



Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

Prueba de evaluación de Bachillerato para el
acceso a la Universidad (EBAU)
Curso 2018-2019

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

El examen presenta dos opciones: A y B. Elige una de ellas y responde razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción.

OPCIÓN A

1. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 \\ my \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

- a) [1 punto] Si $A^3 \cdot B + C = A^2 \cdot D$, plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (representadas por x e y) en función del parámetro m .
- b) [2 puntos] ¿Para qué valores de m el sistema anterior tiene solución? En caso de existir solución, ¿es siempre única? Resuelve el sistema para $m = 1$.

2. El precio de una llamada a una línea de pago se descompone en dos conceptos: el establecimiento de llamada (precio fijo) más un coste variable en función de la duración. El coste del establecimiento de llamada es de 1 euro y el coste variable es de 1,2 euros por cada minuto hablado durante los primeros 30 minutos (inclusive), pasando a tarifar los minutos restantes a partir de ese momento a 0,8 euros por minuto.

- a) [1 punto] Si $f(x)$ representa el coste total en euros de la llamada en función de la duración en minutos de la misma (x), obtén la expresión de dicha función f y estudia su continuidad en el punto $x = 30$.
- b) [2 puntos] Estudia y representa gráficamente la función f en el intervalo $(0, \infty)$. Si el coste total de una llamada ha sido de 45 euros, ¿cuánto ha durado la llamada?

3. El abogado A se encargó del 30% de los casos que llegaron a un bufete el año pasado, de los cuales ganó el 70% en los tribunales. El abogado B se encargó del 60% de los casos que llegaron, de los que ganó en los tribunales el 90%. Por último, el abogado C se encargó del 10% restante de casos, ganando en los tribunales el 50% de ellos. Si se elige al azar un caso que los que llegó el año pasado al bufete:

- a) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que se haya ganado en los tribunales?
- b) [1 punto] Si el caso elegido se ganó, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya llevado el abogado B?

4. Se supone que el tiempo de cada consulta en un determinado centro de salud sigue aproximadamente una distribución normal con desviación típica 1,5 minutos.

- a) [1 punto] Para estimar dicho tiempo medio por consulta, se considera una muestra aleatoria de 961 consultas, las cuales han tenido una duración media de 6 minutos. Construye, a partir de estos datos, un intervalo de confianza para la duración media de las consultas en ese centro de salud, al 95% de confianza.
- b) [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para estimar la verdadera duración media por consulta a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 0,2 minutos y un nivel de confianza del 95%?

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**

El examen presenta dos opciones: A y B. Elige una de ellas y responde razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción.

OPCIÓN B

1. Una empresa de joyería tiene dos máquinas A y B con las que puede hacer anillos, pulseras y collares y tiene que decidir el número de horas de trabajo de cada una de las máquinas para la próxima semana. En cada hora de trabajo, la máquina A realiza 1 anillo, 4 pulseras y 2 collares, mientras que la máquina B realiza 4 anillos, 2 pulseras y 3 collares. Durante la próxima semana, la empresa debe producir al menos 80 anillos, 96 pulseras y 120 collares.

- a) [2 puntos] ¿Cuántas horas debe trabajar cada máquina para satisfacer estos requisitos de demanda? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría usarse 10 horas la máquina A y 30 horas la B?
- b) [1 punto] El coste por cada hora de trabajo de la máquina A es de 2500 euros y el de la máquina B es de 2000 euros. ¿Cuántas horas tiene que trabajar cada máquina para minimizar el coste total? ¿a cuánto asciende dicho coste mínimo?

2. La variación instantánea de la cotización viene dada por la función $f(x) = 0,02x^2 + 1$ donde x representa el tiempo que lleva cotizando desde el comienzo de la semana. Se pide:

- a) [0,75 puntos] Determinar la función cotización F , si se sabe que dicha función es la primitiva de f y que en el momento inicial la cotización era de 5.
- b) [2,25 puntos] Estudiar y representar gráficamente la función g definida como $g(x) = f(x) - 9, \forall x \in \mathbb{R}$ y calcular el área limitada por la curva g y el eje X entre $x = 0$ y $x = 3$.

3. En el almacén de un supermercado hay 400 tetrabriks de leche de la marca A y 100 de la marca B. Además, se sabe que el 5% de los tetrabriks de la marca A están caducados, así como el 10% de los tetrabriks de la marca B. Si se elige un tetrabrik de leche al azar de esos 500 tetrabriks que hay en el almacén, se pide:

- a) [1 punto] Determinar la probabilidad de que sea de la marca B y no esté caducado.
- b) [1 punto] Determinar la probabilidad de que sea de la marca B o esté caducado.

4. Para hacer un estudio sobre el uso de las nuevas tecnologías (NT) por parte de los adolescentes, se tomó una muestra aleatoria de 100 adolescentes, de los cuales 10 respondieron que las usaban 4 horas a la semana, 15 que las usaban 5 horas por semana, 20 que las usaban 7 horas por semana y otros 20 que las usaban 8 horas por semana, 15 adolescentes dijeron que las usaban 9 horas a la semana, 10 que las usaban 10 horas y otros 10 que las usaban 15 horas. Su supone además que el tiempo que dedican semanalmente a las nuevas tecnologías los adolescentes sigue una distribución normal con desviación típica 1,7 horas.

