



Proves d'accés a la universitat

Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales

Serie 5

Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2,5 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.

1. Una empresa de paquetería tiene unas tarifas de envío de paquetes que dependen del peso de cada paquete, aunque no de forma lineal. Se quiere enviar un paquete a una distancia aproximada de 650 km. La información que ofrece la empresa en su web sobre los precios para enviar un paquete a esta distancia es la siguiente:
 - si un paquete pesa hasta 2 kg, el envío tiene un coste fijo de 30 €;
 - si un paquete pesa más de 2 kg pero menos de 11 kg, los primeros 2 kg cuestan 15 €/kg y el resto de kilogramos se pagan a 12 €/kg;
 - si un paquete pesa entre 11 y 25 kg, ambos incluidos, los primeros 11 kg cuestan 13 €/kg y el resto cuestan 15 €/kg;
 - a partir de 25 kg, hay que ponerse en contacto con la empresa.
 - a) ¿Cuánto costará enviar un paquete de 9,5 kg? ¿Y uno de 13 kg? Encuentre la función definida a trozos que da el precio del envío de un paquete de hasta 25 kg en función de su peso y estudie su continuidad. [1,75 puntos]
 - b) Si se han pagado 162 € por un envío, ¿cuánto pesaba el paquete que se ha enviado? [0,75 puntos]
2. El nuevo modelo de maletas Rodamons dispone de tres tamaños diferentes: pequeño, mediano y grande. El precio de la maleta grande es el mismo que el de la maleta pequeña y la mediana juntas. El lote de una maleta de cada tamaño cuesta 240 €, pero si se compra el lote de dos maletas pequeñas, una mediana y una grande, se obtiene un 10 % de descuento del total y el precio final es de 256,5 €. ¿Cuál es el precio de cada tipo de maleta sin descuento? [2,5 puntos]
3. Una empresa de alquiler de vehículos dispone de una flota de 250 vehículos. Si el precio del alquiler diario de un vehículo es de 50 €, consigue alquilarlos todos. Se ha observado que la relación entre el precio del alquiler de los vehículos y el número de vehículos que se alquilan es lineal, de forma que por cada euro que se incrementa el precio diario del alquiler se alquilan dos vehículos menos. Cada vehículo alquilado genera un coste diario de 1 € de mantenimiento.
 - a) Si se denomina x al número de euros que se incrementa el precio del alquiler, escriba la función que determina los beneficios obtenidos en función de x . [1 punto]
 - b) ¿A qué precio hay que alquilar los vehículos para conseguir el máximo de beneficios? ¿Cuál es este beneficio máximo? [1,5 puntos]

4. Laia, una aficionada a la artesanía elaborada con madera, montó un pequeño negocio hace un par de meses. En su taller, elabora tres tipos de productos con madera reciclada, que luego pone a la venta: nombres personalizados, palabras decorativas y peonzas. Durante el primer mes, Laia tuvo tres clientes: el primero adquirió 2 nombres personalizados y 3 peonzas; el segundo adquirió 1 nombre personalizado, 2 palabras decorativas y 5 peonzas, y el tercero solo compró 4 peonzas.

- a) Construya la matriz 3×3 correspondiente a las ventas, en la que las filas representen a los clientes (C1, C2 y C3) y las columnas representen los productos que adquirieron. Si durante el primer mes Laia vendió los nombres personalizados (N) a 20 € cada uno, las palabras decorativas (P) a 18 € cada una y las peonzas (B) a 6 € cada una, calcule cuánto facturó a cada cliente por su pedido mediante un producto de matrices. [1,5 puntos]
- b) Para incentivar las ventas, en el segundo mes Laia aplicó un descuento al precio de venta de todos los productos. Durante este mes, también tuvo tres clientes y obtuvo la siguiente matriz de ventas:

$$\begin{array}{ccc} & N & P & B \\ \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} & \begin{matrix} C1 \\ C2 \\ C3 \end{matrix} \end{array}$$

