⁺. Se para fabricar a próxima remesa de móbiles, a empresa dispón dun capital de 30.000 euros e o seu proveedor de compoñentes é capaz de fornecerlle, como máximo, 350 pantallas (que se usan para ambas clases de móbiles) e 310 carcasas de aluminio

- a) Formule o problema que determina o número de móbiles de cada calidade que se deben fabricar para maximizar o beneficio.
- b) Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.
- c) Determine unha solución óptima e ache o valor óptimo da función obxectivo.

EXERCICIO 3. Análise. Nunha zona protexida dun parque natural o número de aves $N(t)$, en centos, en función do tempo t (anos transcorridos desde que se contabilizan as aves) ven dado

$$pola función \quad N(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & \text{se } 0 \leq t \leq 10 \\ 95 - \frac{250}{t} & \text{se } t > 10 \end{cases}$$

- a) Calcule os intervalos de crecemento e decrecemento da función $N(t)$. Entre que anos crece a función? Entre que anos decrece?
- b) Cando se alcanza o número mínimo de aves no parque? Cantas aves hai nese momento?
- c) Calcule o intervalo de tempo no que a poboación de aves se mantén entre 5000 e 7500 aves. A que valor tende a poboación de aves co paso do tempo?

EXERCICIO 4. Análise. Dada a función $f(x) = x^3 - ax^2 + 8x$

- a) Calcule o valor do parámetro "a" tendo en conta que a función $f(x)$ presenta un punto de inflexión en $x = 2$.
- b) Para $a = 6$, calcule a área do recinto limitado pola gráfica da función $f(x)$ e o eixe OX.

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Un estudo revela que 2 de cada 5 habitantes dunha determinada poboación son menores de 30 anos, o 70% dos habitantes realizan exercicio físico con regularidade e o 30% dos habitantes son menores de 30 anos e realizan exercicio físico con regularidade.

- a) ¿Que porcentaxe da poboación nin é menor de 30 anos nin realiza exercicio físico con regularidade?
- b) ¿Cal é a probabilidade de que un habitante que non realiza exercicio físico con regularidade sexa menor de 30 anos?
- c) ¿Son independentes os sucesos ser menor de 30 anos e realizar exercicio físico con regularidade? Xustifique a resposta.

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. Tomamos unha mostra aleatoria de 36 facturas de consumo mensual de luz (en euros) e o intervalo de confianza obtido ao 95% para o consumo mensual medio é [60.1, 69.9]. Segundo esta información:

- a) Cal foi o consumo medio mostral de luz? b) Cal é o erro máximo cometido?
- c) Determine un intervalo de confianza ao 90% para o consumo medio de luz.

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

El examen consta de 6 ejercicios, **todos con la misma valoración máxima (3,33 puntos)**, de los que puede realizar un **MÁXIMO DE 3** combinados como quiera. Si realiza más ejercicios de los permitidos, **sólo se corregirán los tres primeros realizados**.

EJERCICIO 1. Álgebra. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

- a) Calcule las matrices $A^2 - B$ y $A - I$, en donde I representa la matriz identidad de orden 3.
- b) Calcule, si es posible, la inversa de la matriz $A - I$.
- c) Despeje X en la ecuación matricial $X \cdot A + B = A^2 + X$ y calcule su valor.

EJERCICIO 2. Álgebra. Una empresa fabrica teléfonos móviles con la misma pantalla en dos calidades distintas: calidad A, carcasa de plástico y calidad A⁺ carcasa de aluminio. El coste unitario de producción es de 70 € para los teléfonos de calidad A y de 90 € para los de calidad A⁺. Los precios de venta son de 100 € para los de clase A y de 150 € para los de clase A⁺. Si para fabricar la próxima remesa de móviles, la empresa dispone de un capital de 30.000 euros y su proveedor de componentes es capaz de suministrarle, como máximo, 350 pantallas (que se usan para ambas clases de móviles) y 310 carcasas de aluminio

- a) Plantee el problema que determina el número de teléfonos móviles de cada calidad que se deben fabricar para maximizar el beneficio.
- b) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices.
- c) Determine una solución óptima y halle el valor óptimo de la función objetivo.