- a) [1 punto] Construye, a partir de estos datos, un intervalo de confianza para el tiempo medio semanal dedicado a las NT por los adolescentes, al 90% de confianza.
- b) [1 punto] Construye, a partir de estos datos, un intervalo de confianza para la proporción de adolescentes que usan las nuevas tecnologías más de 6 horas a la semana, al 90% de confianza. (Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)

SOLUCIONES**OPCIÓN A**

1. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 0 \\ my \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

a) [1 punto] Si $A^3 \cdot B + C = A^2 \cdot D$, plantea un sistema de dos ecuaciones y dos incógnitas (representadas por x e y) en función del parámetro m .

b) [2 puntos] ¿Para qué valores de m el sistema anterior tiene solución? En caso de existir solución, ¿es siempre única? Resuelve el sistema para $m = 1$.

a) Obtenemos el sistema de ecuaciones correspondiente a la ecuación matricial $A^3 \cdot B + C = A^2 \cdot D$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-2 & 3 \\ -4+1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$A^3 \cdot B + C = A^2 \cdot D \Rightarrow \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ my \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 4x+3y \\ -3x-2y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ my \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+4 \\ -2-2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 4x+3y \\ -3x+(m-2)y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -4 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 4x+3y=7 \\ -3x+(m-2)y=-4 \end{cases}$$

$$\text{El sistema de ecuaciones es } \begin{cases} 4x+3y=7 \\ -3x+(m-2)y=-4 \end{cases}.$$

b) La matriz de coeficientes asociada al sistema es $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -3 & m-2 \end{pmatrix}$. Calculamos su determinante y averiguamos cuando se anula.

$$\left. \begin{aligned} \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ -3 & m-2 \end{vmatrix} &= 4m-8+9=4m+1 \\ \text{Determinante} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4m+1=0 \Rightarrow 4m=-1 \Rightarrow \boxed{m=-\frac{1}{4}}$$

Para cualquier valor de m distinto de $-\frac{1}{4}$ el determinante de la matriz de coeficientes es no nulo y por tanto su rango es 2, igual que el de la matriz ampliada y el número de incógnitas, por lo que el sistema tiene solución única para $m \neq -\frac{1}{4}$.

Resolvemos el sistema para $m = 1$.

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 3y = 7 \\ -3x + (1-2)y = -4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 4x + 3y = 7 \\ -3x - y = -4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 4x + 3y = 7 \\ -9x - 3y = -12 \end{array} \right\} \\ \hline -5x = -5 \Rightarrow \boxed{x=1} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4 + 3y = 7 \Rightarrow 3y = 3 \Rightarrow \boxed{y=1}$$

Para $m=1$ la solución del sistema es $x=y=1$.

2. El precio de una llamada a una línea de pago se descompone en dos conceptos: el establecimiento de llamada (precio fijo) más un coste variable en función de la duración. El coste del establecimiento de llamada es de 1 euro y el coste variable es de 1,2 euros por cada minuto hablado durante los primeros 30 minutos (inclusive), pasando a tarifar los minutos restantes a partir de ese momento a 0,8 euros por minuto.

a) [1 punto] Si $f(x)$ representa el coste total en euros de la llamada en función de la duración en minutos de la misma (x), obtén la expresión de dicha función f y estudia su continuidad en el punto $x = 30$.

b) [2 puntos] Estudia y representa gráficamente la función f en el intervalo $(0, \infty)$. Si el coste total de una llamada ha sido de 45 euros, ¿cuánto ha durado la llamada?

a) La función que expresa el coste total de la llamada es una función a trozos, ya que se cobra de forma distinta los primeros 30 minutos con respecto a las llamadas de más de 30 minutos. Si la llamada supera los 30 minutos se paga el establecimiento de llamada, los 30 minutos a 1.2 euros por minuto y los restantes $(x - 30)$ a 0.8 euros el minuto.

$$f(x) = \begin{cases} 1 + 1.2x & \text{si } 0 < x \leq 30 \\ 1 + 1.2 \cdot 30 + 0.8(x - 30) & \text{si } x > 30 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(x) = \begin{cases} 1 + 1.2x & \text{si } 0 < x \leq 30 \\ 37 + 0.8x - 24 & \text{si } x > 30 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 1 + 1.2x & \text{si } 0 < x \leq 30 \\ 13 + 0.8x & \text{si } x > 30 \end{cases}$$

Estudiamos la continuidad de la función en $x = 30$.

$$\left. \begin{aligned} f(30) &= 1 + 1.2 \cdot 30 = 37 \\ \lim_{x \rightarrow 30^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 30^-} 1 + 1.2x = 1 + 1.2 \cdot 30 = 37 \\ \lim_{x \rightarrow 30^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 30^+} 13 + 0.8x = 13 + 0.8 \cdot 30 = 37 \end{aligned} \right\}$$

Como coinciden el valor de la función con los límites laterales, la función es continua en $x = 30$.

b) Es una función a trozos continua donde en cada trozo la gráfica es una línea recta.

