



Proves d'accés a la universitat

Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales

Serie 1

Responda a CUATRO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2,5 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Puede utilizar las páginas en blanco (páginas 14 y 15) para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a alguna cuestión si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página de la cuestión correspondiente.

1. Dos compañías de taxi, A y B, ofrecen distintas tarifas. La compañía A ofrece un coste fijo de 20 € más 0,4 € por kilómetro recorrido, mientras que el precio de la compañía B sigue la función $g(x) = 0.01x^2 + 0.1x + 10$, en la que x representa el número de kilómetros recorridos.
 - a) ¿Cuál de las dos compañías ofrece la tarifa más económica si se hace un recorrido de 10 km? ¿Y si se hace de 80 km? Calcule la diferencia de precio en cada caso. ¿Hay algún coste fijo en la tarifa de la compañía B solo por subirse al taxi? [1 punto]
 - b) Determine para qué número de kilómetros recorridos las dos tarifas coinciden. Si se consideran solo los trayectos inferiores a esta cantidad, ¿para qué número de kilómetros la diferencia de precio entre una tarifa y la otra es máxima? ¿Cuál es esta diferencia máxima de precio? [1,5 puntos]
2. Una empresa de muebles dispone de tres fábricas que producen un determinado modelo de sofá. El mes pasado se fabricaron un total de 1.260 unidades de este modelo y se sabe que la segunda fábrica produjo tantos sofás como las otras dos juntas.
 - a) Con esta información, ¿se puede determinar cuántos sofás produjo cada una de las fábricas? Justifique la respuesta. A continuación, calcule, solo con esta información, cuántos sofás produjo la segunda fábrica. [1,25 puntos]
 - b) Se sabe también que un 10 % de los sofás producidos por la primera fábrica, un 30 % de los producidos por la segunda y un 20 % de los producidos por la tercera eran de color gris, y que en total se fabricaron 284 sofás de este color. Encuentre cuántos sofás produjo cada fábrica el mes pasado. [1,25 puntos]
3. Una campesina contrata a un conductor para que lleve un tractor hasta un pueblo que se encuentra a 300 km de distancia. Sabemos que el gasóleo que usa el tractor cuesta 1,96 € por litro y que el conductor cobra 14,70 € la hora. Se supone que el conductor hará todo el trayecto a una velocidad constante y que el consumo de gasóleo (en litros por hora), en función de la velocidad x (en kilómetros por hora), viene dado por la función $G(x) = 5 + \frac{x^2}{98}$.

- a) Calcule el tiempo que el conductor tardará en realizar el viaje y el coste total del viaje si el tractor hace todo el recorrido a 40 km/h (la velocidad máxima permitida para este tipo de vehículo). Compruebe que la función que da el coste total del viaje en función de la velocidad del tractor se puede expresar como $C(x) = \frac{7350}{x} + 6x$. [1,25 puntos]
- b) Calcule cuál es la velocidad que hace que el coste total del viaje sea mínimo. ¿Cuál es este coste? [1,25 puntos]
4. Se considera que una matriz es mágica si la suma de los elementos de cada fila y de cada columna tiene como resultado en todos los casos el mismo valor, que se denomina *constante mágica*. Martí ha encontrado una forma de crear matrices mágicas eligiendo tres números cualesquiera y multiplicándolos por las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- Martí propone a sus amigos que cada uno construya su matriz mágica particular a partir del día de su cumpleaños, del mes de su cumpleaños y de su edad.
- a) Sabiendo que Martí nació el 10 de marzo y que tiene 18 años, calcule $10 \cdot A + 3 \cdot B + 18 \cdot C$. Compruebe que la matriz resultante es mágica e indique cuál es su constante mágica (el valor común de la suma de las filas y las columnas). [1,25 puntos]
- b) Martí ha calculado la matriz mágica de su padre, que celebra su cumpleaños el 8 de septiembre, y ha obtenido que su constante mágica es 153. ¿Qué edad tiene el padre de Martí? [1,25 puntos]
5. Guiu y Roc son unos grandes aficionados al cine y ven muchas películas de la plataforma a la que están suscritos. Les gusta tanto que, si se elige una película de la plataforma al azar, la probabilidad de que Guiu la haya visto es de 0,5, la probabilidad de que Roc la haya visto es de 0,6 y la probabilidad de que ambos la hayan visto es de 0,25.
- a) Si se elige una película al azar, calcule la probabilidad de que al menos uno de los dos la haya visto. Calcule también la probabilidad de que la haya visto Roc pero no Guiu. [1,5 puntos]
- b) Si se escoge una película al azar, calcule la probabilidad de que Guiu la haya visto si se sabe que al menos uno de los dos la ha visto. [1 punto]
6. Se quiere saber el porcentaje de personas que estarían a favor de la construcción de un polideportivo municipal en una población determinada. Se toma una muestra aleatoria de 350 personas, 218 de las cuales se manifiestan a favor de la propuesta y el resto, en contra.
- a) Dé la estimación puntual de la proporción y del porcentaje de personas que están a favor de la construcción del polideportivo. [1 punto]
- b) Escriba un intervalo de confianza del 95 % para el porcentaje de personas que están a favor de la construcción del polideportivo en esta población.
- Nota: Recuerde que, si Z sigue una distribución normal $(0, 1)$, $P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95$. Recuerde también que, para muestras grandes, el intervalo de confianza para una proporción con un nivel de confianza $\gamma \in (0,1)$ viene dado por