EJERCICIO 3. Análisis. En una zona protegida de un parque natural el número de aves $N(t)$, en cientos, en función del tiempo t (años transcurridos desde que se contabilizan las aves) viene

$$\text{dado por la función } N(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & \text{si } 0 \leq t \leq 10 \\ 95 - \frac{250}{t} & \text{si } t > 10 \end{cases}$$

- a) Calcule los intervalos de crecimiento y decrecimientos de la función $N(t)$. ¿Entre que años crece la función? ¿Entre que años decrece?
- b) ¿Cuándo se alcanza el número mínimo de aves en el parque? ¿Cuántas aves hay en ese momento?
- c) Calcule el intervalo de tiempo en el que la población de aves se mantiene entre 5000 y 7500 aves. ¿A qué valor tiende la población de aves con el paso del tiempo?

EJERCICIO 4. Análisis. Dada la función $f(x) = x^3 - ax^2 + 8x$

- a) Calcule el valor del parámetro " a " teniendo en cuenta que la función $f(x)$ presenta un punto de inflexión en $x = 2$.
- b) Para $a = 6$, calcule el área del recinto limitado por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX.

EJERCICIO 5. Estadística y Probabilidad. Un estudio revela que 2 de cada 5 habitantes de una determinada población son menores de 30 años, el 70% de los habitantes realizan ejercicio físico con regularidad y el 30% de los habitantes son menores de 30 años y realizan ejercicio físico con regularidad.

- a) ¿Qué porcentaje de la población ni es menor de 30 años ni realiza ejercicio físico con regularidad?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un habitante que no realiza ejercicio físico con regularidad sea menor de 30 años?
- c) ¿Son independientes los sucesos ser menor de 30 años y realizar ejercicio físico con regularidad? Justifique la respuesta.

EJERCICIO 6. Estadística y Probabilidad. Tomamos una muestra aleatoria de 36 facturas de consumo mensual de luz (en euros) y el intervalo de confianza obtenido al 95% para el consumo mensual medio es [60.1, 69.9]. Según esta información:

- a) ¿Cuál fue el consumo medio muestral de luz? b) ¿Cuál es el error máximo cometido?
- c) Determine un intervalo de confianza al 90% para el consumo medio de luz

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

Criterios de Evaluación

Só puntúan as tres primeiras preguntas respondidas

1. Álgebra.

- a) 1 punto
- b) 1 punto
- c) 1,33 puntos

2. Álgebra.

- a) 1 punto
- b) 1,5 puntos
- c) 0,83 puntos

3. Análise.

- a) 1,75 puntos
- b) 0,5 puntos
- c) 1,08 puntos

4. Análise.

- a) 1,33 puntos
- b) 2 puntos

5. Estatística e Probabilidade.

- a) 1,33 puntos
- b) 1 punto
- c) 1 punto

6. Estatística e Probabilidade.

- a) 0,75 puntos
- b) 0,75 puntos
- c) 1,83 puntos

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 1. Álgebra. Dadas as matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

a) Calcule as matrices $A^2 - B$ e $A - I$, onde I representa a matriz identidade de orde 3.

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad A^2 - B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ -3 & 3 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

$$A - I = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Calcule, se é posible, a inversa da matriz $A - I$.

$$\det(A - I) = 1 \Rightarrow \text{existe } (A - I)^{-1}$$

$$(A - I)^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow (A - I)^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

c) Despexe X na ecuación matricial $X \cdot A + B = A^2 + X$ e calcule o seu valor.

$$X \cdot A - X = A^2 - B \Rightarrow X \cdot (A - I) = (A^2 - B)$$

$$X = (A^2 - B) \cdot (A - I)^{-1}$$

$$X = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 4 & -2 & -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 2. Álgebra.

a) Formule o problema que determina o número de móbiles de cada calidade que se deben fabricar para maximizar o beneficio.