Si durante el segundo mes Laia facturó 78 € al primer cliente, 52 € al segundo cliente y 62 € al tercer cliente, ¿a qué precio vendió cada producto? [1 punto]

5. En una cafetería, al mediodía, ofrecen la posibilidad de escoger entre el menú del día (opción A1) o un plato combinado (opción A2). Algunos clientes también toman café (opción B1) y otros no (opción B2). Si se selecciona a un cliente de la cafetería al azar, la probabilidad de que escoja el menú del día es de 0,6 y la probabilidad de que escoja un plato combinado es de 0,4. Por otro lado, la probabilidad de que tome café si escoge el menú del día es de 0,75, mientras que la probabilidad de que tome café si escoge un plato combinado es de 0,5.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el cliente tome café? [1,25 puntos]
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya escogido el menú del día si se sabe que ha tomado café? [1,25 puntos]

6. Se quiere saber el tiempo medio, en minutos, que el alumnado de un instituto pasa diariamente conectado a una determinada red social. Se ha seleccionado una muestra de 175 estudiantes y se les ha pedido que proporcionen este dato. En esta muestra se ha obtenido una media de 90 minutos, con una desviación típica de 7 minutos.

Nota: Para resolver este problema, recuerde que, si Z sigue una distribución normal $(0, 1)$, $P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95$ y $P(-2,58 \leq Z \leq 2,58) = 0,99$. Recuerde también que el intervalo de confianza para la media con un nivel de confianza $\gamma \in (0,1)$ cuando la variancia

σ^2 es desconocida y la muestra es grande viene dado por $\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$.

- a) Construya un intervalo de confianza del 95 % para el tiempo medio que el alumnado pasa diariamente conectado a esta red social. [1 punto]
- b) Construya un intervalo de confianza del 99 % para el tiempo medio que el alumnado pasa diariamente conectado a esta red social. Explique por qué este intervalo y el del apartado anterior son diferentes y qué información nos da exactamente cada uno de ellos. [1,5 puntos]

SOLUCIONES

- 1.** Una empresa de paquetería tiene unas tarifas de envío de paquetes que dependen del peso de cada paquete, aunque no de forma lineal. Se quiere enviar un paquete a una distancia aproximada de 650 km. La información que ofrece la empresa en su web sobre los precios para enviar un paquete a esta distancia es la siguiente:
- si un paquete pesa hasta 2 kg, el envío tiene un coste fijo de 30 €;
 - si un paquete pesa más de 2 kg pero menos de 11 kg, los primeros 2 kg cuestan 15 €/kg y el resto de kilogramos se pagan a 12 €/kg;
 - si un paquete pesa entre 11 y 25 kg, ambos incluidos, los primeros 11 kg cuestan 13 €/kg y el resto cuestan 15 €/kg;
 - a partir de 25 kg, hay que ponerse en contacto con la empresa.
- a)** ¿Cuánto costará enviar un paquete de 9,5 kg? ¿Y uno de 13 kg? Encuentre la función definida a trozos que da el precio del envío de un paquete de hasta 25 kg en función de su peso y estudie su continuidad. [1,75 puntos]
- b)** Si se han pagado 162 € por un envío, ¿cuánto pesaba el paquete que se ha enviado? [0,75 puntos]

- a) Como 9.5 kg está entre 2 y 11 kg la tarifa es: los primeros 2 kg cuestan 15 €/kg y el resto de kilogramos se pagan a 12 €/kg $\rightarrow 2 \cdot 15 + (9.5 - 2) \cdot 12 = 30 + 90 = 120$ euros.
- Como 13 kg está entre 11 y 25 kg la tarifa es: los primeros 11 kg cuestan 13 €/kg y el resto cuestan 15 €/kg $\rightarrow 11 \cdot 13 + (13 - 11) \cdot 15 = 143 + 30 = 173$ euros.
- La función definida a trozos que da el precio del envío de un paquete de hasta 25 kg en función de su peso (x) la llamamos $P(x)$.