$$\left[p - z_\gamma \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + z_\gamma \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]. \text{ [1,5 puntos]}$$

SOLUCIONES

1. Dos compañías de taxi, A y B, ofrecen distintas tarifas. La compañía A ofrece un coste fijo de 20 € más 0,4 € por kilómetro recorrido, mientras que el precio de la compañía B sigue la función $g(x) = 0.01x^2 + 0.1x + 10$, en la que x representa el número de kilómetros recorridos.
- a) ¿Cuál de las dos compañías ofrece la tarifa más económica si se hace un recorrido de 10 km? ¿Y si se hace de 80 km? Calcule la diferencia de precio en cada caso. ¿Hay algún coste fijo en la tarifa de la compañía B solo por subirse al taxi? [1 punto]
- b) Determine para qué número de kilómetros recorridos las dos tarifas coinciden. Si se consideran solo los trayectos inferiores a esta cantidad, ¿para qué número de kilómetros la diferencia de precio entre una tarifa y la otra es máxima? ¿Cuál es esta diferencia máxima de precio? [1,5 puntos]

a) La tarifa de la compañía A tiene la expresión:

“La compañía A ofrece un coste fijo de 20 € más 0,4 € por kilómetro recorrido” $\rightarrow$
 $f(x) = 0.4x + 20$.

La tarifa de la compañía B tiene la expresión $g(x) = 0.01x^2 + 0.1x + 10$.

Para $x = 10$ en la compañía A hay que pagar $f(10) = 0.4 \cdot 10 + 20 = 24$ euros y en la B hay que pagar $g(10) = 0.01 \cdot 10^2 + 0.1 \cdot 10 + 10 = 12$ euros. Es más económica la compañía B.

Para $x = 80$ en la compañía A hay que pagar $f(80) = 0.4 \cdot 80 + 20 = 52$ euros y en la B hay que pagar $g(80) = 0.01 \cdot 80^2 + 0.1 \cdot 80 + 10 = 82$ euros. Es más económica la compañía A.

La diferencia de precio para 10 kilómetros es $24 - 12 = 12$ euros y para 80 kilómetros es $82 - 52 = 30$ euros.

