



**Proba de Avaliación do Bacharelato
para o Acceso á Universidade
XUÑO 2017**

Código: 40

MATEMÁTICAS APLICADAS ÁS CIENCIAS SOCIAIS II

(El alumno/a debe responder solo a los ejercicios de una de las opciones. Puntuación máxima de los ejercicios de cada opción: ejercicio 1 = 3 puntos, ejercicio 2 = 3 puntos, ejercicio 3 = 2 puntos, ejercicio 4 = 2 puntos)

OPCIÓN A

1. Consideremos las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

(a) Calcula los valores de x e y para los que se cumple la igualdad $C \cdot \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(b) Determina el rango de las matrices A y B .

(c) Calcula X en la ecuación matricial $X + A^t = 2I + B$, A^t matriz traspuesta de A e I matriz identidad de orden 3.

2. El número de unidades en miles vendidas por una empresa del sector editorial durante su primer año de existencia, fue estimada por la función $V(t) = \begin{cases} 12t - t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq 7 \\ t^2 - 18t + 12 & \text{si } 7 < t \leq 12 \end{cases}$, t es

el tiempo transcurrido en meses desde la creación de la empresa.

(a) En los primeros siete meses, calcule el pico de ventas y el mes en que se alcanzaron. Justifica si fueron las mayores ventas logradas por la empresa ese año. Representa la gráfica de $V(t)$.

(b) A partir del séptimo mes, ¿en qué período el número de ventas fue menor o igual a 32 000 unidades?

3. Según cierto estudio del departamento de ventas de unos grandes almacenes, el 30% de sus clientes son hombres, el 25% de sus clientes compra algún producto del departamento de electrónica y el 40% de los que compran algún producto del departamento de electrónica son mujeres.

(a) ¿Qué porcentaje de sus clientes son mujeres y compran algún producto del departamento de electrónica?

(b) Si un cliente elegido al azar es hombre, calcula la probabilidad de que no compre ningún producto del departamento de electrónica.

4. Una empresa de informática ha lanzado al mercado un producto del que sabe que su vida útil, en años, sigue una distribución normal con media μ y desviación estándar $\sigma = 1,6$ años.

(a) Para una muestra aleatoria de 100 productos, la vida útil promedio fue de 4,6 años. Calcule un intervalo del 95% de confianza para estimar la vida útil promedio del producto. Interpretar el intervalo obtenido.

(b) Suponga que la vida útil del producto sigue una distribución $N(4.6, 1.6)$ y se toma una muestra aleatoria de 64 productos. Calcula la probabilidad de que la vida útil promedio de la muestra esté entre 4,25 y 4,95 años.

OPCIÓN B

1. Sea la función lineal $f(x, y) = 2x - 3y$ sujeta a las restricciones

$$x + 2y \leq 40, x + y \geq 5, 3x + y \leq 45, x \geq 0.$$

(a) Representa gráficamente la región factible y calcula sus vértices.

(b) Calcula el punto o puntos de esa región donde la función alcanza su valor máximo y su valor mínimo.

2. Los beneficios de una compañía en millones de euros, en sus primeros siete años, fueron estimados por la función $B(x) = ax^3 - 3x^2 + bx$, $0 \leq x \leq 7$, donde x indica el tiempo transcurrido en años, desde su fundación.

(a) Calcula los valores de a y b sabiendo que la empresa obtuvo un beneficio máximo de 8 millones de euros en el segundo año

(b) Supongamos que $a = 1/4$ y $b = 9$. Determina cuándo la empresa no fue rentable. Calcula

$$\int_0^6 B(x) dx.$$

3. En un supermercado se vende un artículo distribuido en tres marcas diferentes A, B y C. Se observa que el 30% de las ventas diarias del artículo son de la marca A, el 50% son de la marca B y el resto son de la marca C. También se sabe que el 60% de las ventas de la marca A se realizan por la mañana, el 55% de las ventas de la marca B se realizan por la tarde y el 40% de las de la marca C se venden por la mañana.

(a) Calcule el porcentaje de ventas del artículo realizadas en la mañana.

(b) Si la venta se realizó por la tarde, calcula la probabilidad de que el artículo sea de la marca C.