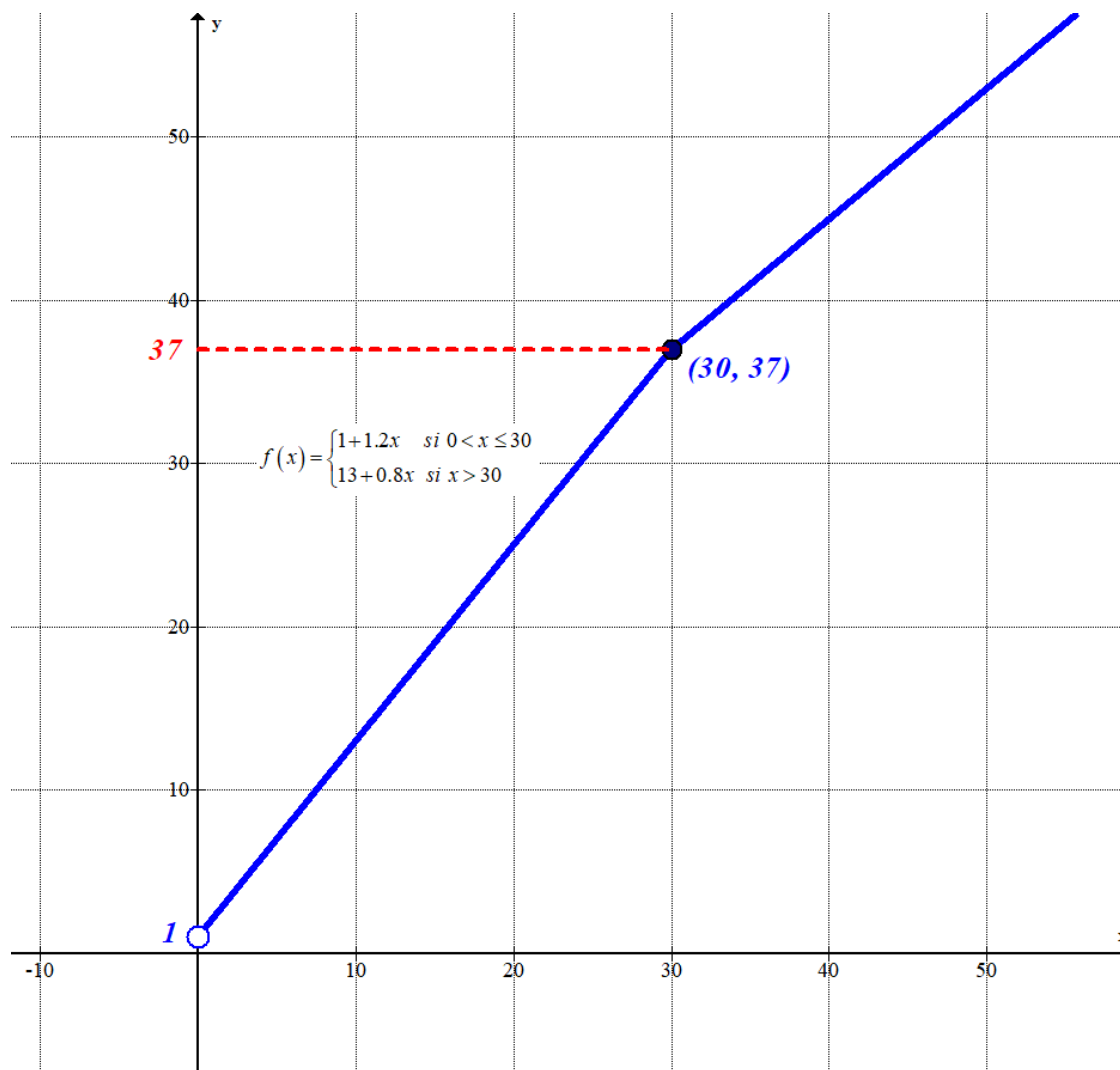
El dominio de la función es $(0, \infty)$.

Las dos ramas de la función son crecientes pues sus derivadas son una constante positiva.

$$f'(x) = \begin{cases} 1.2 > 0 & \text{si } 0 < x < 30 \\ 0.8 > 0 & \text{si } x > 30 \end{cases}$$

Hacemos una tabla de valores y representamos la gráfica de la función.

x	$f(x) = 1 + 1.2x$	x	$f(x) = 13 + 0.8x$
10	13	40	45
30	37	50	53



Averiguamos el valor de x para el que $f(x) = 45$. Evidentemente la llamada ha durado más de 30 minutos, pues las llamadas de menos de 30 minutos su máximo coste es de 37 euros.

$$f(x) = \begin{cases} 1 + 1.2x & \text{si } 0 < x \leq 30 \\ 13 + 0.8x & \text{si } x > 30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 + 1.2x = 45 \rightarrow x = \frac{44}{1.2} = 36.66 \text{ ¡Im posible!} \\ 13 + 0.8x = 45 \rightarrow 0.8x = 32 \rightarrow x = \frac{32}{0.8} = 40 \end{cases}$$

La llamada con coste 45 euros ha durado 40 minutos. De hecho, este valor lo tenemos reflejado en la tabla de valores que hemos utilizado para dibujar la gráfica.