$$P(x) = \begin{cases} 30 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 30 + (x - 2)12 & \text{si } 2 < x < 11 \\ 143 + (x - 11)15 & \text{si } 11 \leq x \leq 25 \end{cases}$$

Simplificamos las expresiones.

$$P(x) = \begin{cases} 30 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 30 + 12x - 24 & \text{si } 2 < x < 11 \\ 143 + 15x - 165 & \text{si } 11 \leq x \leq 25 \end{cases} \Rightarrow P(x) = \begin{cases} 30 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 6 + 12x & \text{si } 2 < x < 11 \\ 15x - 22 & \text{si } 11 \leq x \leq 25 \end{cases}$$

Las expresiones son continuas en $[0, 2)$, $(2, 11)$ y en $(11, 25]$. Estudiamos la continuidad de la función en $x = 2$ y en $x = 11$.

En $x = 2$ tenemos:

- Existe $P(2) = 30$.
- Existe $\lim_{x \rightarrow 2^-} P(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} 30 = 30$.
- Existe $\lim_{x \rightarrow 2^+} P(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} 6 + 12x = 6 + 12 \cdot 2 = 30$.

Como los tres valores son iguales la función es continua en $x = 2$.

En $x = 11$ tenemos:

- Existe $P(11) = -22 + 15 \cdot 11 = 143$.
- Existe $\lim_{x \rightarrow 11^-} P(x) = \lim_{x \rightarrow 11^-} 6 + 12x = 6 + 12 \cdot 11 = 138$.
- Existe $\lim_{x \rightarrow 11^+} P(x) = \lim_{x \rightarrow 11^+} -22 + 15x = 143$.

Los tres valores no son iguales y la función no es continua en $x = 11$.

La función es continua en $[0, 11) \cup (11, 25]$.

b) Averiguamos el valor de x para qué $P(x) = 162$.

$$P(x) = 162 \Rightarrow \begin{cases} 30 = 162 \rightarrow \text{¡Imposible!} \\ 6 + 12x = 162 \Rightarrow 12x = 156 \rightarrow x = \frac{156}{12} = 13 \notin (2, 11) \\ 15x - 22 = 162 \rightarrow 15x = 184 \rightarrow x = \frac{184}{15} \approx 12.267 \in [11, 25] \end{cases}$$

El paquete tiene un peso aproximado de 12.267 kilogramos.

2. El nuevo modelo de maletas Rodamons dispone de tres tamaños diferentes: pequeño, mediano y grande. El precio de la maleta grande es el mismo que el de la maleta pequeña y la mediana juntas. El lote de una maleta de cada tamaño cuesta 240 €, pero si se compra el lote de dos maletas pequeñas, una mediana y una grande, se obtiene un 10 % de descuento del total y el precio final es de 256,5 €. ¿Cuál es el precio de cada tipo de maleta sin descuento? [2,5 puntos]

Llamamos “x” al precio de la maleta grande, “y” al precio de la maleta mediana y “z” al precio de la maleta pequeña.

A partir de la información del ejercicio obtenemos las ecuaciones del sistema.

“El precio de la maleta grande es el mismo que el de la maleta pequeña y la mediana juntas” $\rightarrow x = y + z$.

“El lote de una maleta de cada tamaño cuesta 240 €” $\rightarrow x + y + z = 240$.

“El lote de dos maletas pequeñas, una mediana y una grande, se obtiene un 10 % de descuento del total (se paga el 90%) y el precio final es de 256,5 €” $\rightarrow$

$$0.90 \cdot (2z + y + x) = 256.5$$

Reunimos las ecuaciones en un sistema e intentamos resolverlo.

$$\left. \begin{array}{l} x = y + z \\ x + y + z = 240 \\ 0.9 \cdot (2z + y + x) = 256.5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = y + z \\ x + y + z = 240 \\ 2z + y + x = \frac{256.5}{0.9} = 285 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} y + z + y + z = 240 \\ 2z + y + y + z = 285 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2y + 2z = 240 \\ 2y + 3z = 285 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y + z = 120 \rightarrow y = 120 - z \\ 2y + 3z = 285 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2(120 - z) + 3z = 285 \Rightarrow 240 - 2z + 3z = 285 \Rightarrow \boxed{z = 45} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y = 120 - 45 = 75} \Rightarrow \boxed{x = 75 + 45 = 120}$$

La maleta grande cuesta 120 euros, la mediana 75 euros y la pequeña 45 euros.