En la compañía B si haces 0 kilómetros (solo subirte al taxi) el coste es $g(0) = 0.01 \cdot 0^2 + 0.1 \cdot 0 + 10 = 10$ euros. Este es el coste fijo de la compañía B.

b) Veamos cuando se cortan las dos funciones.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 0.4x + 20 \\ g(x) = 0.01x^2 + 0.1x + 10 \\ f(x) = g(x) \end{array} \right\} \Rightarrow 0.01x^2 + 0.1x + 10 = 0.4x + 20 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0.01x^2 - 0.3x - 10 = 0 \Rightarrow x^2 - 30x - 1000 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{30 \pm \sqrt{(-30)^2 - 4(1)(-1000)}}{2} = \frac{30 \pm 70}{2} = \begin{cases} \frac{30+70}{2} = 50 \\ \frac{30-70}{2} = -20 \text{ ¡No válido!} \end{cases}$$

Las tarifas coinciden cuando se hacen 50 kilómetros.

Obtenemos la función diferencia de precios.

$$d(x) = f(x) - g(x) = 0.4x + 20 - (0.01x^2 + 0.1x + 10) \Rightarrow d(x) = -0.01x^2 + 0.3x + 10$$

Hallamos los puntos críticos de la función $d(x) = -0.01x^2 + 0.3x + 10$.

$$\left. \begin{array}{l} d'(x) = -0.02x + 0.3 \\ d'(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow -0.02x + 0.3 = 0 \Rightarrow 0.02x = 0.3 \Rightarrow \boxed{x = \frac{0.3}{0.02} = 15}$$

Sustituimos este valor en la segunda derivada.

$$d'(x) = -0.02x + 0.3 \Rightarrow d''(x) = -0.02 \Rightarrow d''(15) = -0.02 < 0$$

Al ser la segunda derivada negativa la diferencia de precios presenta un máximo para 15 kilómetros.

Para 15 kilómetros la diferencia de precio es máxima tomando un valor de $d(15) = -0.01 \cdot 15^2 + 0.3 \cdot 15 + 10 = 12.25$ euros.

2. Una empresa de muebles dispone de tres fábricas que producen un determinado modelo de sofá. El mes pasado se fabricaron un total de 1.260 unidades de este modelo y se sabe que la segunda fábrica produjo tantos sofás como las otras dos juntas.
- a) Con esta información, ¿se puede determinar cuántos sofás produjo cada una de las fábricas? Justifique la respuesta. A continuación, calcule, solo con esta información, cuántos sofás produjo la segunda fábrica. [1,25 puntos]
- b) Se sabe también que un 10 % de los sofás producidos por la primera fábrica, un 30 % de los producidos por la segunda y un 20 % de los producidos por la tercera eran de color gris, y que en total se fabricaron 284 sofás de este color. Encuentre cuántos sofás produjo cada fábrica el mes pasado. [1,25 puntos]

- a) Llamamos “x” al número de sofás fabricados en la primera fábrica, “y” al número de sofás fabricados en la segunda y “z” al número de sofás fabricados en la tercera.

A partir de la información del ejercicio obtenemos las ecuaciones del sistema.

“El mes pasado se fabricaron un total de 1.260 unidades” $\rightarrow x + y + z = 1260$.

“La segunda fábrica produjo tantos sofás como las otras dos juntas” $\rightarrow y = x + z$.

Reunimos las ecuaciones en un sistema e intentamos resolverlo.

$$\left. \begin{array}{l} x + z + y = 1260 \\ y = x + z \end{array} \right\} \Rightarrow y + y = 1260 \Rightarrow 2y = 1260 \Rightarrow \boxed{y = \frac{1260}{2} = 630} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + z = 630 \Rightarrow x = 630 - z \Rightarrow \begin{cases} x = 630 - \alpha \\ y = 630 \\ z = \alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$$

Con la información proporcionada en el ejercicio solo podemos determinar que en la segunda fábrica se hicieron 630 sofás. El número de sofás hechos en la primera y tercera fábrica quedan indeterminados, a falta de algún dato más.

- b) Obtenemos una tercera ecuación con el nuevo dato proporcionado en este apartado.

“Un 10 % de los sofás producidos por la primera fábrica, un 30 % de los producidos por la segunda y un 20 % de los producidos por la tercera eran de color gris, y que en total se fabricaron 284 sofás de este color” $\rightarrow 0.10x + 0.30y + 0.20z = 284$.