3. El abogado A se encargó del 30% de los casos que llegaron a un bufete el año pasado, de los cuales ganó el 70% en los tribunales. El abogado B se encargó del 60% de los casos que llegaron, de los que ganó en los tribunales el 90%. Por último, el abogado C se encargó del 10% restante de casos, ganando en los tribunales el 50% de ellos. Si se elige al azar un caso que los que llegó el año pasado al bufete:

a) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que se haya ganado en los tribunales?

b) [1 punto] Si el caso elegido se ganó, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya llevado el abogado B?

Pasemos estos datos relativos a valores absolutos.

Supongamos que fueron $3 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 100 = 12600$ casos los que llegaron al bufete.

El abogado A se encargó del 30 %, es decir, $0.3 \cdot 12600 = 3780$ casos. De estos ganó el 70 %, es decir, ganó $0.7 \cdot 3780 = 2646$ casos.

El abogado B se encargó del 60 %, es decir, $0.6 \cdot 12600 = 7560$ casos. De estos ganó el 90 %, es decir, ganó $0.9 \cdot 7560 = 6804$ casos.

El abogado C se encargó del 10 %, es decir, $0.1 \cdot 12600 = 1260$ casos. De estos ganó el 50 %, es decir, ganó $0.5 \cdot 1260 = 630$ casos.

Ponemos todos estos datos en una tabla.

	Abogado A	Abogado B	Abogado C	
Ganados	2646	6804	630	
Perdidos				
	3780	7560	1260	12600

Completamos en la tabla el dato de casos totales ganados por el bufete.

	Abogado A	Abogado B	Abogado C	
Ganados	2646	6804	630	10080
Perdidos				
	3780	7560	1260	12600

Llamamos G al suceso “caso ganado” y A, B y C a “caso llevado por el abogado A, B o C”.

a) De los 12600 casos se han ganado 10080 en el bufete. Aplicando la regla de Laplace:

$$P(G) = \frac{10080}{12600} = \boxed{\frac{4}{5} = 0.8}$$

b) De los 10080 casos que ganó el bufete 6804 ganó el abogado B. Aplicamos la regla de Laplace:

$$P(B/G) = \frac{6804}{10080} = \boxed{\frac{27}{40} = 0.675}$$

Nota: Se tomo 12600 como el número de casos para que los resultados de las operaciones sean enteras. Daría igual el número de casos total elegido. La probabilidad que se obtendría seguiría siendo la misma.

4. Se supone que el tiempo de cada consulta en un determinado centro de salud sigue aproximadamente una distribución normal con desviación típica 1,5 minutos.

a) [1 punto] Para estimar dicho tiempo medio por consulta, se considera una muestra aleatoria de 961 consultas, las cuales han tenido una duración media de 6 minutos. Construye, a partir de estos datos, un intervalo de confianza para la duración media de las consultas en ese centro de salud, al 95% de confianza.

b) [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para estimar la verdadera duración media por consulta a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 0,2 minutos y un nivel de confianza del 95%?

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)

X = Tiempo en minutos de cada consulta en un determinado centro de salud. $X = N(\mu, 1.5)$

a) La media muestral es $\bar{x} = 6$ minutos y el tamaño de la muestra es $n = 961$.

Para un nivel de confianza del 95% obtenemos el valor de $z_{\alpha/2}$.



$$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow \alpha/2 = 0,025 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$

El error del intervalo de confianza es

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow E = 1.96 \cdot \frac{1.5}{\sqrt{961}} \approx 0.095 \text{ minutos}$$

El intervalo de confianza para la media de la población es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (6 - 0.095, 6 + 0.095) = (5.905, 6.095)$$

El intervalo de confianza es (5.905, 6.095)

b) Con el mismo nivel de confianza tenemos que $z_{\alpha/2} = 1.96$

El error del intervalo de confianza debe ser 0,2 minutos por lo que:

$$Error = 0.2 \Rightarrow z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.2 \Rightarrow 1.96 \cdot \frac{1.5}{\sqrt{n}} = 0.2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1.96 \cdot \frac{1.5}{0.2} = \sqrt{n} \Rightarrow n = \left(1.96 \cdot \frac{1.5}{0.2}\right)^2 = 216.09$$

A partir de una muestra de 217 consultas el error del intervalo de confianza es menor de 0.2 minutos.

OPCIÓN B

1. Una empresa de joyería tiene dos máquinas A y B con las que puede hacer anillos, pulseras y collares y tiene que decidir el número de horas de trabajo de cada una de las máquinas para la próxima semana. En cada hora de trabajo, la máquina A realiza 1 anillo, 4 pulseras y 2 collares, mientras que la máquina B realiza 4 anillos, 2 pulseras y 3 collares. Durante la próxima semana, la empresa debe producir al menos 80 anillos, 96 pulseras y 120 collares.

a) [2 puntos] ¿Cuántas horas debe trabajar cada máquina para satisfacer estos requisitos de demanda? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Podría usarse 10 horas la máquina A y 30 horas la B?

b) [1 punto] El coste por cada hora de trabajo de la máquina A es de 2500 euros y el de la máquina B es de 2000 euros. ¿Cuántas horas tiene que trabajar cada máquina para minimizar el coste total? ¿a cuánto asciende dicho coste mínimo?

a) Denominamos por “x” e “y” al número de horas de trabajo semanales de la máquina A y de la máquina B, respectivamente.