- 3.** Una empresa de alquiler de vehículos dispone de una flota de 250 vehículos. Si el precio del alquiler diario de un vehículo es de 50 €, consigue alquilarlos todos. Se ha observado que la relación entre el precio del alquiler de los vehículos y el número de vehículos que se alquilan es lineal, de forma que por cada euro que se incrementa el precio diario del alquiler se alquilan dos vehículos menos. Cada vehículo alquilado genera un coste diario de 1 € de mantenimiento.
- a)** Si se denomina x al número de euros que se incrementa el precio del alquiler, escriba la función que determina los beneficios obtenidos en función de x . [1 punto]
- b)** ¿A qué precio hay que alquilar los vehículos para conseguir el máximo de beneficios? ¿Cuál es este beneficio máximo? [1,5 puntos]

- a) Si el precio del alquiler es de 50 € se alquilan los 250 vehículos. Calculamos los ingresos $I(x)$.

$$x = 0 \Rightarrow I(0) = (250 - 2 \cdot 0) \cdot (50 + 0)$$

Si subimos el precio 1 €, es decir, $x = 1$ se alquilan 2 vehículos menos $(250 - 2)$.

$$x = 1 \Rightarrow I(1) = (250 - 2 \cdot 1) \cdot (50 + 1)$$

Si subimos el precio 2 €, es decir, $x = 2$ se alquilan $2 \cdot 2 = 4$ vehículos menos $(250 - 2 \cdot 2)$.

$$x = 2 \Rightarrow I(2) = (250 - 2 \cdot 2) \cdot (50 + 2)$$

Si subimos el precio 3 €, es decir, $x = 3$ se alquilan $2 \cdot 3 = 6$ vehículos menos $(250 - 2 \cdot 3)$.

$$x = 3 \Rightarrow I(3) = (250 - 2 \cdot 3) \cdot (50 + 3)$$

Si subimos el precio x € se alquilan $2x$ vehículos menos $(250 - 2x)$. Podemos deducir que si subimos el precio x € los ingresos serán $I(x) = (250 - 2x)(50 + x)$.

Por otro lado, tenemos los gastos de mantenimiento de 1 € por cada vehículo alquilado.

Si subimos el precio x € se alquilan $2x$ vehículos menos $(250 - 2x)$ por lo que el coste será $C(x) = 250 - 2x$.

Obtenemos la expresión de los beneficios como la diferencia entre los ingresos y los costes.

$$B(x) = I(x) - C(x) = (250 - 2x)(50 + x) - (250 - 2x) =$$

$$= 12500 + 250x - 100x - 2x^2 - 250 + 2x = -2x^2 + 152x + 12250$$

La función beneficios dependiente de la subida de x € del precio del alquiler es

$$B(x) = -2x^2 + 152x + 12250.$$

- b) Derivamos la función beneficio y averiguamos cuando se anula la derivada.

$$B(x) = -2x^2 + 152x + 12250 \Rightarrow B'(x) = -4x + 152$$

$$B'(x) = 0 \Rightarrow -4x + 152 = 0 \Rightarrow 4x = 152 \Rightarrow x = \frac{152}{4} = 38$$

Sustituimos este valor en la segunda derivada.

$$B'(x) = -4x + 152 \Rightarrow B''(x) = -4 \Rightarrow B''(38) = -4 < 0$$

Al ser la segunda derivada negativa la función beneficios presenta un máximo para $x = 38$.

Para este valor los beneficios son $B(38) = -2 \cdot 38^2 + 152 \cdot 38 + 12250 = 15138$.