Añadimos esta ecuación al sistema anterior y resolvemos este nuevo sistema.

$$\left. \begin{array}{l} \begin{cases} x = 630 - \alpha \\ y = 630 \\ z = \alpha \end{cases} \\ 0.10x + 0.30y + 0.20z = 284 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \begin{cases} x = 630 - \alpha \\ y = 630 \\ z = \alpha \end{cases} \\ x + 3y + 2z = 2840 \end{array} \right\} \Rightarrow 630 - \alpha + 3 \cdot 630 + 2\alpha = 2840 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2520 + \alpha = 2840 \Rightarrow \alpha = 320 \Rightarrow \boxed{\begin{cases} x = 630 - 320 = 310 \\ y = 630 \\ z = 320 \end{cases}}$$

Se han producido 310 sofás en la primera fábrica, 630 en la segunda y 320 en la tercera.

3. Una campesina contrata a un conductor para que lleve un tractor hasta un pueblo que se encuentra a 300 km de distancia. Sabemos que el gasóleo que usa el tractor cuesta 1,96 € por litro y que el conductor cobra 14,70 € la hora. Se supone que el conductor hará todo el trayecto a una velocidad constante y que el consumo de gasóleo (en litros por hora), en función de la velocidad x (en kilómetros por hora), viene dado por la función $G(x) = 5 + \frac{x^2}{98}$.

a) Calcule el tiempo que el conductor tardará en realizar el viaje y el coste total del viaje si el tractor hace todo el recorrido a 40 km/h (la velocidad máxima permitida para este tipo de vehículo). Compruebe que la función que da el coste total del viaje en función de la velocidad del tractor se puede expresar como $C(x) = \frac{7350}{x} + 6x$. [1,25 puntos]

b) Calcule cuál es la velocidad que hace que el coste total del viaje sea mínimo. ¿Cuál es este coste? [1,25 puntos]

a) A una velocidad constante de 40 km/h los 300 kilómetros se recorren en $300/40 = 7.5$ horas. Por las 7.5 horas hay que pagarle al conductor $7.5 \cdot 14.7 = 110.25$ euros.

En el viaje los litros de gasoil por hora son $G(40) = 5 + \frac{40^2}{98} = \frac{1045}{49}$, por lo que litros de

gasoil que se consumen durante el viaje son $\frac{1045}{49} \cdot 7.5$ litros. Lo multiplicamos por el precio

por litro para obtener el coste del gasoil $\rightarrow \frac{1045}{49} \cdot 7.5 \cdot 1.96 = 313.5$ euros.

El coste total del viaje es la suma del gasto en gasoil más el coste del conductor $110.25 + 313.5 = 423.75$ euros.

La función $C(x)$ que da el coste total del viaje en función de la velocidad del tractor es la suma del gasto en gasoil y el coste del conductor.

$$\text{Velocidad} = \frac{\text{Espacio}}{\text{tiempo}} \Rightarrow x = \frac{300}{\text{horas}} \Rightarrow \text{horas} = \frac{300}{x}$$

$$C(x) = 1.96 \cdot \frac{300}{x} \cdot G(x) + \frac{300}{x} \cdot 14.7 = 1.96 \cdot \frac{300}{x} \cdot \left(5 + \frac{x^2}{98}\right) + \frac{300}{x} \cdot 14.7 =$$

$$= \frac{2940}{x} + \frac{588x^2}{98x} + \frac{4410}{x} = \frac{7350}{x} + 6x$$

La expresión de la función coste del viaje en función de la velocidad (x) es

$$C(x) = \frac{7350}{x} + 6x.$$

b) Buscamos cuando la derivada del coste se anula.

$$\left. \begin{array}{l} C'(x) = -\frac{7350}{x^2} + 6 \\ C'(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow -\frac{7350}{x^2} + 6 = 0 \Rightarrow \frac{7350}{x^2} = 6 \Rightarrow 7350 = 6x^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{7350}{6} = 1225 \Rightarrow x = \sqrt{1225} = \begin{cases} x = 35 \\ x = -35 \text{ ¡No válido!} \end{cases}$$

Sustituimos este valor en la segunda derivada.

$$C'(x) = -\frac{7350}{x^2} + 6 \Rightarrow C''(x) = 2\frac{7350}{x^3} \Rightarrow C''(35) = 2\frac{7350}{35^3} > 0$$

Como la segunda derivada es positiva la función coste presenta un mínimo en $x = 35$.
El coste del viaje es mínimo para una velocidad de 35 km/h. Este coste mínimo tiene un valor de $C(35) = \frac{7350}{35} + 6 \cdot 35 = 420$ euros.