Realizamos una tabla para ordenar toda la información proporcionada.

	Anillos	Pulseras	Collares
Nº horas máquina A (x)	x	4x	2x
Nº horas máquina B (y)	4y	2y	3y
	$x + 4y$	$4x + 2y$	$2x + 3y$

Obtenemos las inecuaciones que definen las restricciones del problema.

“Durante la próxima semana, la empresa debe producir al menos 80 anillos, 96 pulseras y 120 collares” $\rightarrow x + 4y \geq 80$; $4x + 2y \geq 96$; $2x + 3y \geq 120$.

Además, estos valores son enteros y positivos $\rightarrow x \geq 0 \quad y \geq 0$

Reunimos estas inecuaciones en un sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x + 4y \geq 80 \\ 4x + 2y \geq 96 \\ 2x + 3y \geq 120 \\ x \geq 0 \quad y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + 4y \geq 80 \\ 2x + y \geq 48 \\ 2x + 3y \geq 120 \\ x \geq 0 \quad y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Dibujamos las rectas asociadas a cada inecuación y localizamos la región factible o región del plano cuyos puntos cumplen todas estas inecuaciones.

$$x + 4y = 80$$

$$2x + y = 48$$

$$2x + 3y = 120$$

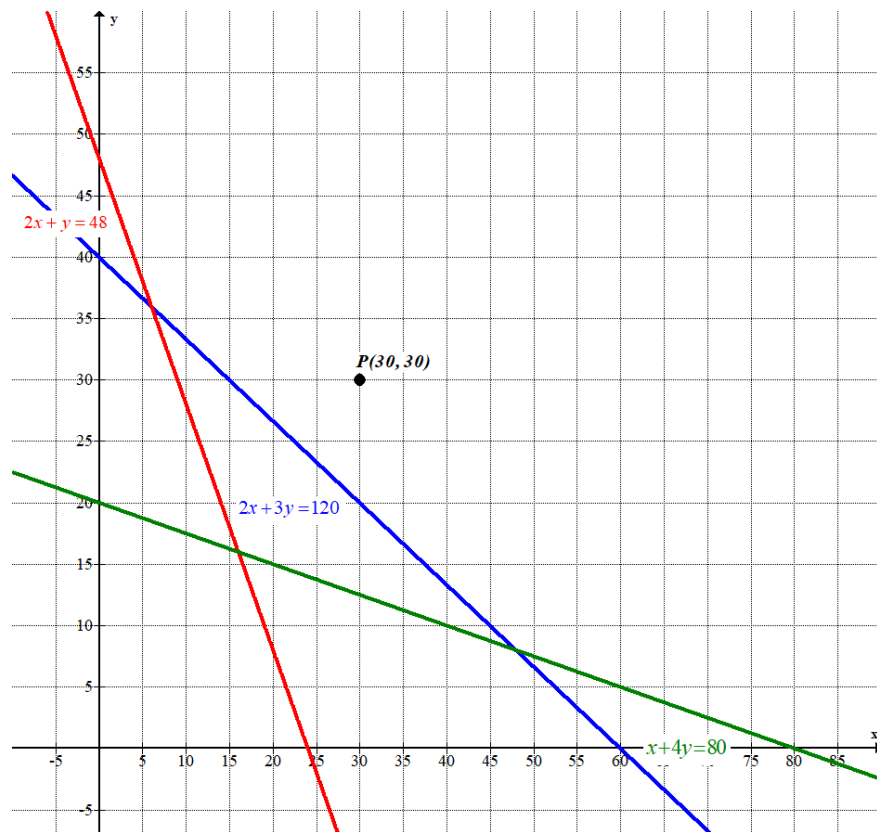
$$x \geq 0 \quad y \geq 0$$

x	$y = \frac{80-x}{4}$
0	20
40	10
80	0

x	$y = 48 - 2x$
0	48
24	0

x	$y = \frac{120-2x}{3}$
0	40
60	0

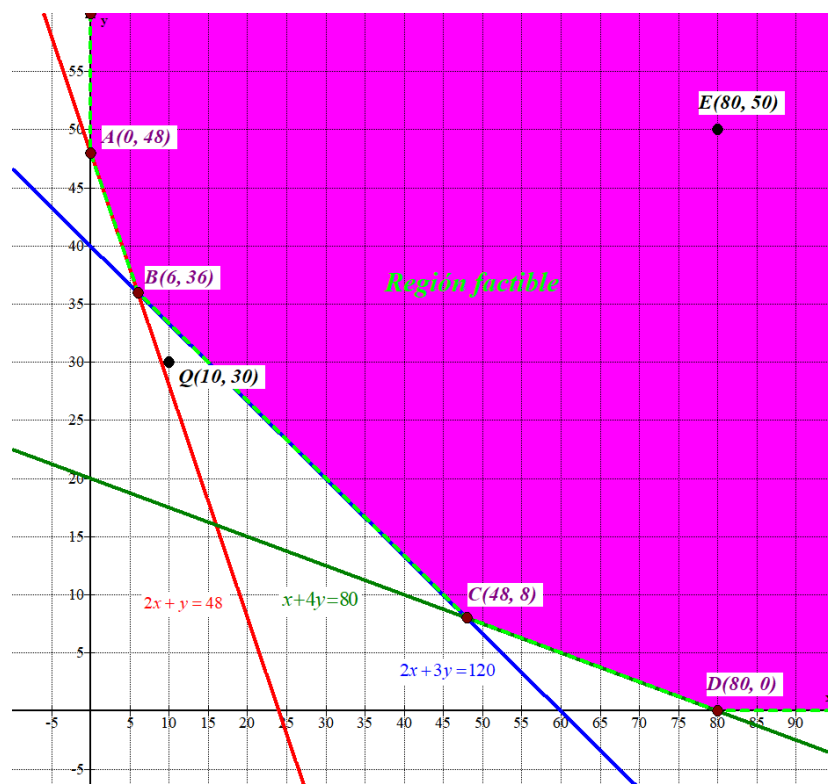
Primer
cuadrante



Probamos si el punto $P(30, 30)$ cumple todos los condicionantes.

$$\left. \begin{array}{l} 30 + 4 \cdot 30 \geq 80 \\ 2 \cdot 30 + 30 \geq 48 \\ 2 \cdot 30 + 3 \cdot 30 \geq 120 \\ 30 \geq 0 \quad 30 \geq 0 \end{array} \right\}$$

Se cumplen todas las inecuaciones, la región factible es la región del plano a la que pertenece el punto P . Es la zona rayada del dibujo.



Debemos determinar las coordenadas de los puntos B y C resolviendo los sistemas de ecuaciones correspondientes.

$$B \rightarrow \begin{cases} 2x + y = 48 \\ (-) 2x + 3y = 120 \end{cases}$$

$$-2y = -72 \Rightarrow y = \frac{72}{2} = 36 \Rightarrow 2x + 36 = 48 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{2} = 6$$

El punto B tiene coordenadas B(6, 36).

$$C \rightarrow \begin{cases} x + 4y = 80 \\ 2x + 3y = 120 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 80 - 4y \\ 2x + 3y = 120 \end{cases} \Rightarrow 2(80 - 4y) + 3y = 120 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 160 - 8y + 3y = 120 \Rightarrow -5y = -40 \Rightarrow y = \frac{40}{5} = 8 \Rightarrow x = 80 - 32 = 48$$