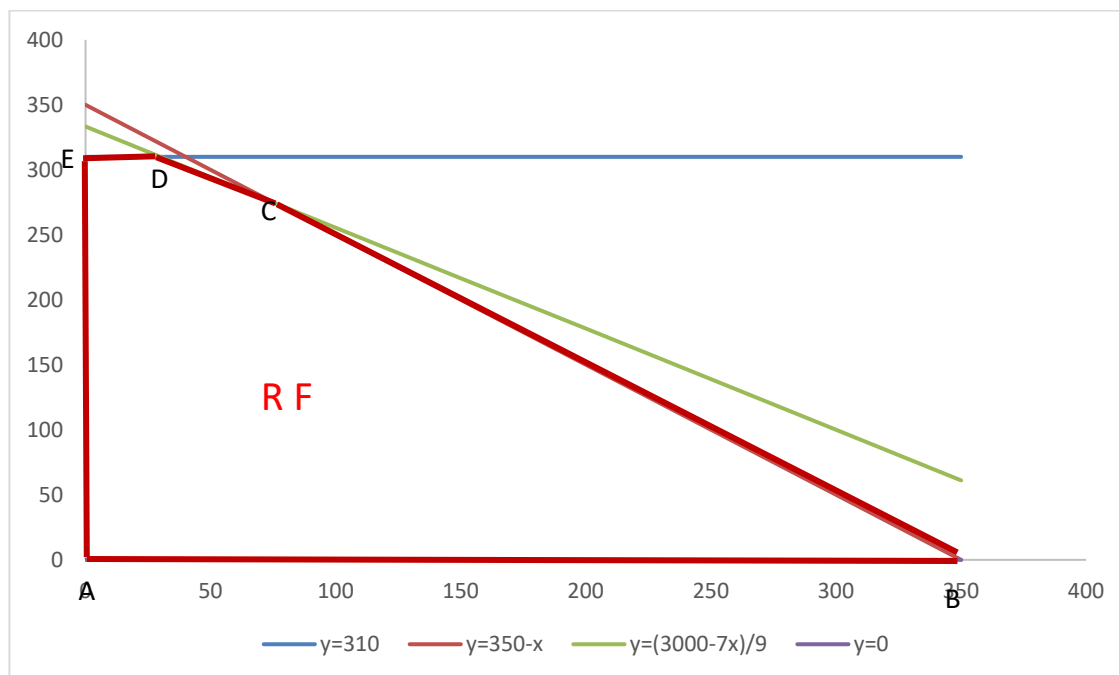
x : nº de teléfonos calidade A ; y : nº de teléfonos calidade A⁺

a) Función obxectivo $\text{Max } f(x, y) = (100-70)x + (150-90)y = 30x + 60y$

s.a restricións:

$$\left. \begin{array}{l} 70x + 90y \leq 30000 \\ x + y \leq 350 \\ y \leq 310 \\ x, y \geq 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 7x + 9y \leq 3000 \\ x + y \leq 350 \\ y \leq 310 \\ x, y \geq 0 \end{array}$$

b) Represente graficamente a rexión factible e calcule os seus vértices.



Vértices: A(0,0) ; B(350,0); C(75, 275); D(30,310); E (0,310)

c) Determine unha solución óptima e ache o valor óptimo da función obxectivo.

$f(A)=f(0,0)=0$; $f(B)=f(350,0)=10.500$; $f(C)=f(75,275)=18.750$; $f(D)=f(30,310)=19.500$; $f(E)=f(0,310)=18.600$

Para maximizar o beneficio deben fabricarse 30 teléfonos A e 310 teléfonos A⁺, obtendo un total de 19500€ de beneficios.