4. Se considera que una matriz es mágica si la suma de los elementos de cada fila y de cada columna tiene como resultado en todos los casos el mismo valor, que se denomina *constante mágica*. Martí ha encontrado una forma de crear matrices mágicas eligiendo tres números cualesquiera y multiplicándolos por las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ y } C = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Martí propone a sus amigos que cada uno construya su matriz mágica particular a partir del día de su cumpleaños, del mes de su cumpleaños y de su edad.

- a) Sabiendo que Martí nació el 10 de marzo y que tiene 18 años, calcule $10 \cdot A + 3 \cdot B + 18 \cdot C$. Compruebe que la matriz resultante es mágica e indique cuál es su constante mágica (el valor común de la suma de las filas y las columnas). [1,25 puntos]
- b) Martí ha calculado la matriz mágica de su padre, que celebra su cumpleaños el 8 de septiembre, y ha obtenido que su constante mágica es 153. ¿Qué edad tiene el padre de Martí? [1,25 puntos]

a) Calculamos la matriz mágica pedida.

$$\begin{aligned} 10 \cdot A + 3 \cdot B + 18 \cdot C &= 10 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} + 3 \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} + 18 \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 10 & -10 & 0 \\ -10 & 0 & 10 \\ 0 & 10 & -10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -3 & 3 \\ 3 & 0 & -3 \\ -3 & 3 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 54 & 0 \\ 18 & 18 & 18 \\ 36 & -18 & 36 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & 41 & 3 \\ 11 & 18 & 25 \\ 33 & -5 & 26 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Comprobamos que la matriz obtenida es mágica.

$$\begin{array}{ccc} \begin{pmatrix} 10 & 41 & 3 \\ 11 & 18 & 25 \\ 33 & -5 & 26 \end{pmatrix} & \rightarrow & 10 + 41 + 3 = 54 \\ & & 11 + 18 + 25 = 54 \\ & & 33 - 5 + 26 = 54 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 54 & 54 & 54 \end{array}$$

La constante mágica de la matriz es 54.

- b) El padre de Martí cumple k años el día 8 del mes 9, por lo que la matriz mágica correspondiente a su padre es $8 \cdot A + 9 \cdot B + k \cdot C$. Obtenemos la expresión de dicha matriz.

$$\begin{aligned} 8 \cdot A + 9 \cdot B + k \cdot C &= 8 \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} + 9 \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 0 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 8 & -8 & 0 \\ -8 & 0 & 8 \\ 0 & 8 & -8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -9 & 9 \\ 9 & 0 & -9 \\ -9 & 9 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 3k & 0 \\ k & k & k \\ 2k & -k & 2k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 3k-17 & 9 \\ 1+k & k & -1+k \\ -9+2k & 17-k & 2k-8 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Como la constante mágica de esta matriz es 153 la suma de los elementos de la primera fila debe ser 153.

$$\begin{pmatrix} 8 & 3k-17 & 9 \\ 1+k & k & -1+k \\ -9+2k & 17-k & 2k-8 \end{pmatrix} \rightarrow 8+3k-17+9=3k=153 \rightarrow \boxed{k=153/3=51}$$

El padre de Martí cumple 51 años.