El punto C tiene coordenadas C(48, 8).

Observamos que el punto Q(10, 30) no pertenece a la región factible y 10 horas la máquina A y 30 horas la B no cumple con las restricciones del problema.

- b) La función coste del funcionamiento de las dos máquinas viene expresado como $C(x, y) = 2500x + 2000y$.

Valoramos el coste en cada uno de los vértices de la región factible en busca del mínimo. Como es una región no acotada añadimos un punto lejano E(80, 50) para determinar si alejándose de los vértices se consigue un menor coste (aunque esto no sea muy lógico en este ejercicio)

$$A(0, 48) \rightarrow C(0, 48) = 2500 \cdot 0 + 2000 \cdot 48 = 96000$$

$$B(6, 36) \rightarrow C(6, 36) = 2500 \cdot 6 + 2000 \cdot 36 = 87000 \text{ ¡Mínimo!}$$

$$C(48, 8) \rightarrow C(48, 8) = 2500 \cdot 48 + 2000 \cdot 8 = 136000$$

$$D(80, 0) \rightarrow C(80, 0) = 2500 \cdot 80 + 2000 \cdot 0 = 200000$$

$$E(80, 50) \rightarrow C(80, 50) = 2500 \cdot 80 + 2000 \cdot 50 = 300000$$

El mínimo coste que se puede conseguir es de 87000 € con 6 horas de funcionamiento de la máquina A y 36 de la máquina B.

2. La variación instantánea de la cotización viene dada por la función $f(x) = 0,02x^2 + 1$ donde x representa el tiempo que lleva cotizando desde el comienzo de la semana. Se pide:

- a) [0,75 puntos] Determinar la función cotización F , si se sabe que dicha función es la primitiva de f y que en el momento inicial la cotización era de 5.
 b) [2,25 puntos] Estudiar y representar gráficamente la función g definida como $g(x) = f(x) - 9, \forall x \in \mathbb{R}$ y calcular el área limitada por la curva g y el eje X entre $x = 0$ y $x = 3$.

- a) Si la variación instantánea es $f(x) = 0,02x^2 + 1$ la función cotización F es la primitiva de $f(x)$.

$$F(x) = \int f(x) dx = \int 0,02x^2 + 1 dx = 0,02 \frac{x^3}{3} + x + K$$

Determinamos el valor de K utilizando que en el momento inicial la cotización era de 5 por lo que se debe cumplir: $F(0) = 5$.

$$\left. \begin{array}{l} F(x) = 0,02 \frac{x^3}{3} + x + K \\ F(0) = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow 0,02 \frac{0^3}{3} + 0 + K = 5 \Rightarrow \boxed{K = 5}$$

La función cotización es $F(x) = \frac{0,02}{3} x^3 + x + 5$.

