



Universidad
del País Vasco

Euskal Herriko
Unibertsitatea

UNIBERTSITATERA SARTZEKO
EBALUAZIOA

2024ko EZOHIOA

MATEMATIKA II

EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LA
UNIVERSIDAD

EXTRAORDINARIA 2024

MATEMÁTICAS II

Este examen tiene cinco partes, de 2,5 puntos cada una. Debes responder a CUATRO de ellas. En cada parte debes responder a una única pregunta.

En caso de responder a más preguntas de las estipuladas, las respuestas se corregirán en orden hasta llegar al número necesario.

No olvides incluir el código en cada una de las hojas de examen.

No se podrán usar calculadoras que tengan alguna de las siguientes prestaciones:

- pantalla gráfica, posibilidad de transmitir datos, programable,
- resolución de ecuaciones, operaciones con matrices,
- cálculo de determinantes,
- cálculo de derivadas e integrales,
- almacenamiento de datos alfanuméricos.



PRIMERA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A1

(1p) Discute la existencia de solución del siguiente sistema en función de los valores del parámetro α :

$$\begin{cases} \alpha x + 4y + z = 3, \\ \alpha x - 5y + 2z = -2, \\ 2x - y + 3z = 1. \end{cases}$$

Resuelve el sistema, si es posible,

(a) **(0,75 p)** cuando $\alpha = 0$,

(b) **(0,75 p)** cuando $\alpha = 1$.

Ejercicio B1

(2,5 p) Calcula el rango de la matriz A dependiendo de los valores del parámetro m :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ m & 2-m & 2 & 1 \\ m & -2 & m-2 & 1 \end{pmatrix}.$$

SEGUNDA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A2

Se consideran las siguientes rectas:

$$r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}; \quad s \equiv \begin{cases} x = \lambda, \\ y = -2 + 3\lambda, \\ z = -1 + \lambda. \end{cases}$$

(a) **(1 p)** Determina su posición relativa.

(b) **(1,5 p)** Si dichas rectas se cortan, calcula el ángulo mínimo formado entre ambas. En caso de que no se corten, calcula la distancia entre ambas rectas.



Ejercicio B2

Se consideran la recta y el plano siguientes:

$$r \equiv \begin{cases} 2x - y + z = 0, \\ x - y + 4z = 1; \end{cases} \quad \pi \equiv 2x - 3y + Az = 10.$$

- (a) **(0,75 p)** Calcula el valor del parámetro A para que la recta r y el plano π sean paralelos.
- (b) **(0,75 p)** Si $A = 21$, calcula la intersección del plano π y la recta r .
- (c) **(1 p)** Si $A = 1$, calcula el punto simétrico del origen de coordenadas respecto del plano π .

TERCERA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A3

Sea $f(x) = x^3 + Ax^2 + Bx + C$. Las rectas tangentes a la gráfica de la función f en los puntos de abscisa $x = -1$ y $x = 2$ son paralelas. Además, f tiene un extremo relativo cuando $x = 1$ y $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$.

- (a) **(1,5 p)** Encuentra los valores de los parámetros A , B y C .
- (b) **(1 p)** Encuentra la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = -1$ para los valores de los parámetros $A = -3$, $B = 0$ y $C = 4$.

Ejercicio B3

Sea $f(x) = 2xe^{-2x^2}$.

- (a) **(1 p)** Encuentra los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f .
- (b) **(1 p)** Encuentra los extremos relativos de f y razona si son máximos o mínimos.
- (c) **(0,5 p)** Calcula las asíntotas de f .



CUARTA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A4

(2,5 p) Calcula la siguiente integral, y explica el método empleado:

$$\int x \ln^2 x \, dx.$$

Ejercicio B4

Se consideran las curvas de ecuaciones $y = \frac{x^2}{3}$, $y = x^2 + 2x$ e $y = 3$.

- (a) **(1,25 p)** Dibuja el recinto del primer cuadrante limitado por dichas curvas.
- (b) **(1,25 p)** Calcula el área de ese recinto.

QUINTA PARTE (2,5 puntos). Responde solo a uno de los dos ejercicios.

Ejercicio A5

Los resultados publicados en diciembre de 2019 sobre la aplicación de la vacuna M72 en Sudáfrica, Kenia y Zambia revelaron que la probabilidad de quedar protegido contra la tuberculosis pulmonar activa es de 0,54. Se aplica la vacuna a un grupo de 3289 adultos.

- (a) **(0,5 p)** Identifica la distribución correspondiente al número de adultos que quedan protegidos, y determina sus parámetros.
- (b) **(1 p)** Calcula la probabilidad de que la vacuna haya sido efectiva en 1800 adultos.
- (c) **(1 p)** Calcula la probabilidad de que la vacuna haya sido efectiva en menos de 1700 adultos.



Ejercicio B5

Sean A y B sucesos aleatorios independientes, siendo sus probabilidades $P(A) = 0,7$ y $P(B) = 0,1$, y sean $\bar{A}$ y $\bar{B}$ los sucesos complementarios de A y B respectivamente. Calcula las siguientes probabilidades razonadamente, e indica claramente el proceso o ley aplicada:

- (a) **(0,5 p)** $P(A \cup B)$,
- (b) **(0,5 p)** $P(\bar{A} \cup \bar{B})$,
- (c) **(0,5 p)** $P(\bar{A} \cap \bar{B})$,
- (d) **(0,5 p)** $P(A \cap \bar{B})$,
- (e) **(0,5 p)** $P(\bar{A} \mid \bar{B})$.