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 3. Análise.

$$N(t) = \begin{cases} t^2 - 8t + 50 & \text{se } 0 \leq t \leq 10 \\ 95 - \frac{250}{t} & \text{se } t > 10 \end{cases}$$

- a) Calcule os intervalos de crecemento e decrecemento da función $N(t)$. Entre que anos crece a función? Entre que anos decrece?

En (0,10):

$$N'(t) = 2t - 8 \rightarrow N'(t) = 0 \rightarrow t = 4, \text{ punto crítico}$$

En (0,4) $N'(t) < 0 \Rightarrow N$ decrecente

En (4,10) $N'(t) > 0 \Rightarrow N$ crecente

$$t_0 = 4 \text{ Mínimo relativo} \rightarrow N(4) = 34$$

En (10, +∞):

$$N'(t) = 250/t^2 \rightarrow N'(t) = 0 \text{ non ten solución}$$

En (10, +∞) $N'(t) > 0 \Rightarrow N$ crecente

$$N(10) = 70, N(10^+) = 70$$

O número de aves decrece desde o inicio ata transcorridos 4 anos e a partir de ese momento crece

- b) Cando se alcanza o número mínimo de aves no parque? Cantas aves hai nese momento?

$$N(0) = 50$$

O número mínimo de aves alcánzase transcorridos 4 anos, sendo 3.400 aves

- c) Calcule o intervalo de tempo no que a poboación de aves se mantén entre 5000 e 7500 aves. A que valor tende a poboación de aves co paso do tempo?

$$\begin{cases} \text{En } (0,10) & t^2 - 8t + 50 \geq 50 \rightarrow t^2 - 8t \geq 0 \quad (t = 0, t \geq 8) \\ \text{En } (10, +\infty) & 95 - \frac{250}{t} \leq 75 \rightarrow (t \leq 12,5) \end{cases}$$

O intervalo de tempo no que a poboación de aves se mantén entre 5000 e 7500 aves vai desde transcorridos 8 anos ata transcorridos 12 e medio

$$\lim_{t \rightarrow \infty} N(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(95 - \frac{250}{t} \right) = 95, \text{ co paso do tempo o número de aves tende a 9.500}$$

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 4. Análise. Dada a función $f(x) = x^3 - ax^2 + 8x$

a) Calcule o valor do parámetro "a" tendo en conta que a función $f(x)$ presenta un punto de inflexión en $x = 2$.

$$f''(2)=0$$

$$f'(x)=3x^2 - 2ax + 8$$

$$f''(x)=6x-2a \rightarrow f''(2)=12-2a=0 \Rightarrow a=6$$

b) Para $a = 6$, calcule a área do recinto limitado pola gráfica da función $f(x)$ e o eixe OX.

$$f(x)=x^3 - 6x^2 + 8x$$

$$f(x)=0 \rightarrow x^3 - 6x^2 + 8x = 0$$

$$x=0$$

$$x=2$$

$$x=4$$

Puntos de corte co eixe OX: $x=0$, $x=2$, $x=4$

$$\text{Area} = \left| \int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 8x) dx \right| + \left| \int_2^4 (x^3 - 6x^2 + 8x) dx \right|$$

$$\left| \int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 8x) dx \right| = \left| x^4/4 - 2x^3 + 4x^2 \right|_0^2 = |4-0|=4$$

$$\left| \int_2^4 (x^3 - 6x^2 + 8x) dx \right| = \left| x^4/4 - 2x^3 + 4x^2 \right|_2^4 = |0-4|=4$$

$$\text{Area} = 4+4= 8 \text{ u}^2$$

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 5. Estatística e Probabilidade. Un estudo revela que 2 de cada 5 habitantes dunha determinada poboación son menores de 30 anos, o 70% dos habitantes realizan exercicio físico con regularidade e o 30% dos habitantes son menores de 30 anos e realizan exercicio físico con regularidade.