4. Como resultado de una encuesta en la que se utilizó el supuesto de máxima indeterminación ($p = 1 - p = 1/2$), se afirma que, con un 97,56% de confianza, el porcentaje de individuos en una población que consideran el alcohol y/o las drogas como principal causa de accidentes de tráfico está entre el 57,5% y el 62,5%.

(a) Calcula el número de individuos de esa población que fueron encuestados.

(b) De los encuestados, ¿cuántos respondieron que la principal causa de accidentes es el alcohol y/o las drogas?

SOLUCIONES**OPCIÓN A**

1. Consideremos las matrices $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

(a) Calcula los valores de x e y para los que se cumple la igualdad $C \cdot \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

(b) Determina el rango de las matrices A y B .

(c) Calcula X en la ecuación matricial $X + A^t = 2I + B$, A^t matriz traspuesta de A e I matriz identidad de orden 3.

(a) Resolvemos la igualdad planteada.

$$\begin{aligned} C \cdot \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \\ \Rightarrow \begin{pmatrix} -2x-3y \\ x+y \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -1+x \\ -y-1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -2x-3y = -1+x \\ x+y = -y-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x-3y = -1 \\ x = -2y-1 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow -3(-2y-1)-3y &= -1 \Rightarrow 6y+3-3y = -1 \Rightarrow 3y = -4 \Rightarrow \\ \Rightarrow y = \frac{-4}{3} &\Rightarrow x = -2\frac{-4}{3}-1 = \frac{5}{3} \end{aligned}$$

Los valores que hacen que se cumpla la igualdad son $x = \frac{5}{3}$ e $y = \frac{-4}{3}$.

(b) Determinamos el rango de A . Calculamos su determinante.

$$|A| = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 18 + 1 + 0 - 0 - 0 - 3 = 16 \neq 0$$

Como el determinante de A es no nulo su rango es 3.

Determinamos el rango de B . Calculamos su determinante.

$$|B| = \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 12 + 0 - 4 - 0 - 0 - 8 = 0$$

El determinante de B es nulo. Su rango no es 3.

Consideramos el menor de orden 2 que resulta de quitar la primera fila y la primera columna

$$\rightarrow \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 6 - 4 = 2 \neq 0.$$

Como el determinante del menor es no nulo el rango de B es 2.

(c) Despejamos X de la ecuación matricial.

$$X + A^t = 2I + B \Rightarrow X = 2I + B - A^t$$

Determinamos la expresión de la matriz X realizando las operaciones indicadas.

$$X = 2I + B - A^t = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

La matriz X solución de la ecuación matricial $X + A^t = 2I + B$ es $X = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$

2. El número de unidades en miles vendidas por una empresa del sector editorial durante su primer año de existencia, fue estimada por la función $V(t) = \begin{cases} 12t - t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq 7 \\ t^2 - 18t + 112 & \text{si } 7 < t \leq 12 \end{cases}$, t es el tiempo transcurrido en meses desde la creación de la empresa.
- (a) En los primeros siete meses, calcule el pico de ventas y el mes en que se alcanzaron. Justifica si fueron las mayores ventas logradas por la empresa ese año. Representa la gráfica de $V(t)$.
- (b) A partir del séptimo mes, ¿en qué período el número de ventas fue menor o igual a 32 000 unidades?

- (a) En los primeros siete meses la función tiene la expresión $V(t) = 12t - t^2$. Averiguamos cuando se anula la derivada (vértice de la parábola y máximo o mínimo de la función).

$$\left. \begin{array}{l} V'(t) = 12 - 2t \\ V'(t) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 12 - 2t = 0 \Rightarrow 2t = 12 \Rightarrow t = \frac{12}{2} = 6$$

Sustituimos este valor en la segunda derivada.

$$V'(t) = 12 - 2t \Rightarrow V''(t) = -2 \Rightarrow V''(6) = -2 < 0$$

Como la segunda derivada es negativa la función tiene un máximo relativo en el sexto mes. Sustituimos en la función el valor $t = 6$.

$$V(6) = 12 \cdot 6 - 6^2 = 36$$

Durante los primeros 7 meses hay un pico de ventas en el sexto mes siendo el número de ventas de 36 000 unidades.