- b) Obtenemos la expresión de la función g .

$$\left. \begin{array}{l} g(x) = f(x) - 9 \\ f(x) = 0,02x^2 + 1 \end{array} \right\} \Rightarrow g(x) = 0,02x^2 + 1 - 9 = 0,02x^2 - 8$$

Esta función es polinómica de segundo grado por lo que su dominio es todo $\mathbb{R}$. Además, es continua en todo su dominio.

Su gráfica es una parábola. No presenta asíntotas de ningún tipo.

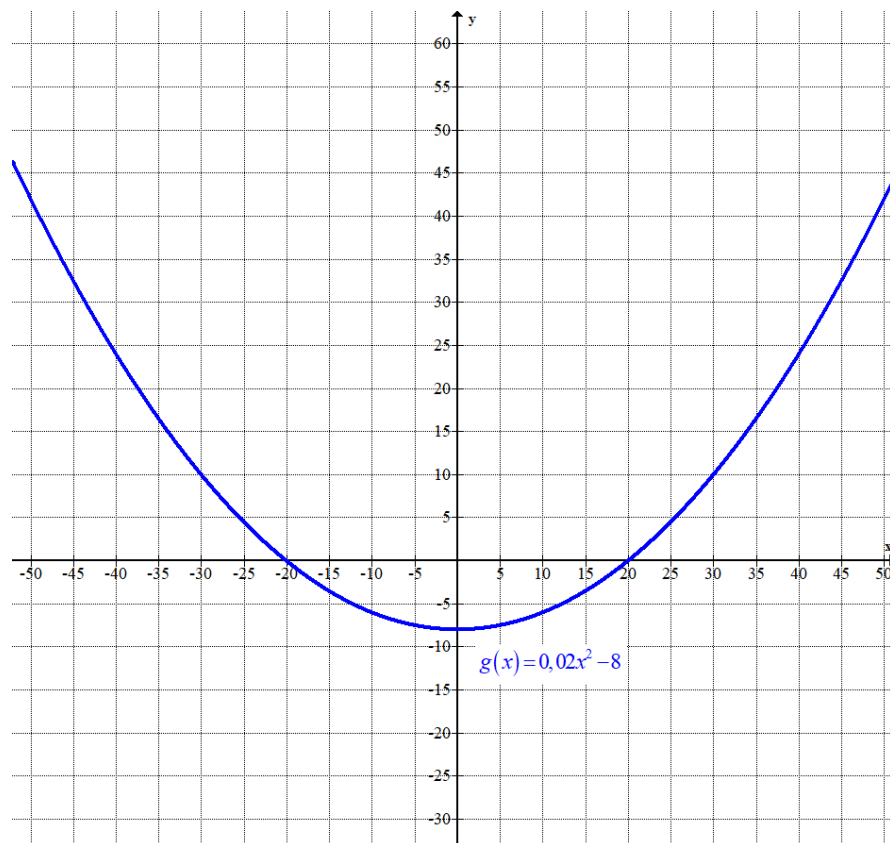
Hallamos su vértice o mínimo de la función.

$$\left. \begin{array}{l} g(x) = 0,02x^2 - 8 \Rightarrow g'(x) = 0,04x \\ g'(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0,04x = 0 \Rightarrow x = 0$$

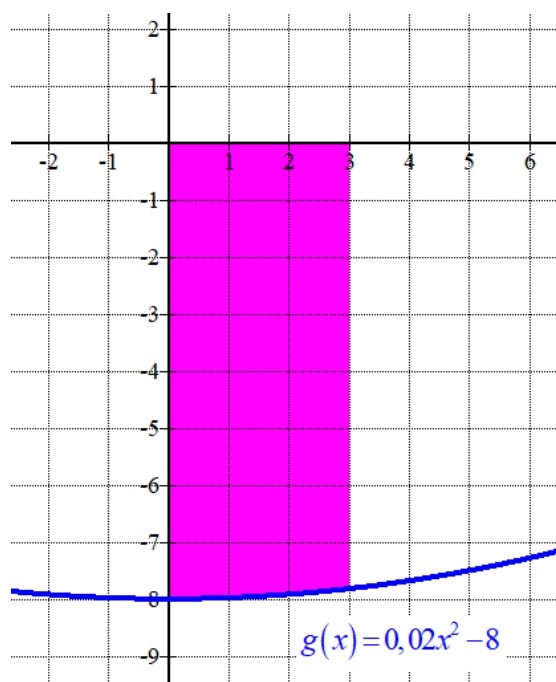
Como $g''(x) = 0,04 \Rightarrow g''(0) = 0,04 > 0$ la función tiene un mínimo relativo en $x = 0$.

Hacemos una tabla de valores y dibujamos su gráfica.

x	$g(x) = 0,02x^2 - 8$
-20	0
-10	-6
0	-8
10	-6
20	0



Nos piden hallar el área de la región coloreada del dibujo.