- a) ¿Que porcentaxe da poboación nin é menor de 30 anos nin realiza exercicio físico con regularidade?
b) ¿Cal é a probabilidade de que un habitante que non realiza exercicio físico con regularidade sexa menor de 30 anos?
c) ¿Son independentes os sucesos ser menor de 30 anos e realizar exercicio físico con regularidade? Xustifique a resposta.

Sexan os sucesos

M ="ser menor de 30 anos"; F ="realizar exercicio físico con regularidade"

Datos: $P(M)=0,4$; $P(F)=0,7$; $P(M \cap F)=0,3$

- a) ¿Que porcentaxe da poboación nin é menor de 30 anos nin realiza exercicio físico con regularidade?

Calculamos $P(\bar{M} \cap \bar{F}) = 1 - P(M \cup F) = 1 - (P(M) + P(F) - P(M \cap F)) = 1 - (0,4 + 0,7 - 0,3) = 1 - 0,8 = 0,2$

O 20% da poboación nin é menor de 30 anos nin realiza exercicio físico con regularidade

- b) ¿Cal é a probabilidade de que un habitante que non realiza exercicio físico con regularidade sexa menor de 30 anos?

$$P(M|\bar{F}) = \frac{P(M \cap \bar{F})}{P(\bar{F})} = \frac{P(M) - P(M \cap F)}{1 - P(F)} = \frac{0,4 - 0,3}{1 - 0,7} = \frac{1}{3}$$

A probabilidade de que un habitante que non realiza exercicio físico con regularidade sexa menor de 30 anos é $1/3$

- c) ¿Son independentes os sucesos ser menor de 30 anos e realizar exercicio físico con regularidade? Xustifique a resposta.

Os sucesos M e F son independentes se se verifica que

$$P(M \cap F) = P(M) \cdot P(F) \text{ ou se } P(M|F) = P(M) \text{ ou se } P(M|\bar{F}) = P(M)$$

Como $P(M \cap F) = 0,3$ e $P(M) \cdot P(F) = 0,4 \cdot 0,7 = 0,28$

Os sucesos ser menor de 30 anos e realizar exercicio físico con regularidade **non son independentes**

Tamén podemos resolver o exercicio a través de unha táboa:

	F	$\bar{F}$	
M	30	10	40
$\bar{M}$	40	20	60
	70	30	100

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

EXERCICIO 6. Estatística e Probabilidade. Tomamos unha mostra aleatoria de 36 facturas de consumo mensual de luz (en euros) e o intervalo de confianza obtido ao 95% para o consumo mensual medio é [60.1, 69.9]. Segundo esta información:

- a)** Cal foi o consumo medio mostral de luz? **b)** Cal é o erro máximo cometido?
c) Determine un intervalo de confianza ao 90% para o consumo medio de luz.

X =consumo mensual de luz (€)

$n=36$

I.C para μ = consumo mensual medio: $(60,1 ; 69,9)_{95\%} = (\hat{\mu} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = (\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})_{1-\alpha}$

a) $\hat{\mu} = \bar{x} = \frac{L_1 + L_2}{2} = \frac{60,1 + 69,9}{2} = 65 \text{ € consumo medio mostral de luz}$

b) $e = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = L_2 - \hat{\mu} = \frac{L_2 - L_1}{2}$

$e = L_2 - \hat{\mu} = 69,9 - 65 = 4,9 \text{ € erro máximo cometido}$

- Para determinar σ calculamos $z_{\alpha/2}$,

$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$

Como $\hat{\mu} + z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 69,9 = 65 + 1,96 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{36}} \Rightarrow \sigma = 15$

- c) Intervalo de confianza para μ ao 90%**

Intervalo de confianza $(\hat{\mu} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}})$

$1 - \alpha = 0,90 \Rightarrow \alpha = 0,10 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,05 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,645$

Intervalo de confianza $(65 \pm 1,645 \cdot \frac{15}{\sqrt{36}}) = (60,8875; 69,1125)_{90\%}$

Ao 90% de confianza, o consumo medio de luz estará comprendido entre 60,8875 e 69,1125 euros