Los beneficios son máximos para un precio del alquiler de $50 + 38 = 88$ €. Este beneficio máximo es de 15 138 €.

4. Laia, una aficionada a la artesanía elaborada con madera, montó un pequeño negocio hace un par de meses. En su taller, elabora tres tipos de productos con madera reciclada, que luego pone a la venta: nombres personalizados, palabras decorativas y peonzas. Durante el primer mes, Laia tuvo tres clientes: el primero adquirió 2 nombres personalizados y 3 peonzas; el segundo adquirió 1 nombre personalizado, 2 palabras decorativas y 5 peonzas, y el tercero solo compró 4 peonzas.

a) Construya la matriz 3×3 correspondiente a las ventas, en la que las filas representen a los clientes (C1, C2 y C3) y las columnas representen los productos que adquirieron. Si durante el primer mes Laia vendió los nombres personalizados (N) a 20 € cada uno, las palabras decorativas (P) a 18 € cada una y las peonzas (B) a 6 € cada una, calcule cuánto facturó a cada cliente por su pedido mediante un producto de matrices. [1,5 puntos]

b) Para incentivar las ventas, en el segundo mes Laia aplicó un descuento al precio de venta de todos los productos. Durante este mes, también tuvo tres clientes y obtuvo la siguiente matriz de ventas:

$$\begin{array}{ccc} N & P & B \\ \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} & & \begin{matrix} C1 \\ C2 \\ C3 \end{matrix} \end{array}$$

Si durante el segundo mes Laia facturó 78 € al primer cliente, 52 € al segundo cliente y 62 € al tercer cliente, ¿a qué precio vendió cada producto? [1 punto]

a) Colocamos la información proporcionada en una tabla.

	Nombres personalizados	Palabras decorativas	Peonzas
Cliente 1 (C1)	2	0	3
Cliente 2 (C2)	1	2	5
Cliente 3 (C3)	0	0	4

$$\begin{array}{ccc} N & P & B \\ \text{La matriz de ventas sería } \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} & & \begin{matrix} C1 \\ C2 \\ C3 \end{matrix} \end{array}$$

$$\text{Colocamos los precios en una matriz columna } \begin{pmatrix} 20 \\ 18 \\ 6 \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \text{Nombres} \\ \rightarrow \text{Palabras} \\ \rightarrow \text{Peonzas} \end{matrix}$$

Realizamos el producto de la matriz de ventas y la matriz de precios para obtener lo que le ha facturado a cada cliente.

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 1 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 20 \\ 18 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 20 + 3 \cdot 6 \\ 24 \cdot 20 + 36 + 30 \\ 24 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 58 \\ 86 \\ 24 \end{pmatrix} \begin{matrix} C1 \\ C2 \\ C3 \end{matrix}$$

Le facturó al primer cliente 58 €, 86 € al segundo y 24 € al tercero.

b) La nueva matriz de ventas es
$$\begin{matrix} & N & P & B \\ \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} & \begin{matrix} C1 \\ C2 \\ C3 \end{matrix} \end{matrix}$$
. Con los nuevos precios rebajados la nueva

matriz de precios es
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \begin{matrix} \text{Nombres} \\ \text{Palabras} \\ \text{Peonzas} \end{matrix}$$

Planteamos la igualdad con la nueva información de ventas.

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 78 \\ 52 \\ 62 \end{pmatrix} \begin{matrix} C1 \\ C2 \\ C3 \end{matrix}$$