A partir del séptimo mes las ventas tienen la expresión $V(t) = t^2 - 18t + 112$. Esta expresión es la de una función parabólica. Hallamos su extremo.

$$\left. \begin{array}{l} V(t) = t^2 - 18t + 12 \Rightarrow V'(t) = 2t - 18 \\ V'(t) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 2t - 18 = 0 \Rightarrow 2t = 18 \Rightarrow t = 9$$

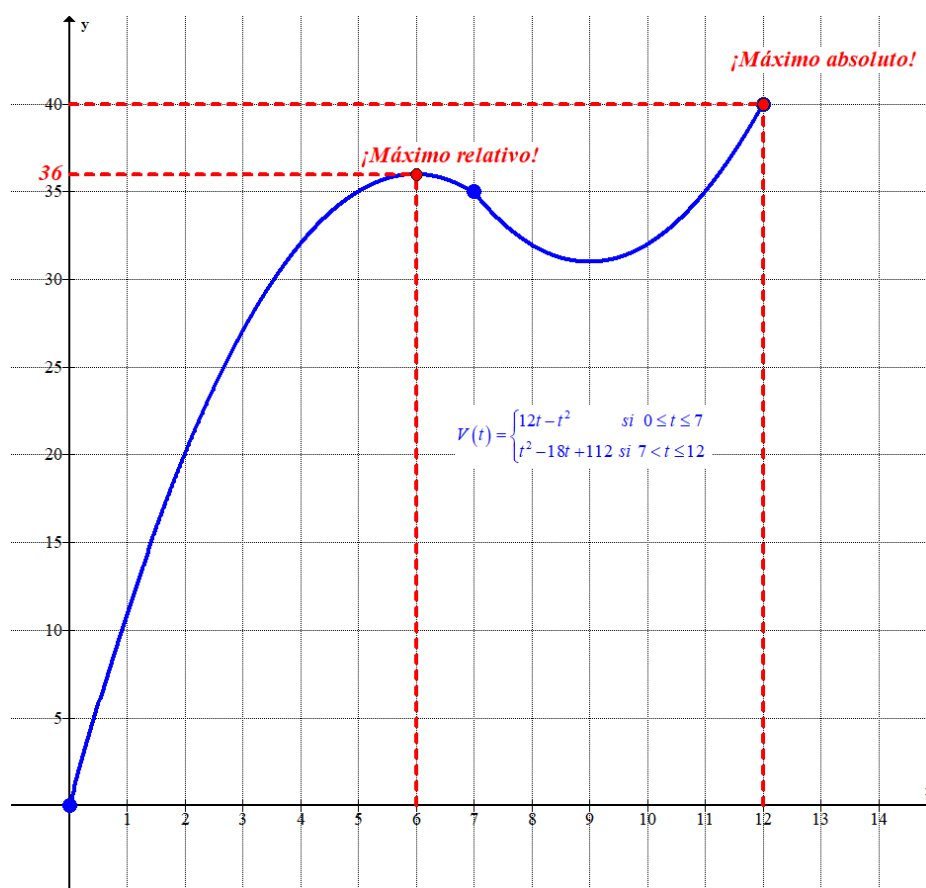
$$V''(t) = 2 \Rightarrow V''(9) = 2 > 0$$

A partir del séptimo mes la función presenta un mínimo en $t = 9$.

Valoramos la función $V(t) = t^2 - 18t + 12$ en $t = 7$, en $t = 9$ y en $t = 12$.

$$\left. \begin{array}{l} V(7) = 7^2 - 18 \cdot 7 + 112 = 35 \\ V(9) = 9^2 - 18 \cdot 9 + 112 = 31 \\ V(12) = 12^2 - 18 \cdot 12 + 112 = 40 \end{array} \right\}$$

Como en el sexto mes las ventas son de 36 000 unidades este sería un máximo relativo, pero el máximo absoluto de la función ventas se obtiene en el mes 12, siendo las ventas de 40 000 unidades. Durante todo el año el pico de ventas se obtiene en diciembre.