Calculamos la integral definida entre 0 y 3 de la función g .

$$\int_0^3 g(x) dx = \int_0^3 0.02x^2 - 8 dx = \left[0.02 \frac{x^3}{3} - 8x \right]_0^3 = \left[0.02 \frac{3^3}{3} - 24 \right] - \left[0.02 \frac{0^3}{3} - 0 \right] = -23.82$$

El área de la región indicada tiene un valor de 23.82 unidades cuadradas.

3. En el almacén de un supermercado hay 400 tetrabriks de leche de la marca A y 100 de la marca B. Además, se sabe que el 5% de los tetrabriks de la marca A están caducados, así como el 10% de los tetrabriks de la marca B. Si se elige un tetrabrik de leche al azar de esos 500 tetrabriks que hay en el almacén, se pide:

- a) [1 punto] Determinar la probabilidad de que sea de la marca B y no esté caducado.
b) [1 punto] Determinar la probabilidad de que sea de la marca B o esté caducado.

El 5% de los tetrabriks de la marca A (400) están caducados, por lo que $0.05 \cdot 400 = 20$ tetrabriks de la marca A están caducados. Hay $400 - 20 = 380$ tetrabriks de la marca A que no están caducados.

El 10% de los tetrabriks de la marca B (100) están caducados, por lo que hay $0.10 \cdot 100 = 10$ tetrabriks de la marca B que están caducados. Hay $100 - 10 = 90$ tetrabriks de la marca B que no están caducados.

- a) De un total de $400 + 100 = 500$ tetrabriks hay 90 que son de la marca B y no están caducados.

Aplicando la regla de Laplace la probabilidad de que al elegir un tetrabrik sea de la marca B y no esté caducado tiene un valor de $\frac{90}{500} = 0.18$.

- b) De un total de 500 tetrabriks hay 100 de la marca B y otros 20 de la marca A que están caducados. Aplicamos la regla de Laplace y la probabilidad de que al elegir un tetrabrik sea

de la marca B o esté caducado tiene un valor de $\frac{100 + 20}{500} = 0.24$.

4. Para hacer un estudio sobre el uso de las nuevas tecnologías (NT) por parte de los adolescentes, se tomó una muestra aleatoria de 100 adolescentes, de los cuales 10 respondieron que las usaban 4 horas a la semana, 15 que las usaban 5 horas por semana, 20 que las usaban 7 horas por semana y otros 20 que las usaban 8 horas por semana, 15 adolescentes dijeron que las usaban 9 horas a la semana, 10 que las usaban 10 horas y otros 10 que las usaban 15 horas. Se supone además que el tiempo que dedican semanalmente a las nuevas tecnologías los adolescentes sigue una distribución normal con desviación típica 1,7 horas.

a) [1 punto] Construye, a partir de estos datos, un intervalo de confianza para el tiempo medio semanal dedicado a las NT por los adolescentes, al 90% de confianza.

b) [1 punto] Construye, a partir de estos datos, un intervalo de confianza para la proporción de adolescentes que usan las nuevas tecnologías más de 6 horas a la semana, al 90% de confianza. (Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)

a) Sea X = Número de horas semanales que un adolescente dedica a las nuevas tecnologías. Sabemos que $X = N(\mu, 1.7)$

Determinamos la media muestral a partir de los resultados dados en el ejercicio. Para ello construimos una tabla.

Nº horas semanales	4	5	7	8	9	10	15	
Nº de adolescentes	10	15	20	20	15	10	10	$N = 100$
$x_i \cdot f_i$	40	75	140	160	135	100	150	800

La media muestral es la suma total de horas dividido entre el número total de adolescentes.

$$\bar{x} = \frac{800}{100} = 8 \text{ horas semanales}$$

Para un nivel de confianza del 90% obtenemos el valor de $z_{\alpha/2}$.



$$1 - \alpha = 0,90 \rightarrow \alpha = 0,10 \rightarrow \alpha/2 = 0,05 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.64$$

El error del intervalo de confianza es

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow E = 1.64 \cdot \frac{1.7}{\sqrt{100}} = 0.2788 \text{ horas}$$

El intervalo de confianza para la media de la población es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (8 - 0.2788, 8 + 0.2788) = (7.7212, 8.2788)$$

Por lo tanto, tenemos una confianza del 90% de que el uso medio semanal de las NT está entre 7.72 y 8.28 horas.

- b) De los 100 adolescentes de la muestra hay $20 + 20 + 15 + 10 + 10 = 75$ adolescentes que las usaron más de 6 horas. La proporción de adolescentes de la muestra que utilizaron las nuevas tecnologías más de 6 horas a la semana es $p = \frac{75}{100} = 0.75$.

El valor de $z_{\alpha/2}$ para un nivel de confianza del 90% es $z_{\alpha/2} = 1.64$.

Determinamos el error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 1.64 \cdot \sqrt{\frac{0.75 \cdot 0.25}{100}} \approx 0.071 \text{ horas}$$

, por lo que el intervalo de confianza es:

$$(p - Error, p + Error) = (0.75 - 0.071, 0.75 + 0.071) = (0.679, 0.821)$$

Tenemos una confianza del 90% de que el porcentaje de adolescentes que dedican más de seis horas semanales a las NT está entre el 67.9% y el 82.1%.