Nos queda un sistema de ecuaciones con matriz ampliada
$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 78 \\ 2 & 0 & 4 & 52 \\ 1 & 2 & 3 & 62 \end{pmatrix}$$
. Usamos el

método de Gauss para resolver el sistema.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 78 \\ 2 & 0 & 4 & 52 \\ 1 & 2 & 3 & 62 \end{pmatrix} &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3 \cdot \text{Fila } 3^a - \text{Fila } 1^a \\ 3 \quad 6 \quad 9 \quad 186 \\ -3 \quad -1 \quad -2 \quad -78 \\ \hline 0 \quad 5 \quad 7 \quad 108 \rightarrow \text{Nueva Fila } 3^a \end{array} \right\} \\ \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot \text{Fila } 3^a - \text{Fila } 2^a \\ 2 \quad 4 \quad 6 \quad 124 \\ -2 \quad 0 \quad -4 \quad -52 \\ \hline 0 \quad 4 \quad 2 \quad 72 \rightarrow \text{Nueva Fila } 2^a \end{array} \right\} &\Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 78 \\ 0 & 4 & 2 & 72 \\ 0 & 5 & 7 & 108 \end{pmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 4 \cdot \text{Fila } 3^a - 5 \cdot \text{Fila } 2^a \\ 0 \quad 20 \quad 28 \quad 432 \\ 0 \quad -20 \quad -10 \quad -360 \\ \hline 0 \quad 0 \quad 18 \quad 72 \rightarrow \text{Nueva Fila } 3^a \end{array} \right\} &\Rightarrow \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 78 \\ 0 & 4 & 2 & 72 \\ 0 & 0 & 18 & 72 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Resolvemos el sistema equivalente obtenido.

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 78 \\ 0 & 4 & 2 & 72 \\ 0 & 0 & 18 & 72 \end{pmatrix} &\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3x + y + 2z = 78 \\ 4y + 2z = 72 \\ 18z = 72 \rightarrow \boxed{z = 72/18 = 4} \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3x + y + 2 \cdot 4 = 78 \\ 2y + 4 = 36 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 3x + y = 70 \\ 2y = 32 \rightarrow \boxed{y = 32/2 = 16} \end{array} \right\} &\Rightarrow 3x + 16 = 70 \Rightarrow 3x = 54 \Rightarrow \boxed{x = \frac{54}{3} = 18} \end{aligned}$$

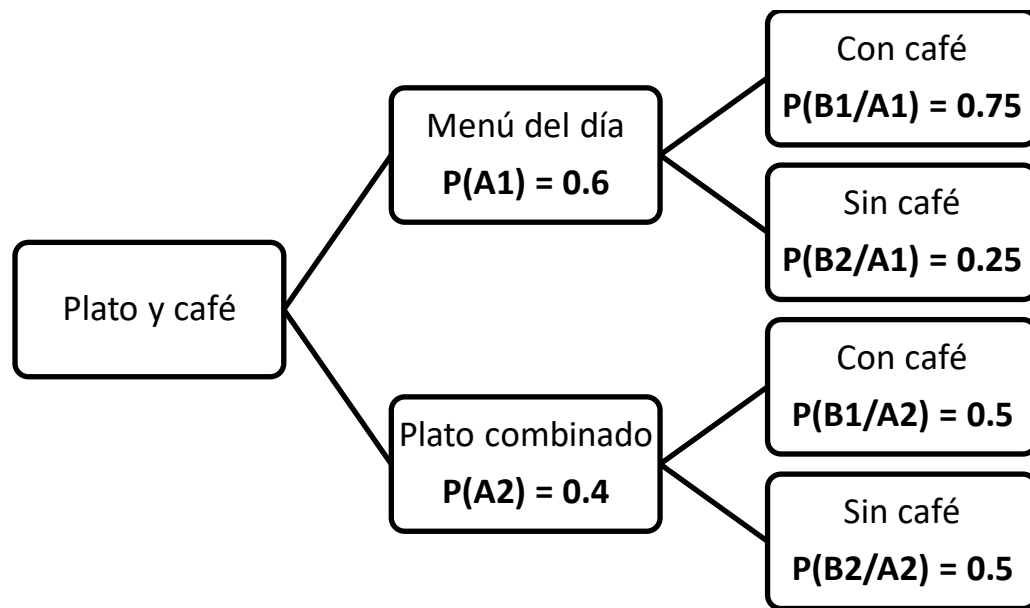
Los nuevos precios son 18 € los nombres personalizados, 16 € las palabras decorativas y 4 € la peonza.