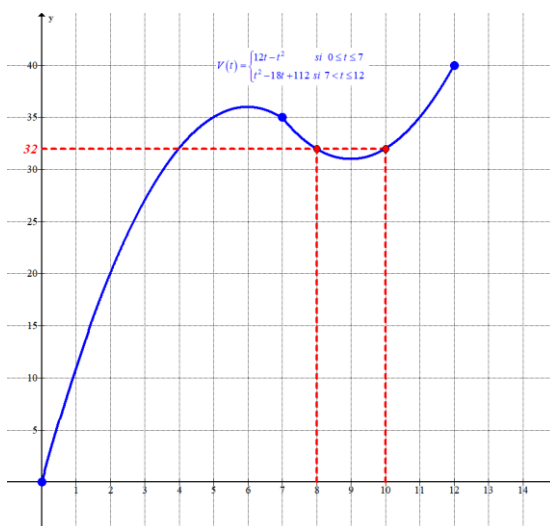
(b) Averiguamos cuando el número de ventas fue igual a 32 000 unidades a partir del séptimo mes.

$$\left. \begin{array}{l} V(t) = t^2 - 18t + 112 \\ V(t) = 32 \end{array} \right\} \Rightarrow t^2 - 18t + 112 = 32 \Rightarrow t^2 - 18t + 80 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{18 \pm \sqrt{(-18)^2 - 320}}{2} = \frac{18 \pm 2}{2} = \begin{cases} \frac{18+2}{2} = 10 \\ \frac{18-2}{2} = 8 \end{cases}$$

A partir del séptimo mes la función ventas alcanza el valor 32 en el octavo mes y en el décimo.

Las ventas a partir del séptimo mes son inferiores a 32 000 unidades entre los meses octavo y décimo.



3. Según cierto estudio del departamento de ventas de unos grandes almacenes, el 30% de sus clientes son hombres, el 25% de sus clientes compra algún producto del departamento de electrónica y el 40% de los que compran algún producto del departamento de electrónica son mujeres.
- (a) ¿Qué porcentaje de sus clientes son mujeres y compran algún producto del departamento de electrónica?
- (b) Si un cliente elegido al azar es hombre, calcula la probabilidad de que no compre ningún producto del departamento de electrónica.

Si el 40% de los que compran algún producto del departamento de electrónica (25%) son mujeres tenemos que $0.40 \cdot 25 = 10\%$ del total de los clientes son mujeres que compran algún producto del departamento de electrónica

Colocamos todos los datos proporcionados en una tabla de contingencia.

	Compran en departamento de electrónica	No compran en departamento de electrónica	
Hombres			30
Mujeres	10		
	25		100

Completamos la tabla.

	Compran en departamento de electrónica	No compran en departamento de electrónica	
Hombres	15	15	30
Mujeres	10	60	70
	25	75	100

Respondemos a las preguntas planteadas.

- (a) El porcentaje de sus clientes que son mujeres y compran algún producto del departamento de electrónica es del 10 %. Calculado al comienzo del ejercicio.
- (b) Entre los clientes hay un 30 % de hombres y de estos un 15 % no compran ningún producto de electrónica. La probabilidad de que al elegir un hombre no compre ningún producto del departamento de electrónica tiene un valor de $\frac{15}{30} = 0.5$.

4. Una empresa de informática ha lanzado al mercado un producto del que sabe que su vida útil, en años, sigue una distribución normal con media μ y desviación estándar $\sigma = 1,6$ años.
- (a) Para una muestra aleatoria de 100 productos, la vida útil promedio fue de 4,6 años. Calcule un intervalo del 95% de confianza para estimar la vida útil promedio del producto. Interpretar el intervalo obtenido.
- (b) Suponga que la vida útil del producto sigue una distribución $N(4.6, 1.6)$ y se toma una muestra aleatoria de 64 productos. Calcula la probabilidad de que la vida útil promedio de la muestra esté entre 4,25 y 4,95 años.

- (a) $X =$ Vida útil, en años de un producto. $X \approx N(\mu, 1.6)$

El tamaño de la muestra es $n = 100$. La media muestral es $\bar{x} = 4.6$ años.

Determinamos el valor de $z_{\alpha/2}$ para un nivel de confianza del 95%

$$1 - \alpha = 0,95 \Rightarrow \alpha = 0,05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0,025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0,975 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Busco en la tabla} \\ \text{de la } N(0,1) \end{array} \right\} \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

Determinamos el error.

$$\text{Error} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{1.6}{\sqrt{100}} = 0.3136 \text{ años}$$

El intervalo de confianza para un nivel de confianza del 95% de la media poblacional es:

$$(\bar{x} - \text{Error}, \bar{x} + \text{Error}) = (4.6 - 0.3136, 4.6 + 0.3136) = (4.2864, 4.9136)$$

Con un nivel de confianza del 95% podemos afirmar que la media de la vida útil de un producto está entre 4.2864 y 4.9136 años.