5. Guiu y Roc son unos grandes aficionados al cine y ven muchas películas de la plataforma a la que están suscritos. Les gusta tanto que, si se elige una película de la plataforma al azar, la probabilidad de que Guiu la haya visto es de 0,5, la probabilidad de que Roc la haya visto es de 0,6 y la probabilidad de que ambos la hayan visto es de 0,25.
- a)** Si se elige una película al azar, calcule la probabilidad de que al menos uno de los dos la haya visto. Calcule también la probabilidad de que la haya visto Roc pero no Guiu. [1,5 puntos]
- b)** Si se escoge una película al azar, calcule la probabilidad de que Guiu la haya visto si se sabe que al menos uno de los dos la ha visto. [1 punto]

Llamamos G al suceso “la película la ha visto Guiu” y R al suceso “la película la ha visto Roc”.

Sabemos que $P(G) = 0.5$, $P(R) = 0.6$ y $P(G \cap R) = 0.25$.

- a) Nos piden calcular $P(R \cup G)$. Aplicamos la fórmula de la probabilidad de la unión de dos sucesos.

$$P(R \cup G) = P(G) + P(R) - P(R \cap G) = 0.5 + 0.6 - 0.25 = \boxed{0.85}$$

La probabilidad de que al menos uno de los dos haya visto la película tiene un valor de 0.85.

También nos piden calcular $P(R \cap \bar{G})$.

$$P(R) = P(R \cap G) + P(R \cap \bar{G}) \Rightarrow 0.6 = 0.25 + P(R \cap \bar{G}) \Rightarrow P(R \cap \bar{G}) = 0.6 - 0.25 = \boxed{0.35}$$

La probabilidad de que la haya visto Roc pero no Guiu tiene un valor de 0.35.

- b) Nos piden calcular $P(G / (G \cup R))$. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(G / (G \cup R)) = \frac{P(G \cap (G \cup R))}{P(G \cup R)} = \{G \cap (G \cup R) = G\} = \frac{P(G)}{P(G \cup R)} = \frac{0.5}{0.85} = \boxed{\frac{10}{17} \approx 0.5882}$$

La probabilidad de que Guiu haya visto la película si se sabe que al menos uno de los dos la ha visto tiene un valor de $\frac{10}{17} \approx 0.5882$.

- 6.** Se quiere saber el porcentaje de personas que estarían a favor de la construcción de un polideportivo municipal en una población determinada. Se toma una muestra aleatoria de 350 personas, 218 de las cuales se manifiestan a favor de la propuesta y el resto, en contra.
- a)** Dé la estimación puntual de la proporción y del porcentaje de personas que están a favor de la construcción del polideportivo. [1 punto]

- b)** Escriba un intervalo de confianza del 95 % para el porcentaje de personas que están a favor de la construcción del polideportivo en esta población.

Nota: Recuerde que, si Z sigue una distribución normal $(0, 1)$, $P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95$. Recuerde también que, para muestras grandes, el intervalo de confianza para una proporción

con un nivel de confianza $\gamma \in (0,1)$ viene dado por $\left[p - z_\gamma \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + z_\gamma \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$. [1,5

puntos]

- a) La muestra es de tamaño $n = 350$. La proporción muestral de personas que estarían a favor de la construcción de un polideportivo municipal es $p = \frac{218}{350} = \frac{109}{175} \approx 0.6229$.

El porcentaje muestral de personas que están a favor de la construcción del polideportivo tiene un valor aproximado de 62.29 %.

- b) Como el tamaño de la muestra es grande para el cálculo del intervalo de confianza podemos

aplicar la fórmula $\left[p - z_\gamma \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + z_\gamma \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$.

Sabemos que $\gamma = 0.95 \in (0,1)$ y que $P(-1,96 \leq Z \leq 1,96) = 0,95 \Rightarrow z_\gamma = 1.96$.

El intervalo de confianza pedido es:

$$\left[\frac{109}{175} - 1.96 \sqrt{\frac{\frac{109}{175} \left(1 - \frac{109}{175}\right)}{350}}, \frac{109}{175} + 1.96 \sqrt{\frac{\frac{109}{175} \left(1 - \frac{109}{175}\right)}{350}} \right] = [0.5721, 0.6736]$$

Con un nivel de confianza del 95% el porcentaje de personas que están a favor de la construcción del polideportivo está entre el 57.21% y el 67.36%.