



Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

Prueba de evaluación de Bachillerato para el
acceso a la Universidad (EBAU)
Curso 2016-2017

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

El examen presenta dos opciones: A y B. Elige una de ellas y responde **razonadamente** a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción.

OPCIÓN A

1. Una persona compró acciones de dos compañías A y B a un precio de 1 y m euros la acción, respectivamente. El importe total de la compra fue de 90 euros y el número total de acciones compradas fue de 47 acciones.

- a) [1 punto] Plantea un sistema de ecuaciones (en función de m) donde las incógnitas x e y sean el número de acciones compradas de cada compañía.
- b) [2 puntos] ¿Para qué valores de m el sistema anterior tiene solución? En caso de existir solución, ¿es siempre única? ¿Qué cantidad de acciones de la compañía B habría comprado si cada una costase a 2 euros?

2. El salario de un trabajador durante los primeros tres años en determinada empresa se ajusta a la siguiente función, donde x representa el tiempo, en años, que lleva contratado:

$$f(x) = \begin{cases} 1500 & \text{si } 0 \leq x < 1, \\ 1300 + 200x & \text{si } 1 \leq x < 2, \\ -x^2 + 5.5x + 1693 & \text{si } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

- a) [0,75 puntos] ¿Es continua para $x = 2$?
- b) [2,25 puntos] Estudia y representa la función f , ¿En qué momento el trabajador cobra más? ¿y menos?

3. En una fábrica el 40% de la producción es realizada por la línea A y el 60% restante por la línea B. De las piezas fabricadas por la línea A, el 5% son defectuosas, mientras que de las fabricadas por la línea B solo el 2% son defectuosas.

- a) [1 punto] ¿Cuál es el porcentaje de piezas defectuosas de las producidas en dicha fábrica?
- b) [1 punto] Si una pieza elegida al azar es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido producida por la línea A?

4. En una muestra aleatoria de 250 personas en edad laboral de una determinada zona se encuentra que 35 de ellas están en paro.

- a) [1 punto] Halla, con un nivel de confianza del 95%, un intervalo para estimar la proporción de personas en paro en esa zona.
- b) [1 punto] En el intervalo anterior, ¿cuánto vale el error de estimación? Considerando dicha muestra, ¿qué le ocurriría al error de estimación si disminuye el nivel de confianza?

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)



Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

Prueba de evaluación de Bachillerato para el
acceso a la Universidad (EBAU)
Curso 2016-2017

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

El examen presenta dos opciones: A y B. Elige una de ellas y responde razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción.

OPCIÓN B

1. Un centro comercial tiene en existencias 750 reproductores de DVD en el almacén A y otros 600 en el almacén B. Si se quiere tener al menos 900 reproductores en tienda,

- a) [2 puntos] ¿Cuántas unidades se podrían enviar desde cada almacén? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían enviar 400 unidades desde cada almacén?
- b) [1 punto] Si los costes unitarios de envío son 0,30 euros por unidad para el almacén A y 0,25 euros por unidad para el almacén B, ¿cuántas unidades se deben enviar desde cada almacén para minimizar el coste de transporte? ¿a cuánto ascendería dicho coste?

2. Si x representa el volumen de producción de una fábrica, el coste marginal de la misma viene dado por la función $f(x) = 5 + 6x + 24x^2$. Se pide:

- a) [0,75 puntos] Encontrar la función del coste total F , si se sabe que dicha función viene dada por la primitiva F de f que verifica que $F(2) = 90$.
- b) [2,25 puntos] Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 0$ y $x = 2$.

3. En una empresa se sabe que el 80% de sus trabajadores son de nacionalidad española y el resto no. También se sabe que el 30% de sus trabajadores son mujeres de nacionalidad española. Se elige una persona al azar de dicha empresa.

- a) [1 punto] Si es de nacionalidad española, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?
- b) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y de nacionalidad española?

4. Se considera una muestra aleatoria de 81 personas del mismo rango de edad de la ciudad A para las que el rendimiento medio de un test conductual ha sido de 16,8 puntos. Se supone además que el rendimiento sigue una distribución normal con una desviación típica de 4,2 puntos.

- a) [1 punto] Construir un intervalo de confianza para el rendimiento medio de las personas de ese rango de edad en esa ciudad, al 99% de confianza.
- b) [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el verdadero rendimiento medio a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 1,5 puntos y un nivel de confianza del 99%?

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)

SOLUCIONES**OPCIÓN A**

1. Una persona compró acciones de dos compañías A y B a un precio de 1 y m euros la acción, respectivamente. El importe total de la compra fue de 90 euros y el número total de acciones compradas fue de 47 acciones.