- (b) $X =$ Vida útil, en años de un producto. $X \approx N(4.6, 1.6)$

La distribución de las medias muestrales de tamaño 64 sigue una distribución normal con la misma media (4.6 años) y con desviación típica $\sigma = \frac{1.6}{\sqrt{64}} = 0.2$ años. $\overline{X}_{64} = N(4.6, 0.2)$

Nos piden calcular $P(4.25 \leq \overline{X}_{64} \leq 4.95)$.

$$P(4.25 \leq \overline{X}_{64} \leq 4.95) = \{\text{Tipificamos}\} = P\left(\frac{4.25 - 4.6}{0.2} \leq Z \leq \frac{4.95 - 4.6}{0.2}\right) =$$

$$= P(-1.75 \leq Z \leq 1.75) = P(Z \leq 1.75) - P(Z \leq -1.75) =$$

$$= P(Z \leq 1.75) - P(Z \geq 1.75) = P(Z \leq 1.75) - [1 - P(Z \leq 1.75)] =$$

$$= 2P(Z \leq 1.75) - 1 = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = 2 \cdot 0.9599 - 1 = \boxed{0.9198}$$

La probabilidad de que la vida útil promedio de la muestra esté entre 4,25 y 4,95 años es de 0.9198.

OPCIÓN B

1. Sea la función lineal $f(x, y) = 2x - 3y$ sujeta a las restricciones

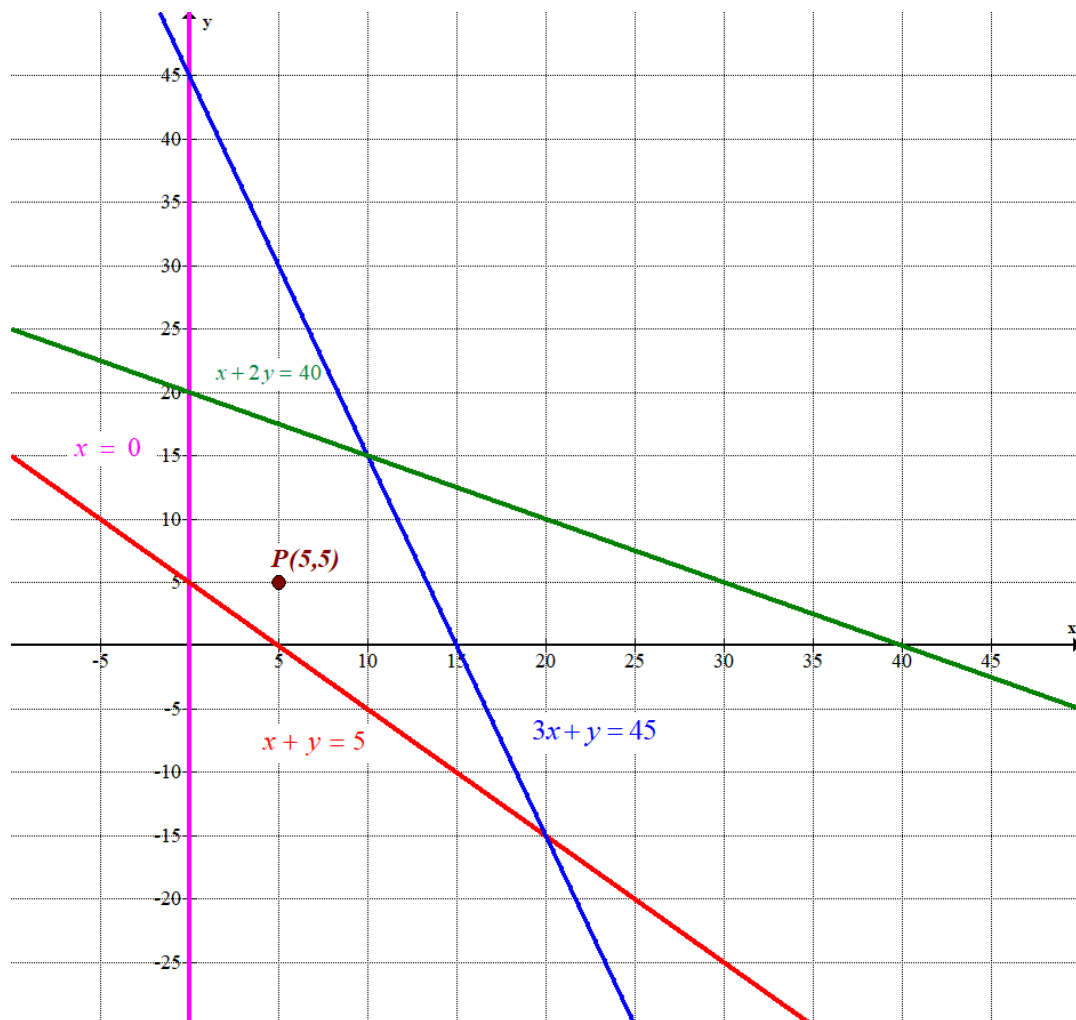
$$x + 2y \leq 40, \quad x + y \geq 5, \quad 3x + y \leq 45, \quad x \geq 0.$$