5. En una cafetería, al mediodía, ofrecen la posibilidad de escoger entre el menú del día (opción A1) o un plato combinado (opción A2). Algunos clientes también toman café (opción B1) y otros no (opción B2). Si se selecciona a un cliente de la cafetería al azar, la probabilidad de que escoja el menú del día es de 0,6 y la probabilidad de que escoja un plato combinado es de 0,4. Por otro lado, la probabilidad de que tome café si escoge el menú del día es de 0,75, mientras que la probabilidad de que tome café si escoge un plato combinado es de 0,5.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el cliente tome café? [1,25 puntos]

b) ¿Cuál es la probabilidad de que haya escogido el menú del día si se sabe que ha tomado café? [1,25 puntos]

Realizamos un diagrama de árbol para organizar toda la información proporcionada en el ejercicio.



a) Nos piden calcular $P(B1)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(B1) = P(A1)P(B1/A1) + P(A2)P(B1/A2) = 0.6 \cdot 0.75 + 0.4 \cdot 0.5 = \boxed{0.65}$$

b) Nos piden calcular $P(A1/B1)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(A1/B1) = \frac{P(A1 \cap B1)}{P(B1)} = \frac{P(A1)P(B1/A1)}{P(B1)} = \frac{0.6 \cdot 0.75}{0.65} = \frac{9}{13} \approx 0.6923$$

La probabilidad de haya escogido el menú del día si se sabe que ha tomado café tiene un valor aproximado de 0.6923.

- 6.** Se quiere saber el tiempo medio, en minutos, que el alumnado de un instituto pasa diariamente conectado a una determinada red social. Se ha seleccionado una muestra de 175 estudiantes y se les ha pedido que proporcionen este dato. En esta muestra se ha obtenido una media de 90 minutos, con una desviación típica de 7 minutos.

Nota: Para resolver este problema, recuerde que, si Z sigue una distribución normal $(0, 1)$, $P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95$ y $P(-2,58 \leq Z \leq 2,58) = 0,99$. Recuerde también que el intervalo de confianza para la media con un nivel de confianza $\gamma \in (0,1)$ cuando la variancia

σ^2 es desconocida y la muestra es grande viene dado por $\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$.

- a)** Construya un intervalo de confianza del 95 % para el tiempo medio que el alumnado pasa diariamente conectado a esta red social. [1 punto]
b) Construya un intervalo de confianza del 99 % para el tiempo medio que el alumnado pasa diariamente conectado a esta red social. Explique por qué este intervalo y el del apartado anterior son diferentes y qué información nos da exactamente cada uno de ellos. [1,5 puntos]

- a) La muestra es de tamaño $n = 175$. La media muestral es $\bar{x} = 90$ minutos. La desviación típica en la muestra es $s = 7$ minutos.

Para un nivel de confianza del 95% tenemos que $\gamma = 0.95$ y como

$$P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95 \text{ el valor de } z_\gamma = 1.96.$$

Podemos aplicar la fórmula $\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$.

$$\text{El intervalo de confianza es } \left[90 - 1.96 \frac{7}{\sqrt{175}}, 90 + 1.96 \frac{7}{\sqrt{175}} \right] = [88.9629, 91.0371]$$

- b) Para un nivel de confianza del 99% tenemos que $\gamma = 0.99$ y como

$$P(-2,58 \leq Z \leq 2,58) = 0,99 \text{ el valor de } z_\gamma = 2.58.$$

Podemos aplicar la fórmula $\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$.

$$\text{El intervalo de confianza es } \left[90 - 2.58 \frac{7}{\sqrt{175}}, 90 + 2.58 \frac{7}{\sqrt{175}} \right] = [88.6348, 91.3652]$$

Ambos intervalos son diferentes porque los niveles de confianza son diferentes. Como es natural, en el segundo caso que el nivel de confianza es mayor, el intervalo que obtenemos es también mayor. Tenemos una mayor confianza en que el valor real de la media estará entre los dos valores obtenidos pero el intervalo es mayor.