(a) Representa gráficamente la región factible y calcula sus vértices.

(b) Calcula el punto o puntos de esa región donde la función alcanza su valor máximo y su valor mínimo.

(a) Dibujamos las rectas asociadas a las restricciones.

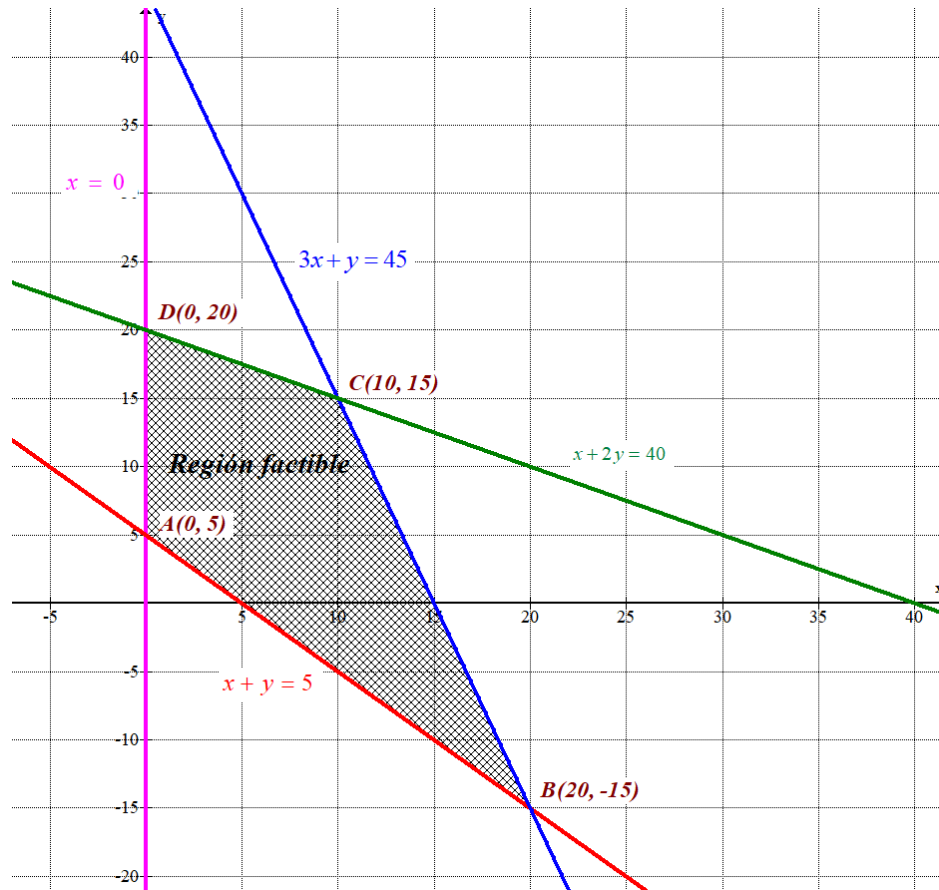
x	$y = \frac{40-x}{2}$	x	$y = 5-x$	x	$y = 45-3x$	$x=0$	y
0	20	0	5	0	45	0	0
10	15	5	0	10	15	0	5
40	0	20	-15	20	-15	0	10



Como las restricciones son $x + 2y \leq 40$, $x + y \geq 5$, $3x + y \leq 45$, $x \geq 0$ la región factible es la región del plano situada por debajo de las rectas verde y azul, por encima de la recta roja y a la derecha de la recta vertical rosa (eje OY). Comprobamos que el punto $P(5, 5)$ perteneciente a esta región cumple todas las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 5 + 2 \cdot 5 \leq 40 \\ 5 + 5 \geq 5 \\ 3 \cdot 5 + 5 \leq 45 \\ 5 \geq 0 \end{array} \right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

La región factible es la región sombreada del siguiente dibujo.



Los vértices de la región factible son A(0, 5), B(20, -15), C(10, 15) y D(0, 20).

(b) Valoramos la función objetivo $f(x, y) = 2x - 3y$ en cada vértice de la región factible en busca de los valores máximo y mínimo.

$$A(0, 5) \rightarrow f(0, 5) = 2 \cdot 0 - 3 \cdot 5 = -15$$

$$B(20, -15) \rightarrow f(20, -15) = 2 \cdot 20 - 3 \cdot (-15) = 85 \text{ ¡Máximo!}$$

$$C(10, 15) \rightarrow f(10, 15) = 2 \cdot 10 - 3 \cdot 15 = -25$$

$$D(0, 20) \rightarrow f(0, 20) = 2 \cdot 0 - 3 \cdot 20 = -60 \text{ ¡Mínimo!}$$

El valor máximo es 85 y se consigue en el vértice (20, -15).

El valor mínimo es -60 y se consigue en el vértice (0, 20).

2. Los beneficios de una compañía en millones de euros, en sus primeros siete años, fueron estimados por la función $B(x) = ax^3 - 3x^2 + bx$, $0 \leq x \leq 7$, donde x indica el tiempo transcurrido en años, desde su fundación.

(a) Calcula los valores de a y b sabiendo que la empresa obtuvo un beneficio máximo de 8 millones de euros en el segundo año

(b) Supongamos que $a = 1/4$ y $b = 9$. Determina cuándo la empresa no fue rentable. Calcula $\int_0^6 B(x) dx$.

(a) La función beneficios vale 8 para $x = 2 \rightarrow B(2) = 8$.

$$\left. \begin{array}{l} B(x) = ax^3 - 3x^2 + bx \\ B(2) = 8 \end{array} \right\} \Rightarrow 8 = a \cdot 2^3 - 3 \cdot 2^2 + b \cdot 2 \Rightarrow 8 = 8a - 12 + 2b \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 8a + 2b = 20 \Rightarrow 4a + b = 10 \Rightarrow \boxed{b = 10 - 4a}$$

La función tiene un máximo para $x = 2$, por lo que la derivada se anula para este valor.

$$\left. \begin{array}{l} B'(x) = 3ax^2 - 6x + b \\ B'(2) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 3a \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + b = 0 \Rightarrow 12a - 12 + b = 0 \Rightarrow \boxed{b = 12 - 12a}$$

Reunimos las dos ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} b = 10 - 4a \\ b = 12 - 12a \end{array} \right\} \Rightarrow 10 - 4a = 12 - 12a \Rightarrow 8a - 2 = 0 \Rightarrow 4a - 1 = 0 \Rightarrow 4a = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{a = \frac{1}{4}} \Rightarrow \boxed{b = 10 - 4 \cdot \frac{1}{4} = 9}$$

Los valores buscados son $a = \frac{1}{4}$ y $b = 9$.

(b) Si $a = 1/4$ y $b = 9$ la función queda $B(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x$, $0 \leq x \leq 7$.

Calculamos la integral definida.

$$\int_0^6 B(x) dx = \int_0^6 \frac{1}{4}x^3 - 3x^2 + 9x dx = \left[\frac{1}{4} \cdot \frac{x^4}{4} - x^3 + 9 \frac{x^2}{2} \right]_0^6 = \left[\frac{x^4}{16} - x^3 + 9 \frac{x^2}{2} \right]_0^6 =$$

$$= \left[\frac{6^4}{16} - 6^3 + 9 \frac{6^2}{2} \right] - \left[\frac{0^4}{16} - 0^3 + 9 \frac{0^2}{2} \right] = \boxed{27}$$

3. En un supermercado se vende un artículo distribuido en tres marcas diferentes A, B y C. Se observa que el 30% de las ventas diarias del artículo son de la marca A, el 50% son de la marca B y el resto son de la marca C. También se sabe que el 60% de las ventas de la marca A se realizan por la mañana, el 55% de las ventas de la marca B se realizan por la tarde y el 40% de las de la marca C se venden por la mañana.
- (a) Calcule el porcentaje de ventas del artículo realizadas en la mañana.
- (b) Si la venta se realizó por la tarde, calcula la probabilidad de que el artículo sea de la marca C.

Supongamos que se venden 200 artículos diarios vamos a pasar los valores en porcentaje a valores absolutos.

Se observa que el 30% de las ventas diarias del artículo son de la marca A, por lo que $0.30 \cdot 200 = 60$ de los artículos vendidos son de la marca A.

El 50% son de la marca B, por lo que $0.50 \cdot 200 = 100$ de los artículos vendidos son de la marca B.

El resto son de la marca C, por lo que $200 - 60 - 100 = 40$ son de la marca C.

También se sabe que el 60% de las ventas de la marca A (60) se realizan por la mañana, es decir, $0.60 \cdot 60 = 36$ se venden por la mañana.

El 55% de las ventas de la marca B (100) se realizan por la tarde, es decir, $0.55 \cdot 100 = 55$ se venden por la tarde

El 40% de las de la marca C (40) se venden por la mañana, es decir, $0.40 \cdot 40 = 16$ se venden por la mañana.

Colocamos toda esta información en una tabla.

	Mañana	Tarde	
Marca A	36		60
Marca B		55	100
Marca C	16		40
TOTALES			200

Completamos la tabla.

	Mañana	Tarde	
Marca A	36	24	60
Marca B	45	55	100
Marca C	16	24	40
TOTALES	97	103	200

Con estos datos respondemos a las preguntas planteadas.

- (a) De los 200 artículos vendidos por la mañana se vendieron 97. El porcentaje de ventas del artículo realizadas en la mañana es $\frac{97}{200} = 0.485 = 48.5\%$.
- (b) Por la tarde se vendieron 103 artículos y de estos 24 fueron de la marca C. Aplicando la regla de Laplace tenemos que la probabilidad de que el artículo vendido por la tarde sea de la marca C tiene un valor de $\frac{24}{103} \approx 0.233$.

4. Como resultado de una encuesta en la que se utilizó el supuesto de máxima indeterminación ($p = 1 - p = 1/2$), se afirma que, con un 97,56% de confianza, el porcentaje de individuos en una población que consideran el alcohol y/o las drogas como principal causa de accidentes de tráfico está entre el 57,5% y el 62,5%.
- (a) Calcula el número de individuos de esa población que fueron encuestados.
- (b) De los encuestados, ¿cuántos respondieron que la principal causa de accidentes es el alcohol y/o las drogas?

- (a) El intervalo de confianza es (0.575, 0.625).

Para un nivel de confianza del 97.56% determinamos el valor de $z_{\alpha/2}$.

$$1 - \alpha = 0.9756 \rightarrow \alpha = 0.0244 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.0122 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.9878 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2.25$$

El error es la mitad de la amplitud del intervalo de confianza.

$$Error = \frac{0.625 - 0.575}{2} = 0.025$$

Determinamos el valor de n utilizando la fórmula del error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \Rightarrow 0.025 = 2.25 \cdot \sqrt{\frac{0.5 \cdot 0.5}{n}} \Rightarrow \frac{0.025}{2.25} = \sqrt{\frac{0.25}{n}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{0.025}{2.25} \right)^2 = \frac{0.25}{n} \Rightarrow n \left(\frac{0.025}{2.25} \right)^2 = 0.25 \Rightarrow \boxed{n = \frac{0.25}{\left(\frac{0.025}{2.25} \right)^2} = 2025}$$

Se encuestó a 2025 individuos.

- (b) La proporción muestral es el valor central del intervalo de confianza.

$$p = \frac{0.575 + 0.625}{2} = 0.60$$

Esta proporción muestral significa que el 60 % de los encuestados respondió que la principal causa de accidentes es el alcohol y/o las drogas.

Como se encuestó a 2025 individuos, calculamos el 60 % de 2025: $0.6 \cdot 2025 = 1215$.

De los 2025 individuos encuestados 1215 respondió que la principal causa de accidentes es el alcohol y/o las drogas.