- a) [**1 punto**] Plantea un sistema de ecuaciones (en función de m) donde las incógnitas x e y sean el número de acciones compradas de cada compañía.
- b) [**2 puntos**] ¿Para qué valores de m el sistema anterior tiene solución? En caso de existir solución, ¿es siempre única? ¿Qué cantidad de acciones de la compañía B habría comprado si cada una costase a 2 euros?

a) A partir de la información del problema obtenemos las ecuaciones.

Una persona compró acciones de dos compañías A y B a un precio de 1 y m euros la acción, respectivamente. El importe total de la compra fue de 90 euros $\rightarrow x + my = 90$.

El número total de acciones compradas fue de 47 acciones $\rightarrow x + y = 47$.

Reunimos las ecuaciones en un sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x + my = 90 \\ x + y = 47 \end{array} \right\}$$

b) Intentamos resolver el sistema.

$$\left. \begin{array}{l} x + my = 90 \\ x + y = 47 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + my = 90 \\ x = 47 - y \end{array} \right\} \Rightarrow 47 - y + my = 90 \Rightarrow (m-1)y = 43$$

Podemos seguir resolviendo el sistema y obtener su solución si $m-1 \neq 0$.

Nos surgen dos situaciones distintas que analizamos por separado.

Si $m-1 \neq 0$ podemos despejar y obtener el valor de y . Podemos resolver el sistema y obtener la solución del problema (solución única).

Si $m-1=0$ no podemos terminar de resolver el sistema. Vemos como queda el sistema para

$m=1$: $\left. \begin{array}{l} x + y = 90 \\ x + y = 47 \end{array} \right\}$. Este sistema no tiene solución pues son dos ecuaciones con el primer miembro igual pero el segundo distinto.

El sistema tiene solución para cualquier valor de m distinto de 1. Dicha solución es única.

Si $m=2$ hemos visto que el sistema tiene solución. Lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y = 90 \\ x + y = 47 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + 2y = 90 \\ x = 47 - y \end{array} \right\} \Rightarrow 47 - y + 2y = 90 \Rightarrow \boxed{y = 43} \Rightarrow \boxed{x = 47 - 43 = 4}$$

Si las acciones de la compañía B costasen a 2 € habría comprado 43 acciones de dicha compañía.

2. El salario de un trabajador durante los primeros tres años en determinada empresa se ajusta a la siguiente función, donde x representa el tiempo, en años, que lleva contratado:

$$f(x) = \begin{cases} 1500 & \text{si } 0 \leq x < 1, \\ 1300 + 200x & \text{si } 1 \leq x < 2, \\ -x^2 + 5.5x + 1693 & \text{si } 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

a) [0,75 puntos] ¿Es continua para $x = 2$?

b) [2,25 puntos] Estudia y representa la función f , ¿En qué momento el trabajador cobra más? ¿y menos?

a) Estudiamos la continuidad de la función en $x = 2$.

$$\left. \begin{aligned} f(2) &= -2^2 + 5.5 \cdot 2 + 1693 = 1700 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} 1300 + 200x = 1300 + 200 \cdot 2 = 1700 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} -x^2 + 5.5x + 1693 = 1700 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1700$$

La función $f(x)$ es continua en $x = 2$.

b) Averiguamos si la función es continua en $x = 1$.

$$\left. \begin{aligned} f(1) &= 1300 + 200 = 1500 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} 1500 = 1500 \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} 1300 + 200x = 1500 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1500$$

La función es continua en $x = 1$, por lo que es continua en todo su dominio $[0, 3]$.

La función $f(x)$ es una función a trozos.

En el intervalo $[0, 1)$ es una función constante: $f(x) = 1500$.

En el intervalo $(1, 2)$ es una función lineal: $f(x) = 1300 + 200x$. Su gráfica es una línea recta creciente pues su derivada es $f'(x) = 200 > 0$.

En el intervalo $(2, 3)$ es un trozo de parábola: $f(x) = -x^2 + 5.5x + 1693$. Es continua.

Estudiamos su monotonía usando la derivada.

$$\left. \begin{aligned} f'(x) &= -2x + 5.5 \\ f'(x) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -2x + 5.5 = 0 \Rightarrow x = \frac{5.5}{2} = 2.75$$

$$(2, 2.75) \Rightarrow f'(2.5) = -2 \cdot 2.5 + 5.5 = 0.5 > 0 \Rightarrow \text{Creciente}$$

$$(2.75, 3) \Rightarrow f'(2.8) = -2 \cdot 2.8 + 5.5 = -0.1 < 0 \Rightarrow \text{Decreciente}$$

La función es constante en $[0, 1)$, creciente en $(1, 2.75)$ y decreciente en $(2.75, 3]$.

La función tiene un máximo relativo en $x = 2.75$.

Hacemos una tabla de valores y representamos su gráfica.

si $0 \leq x < 1$

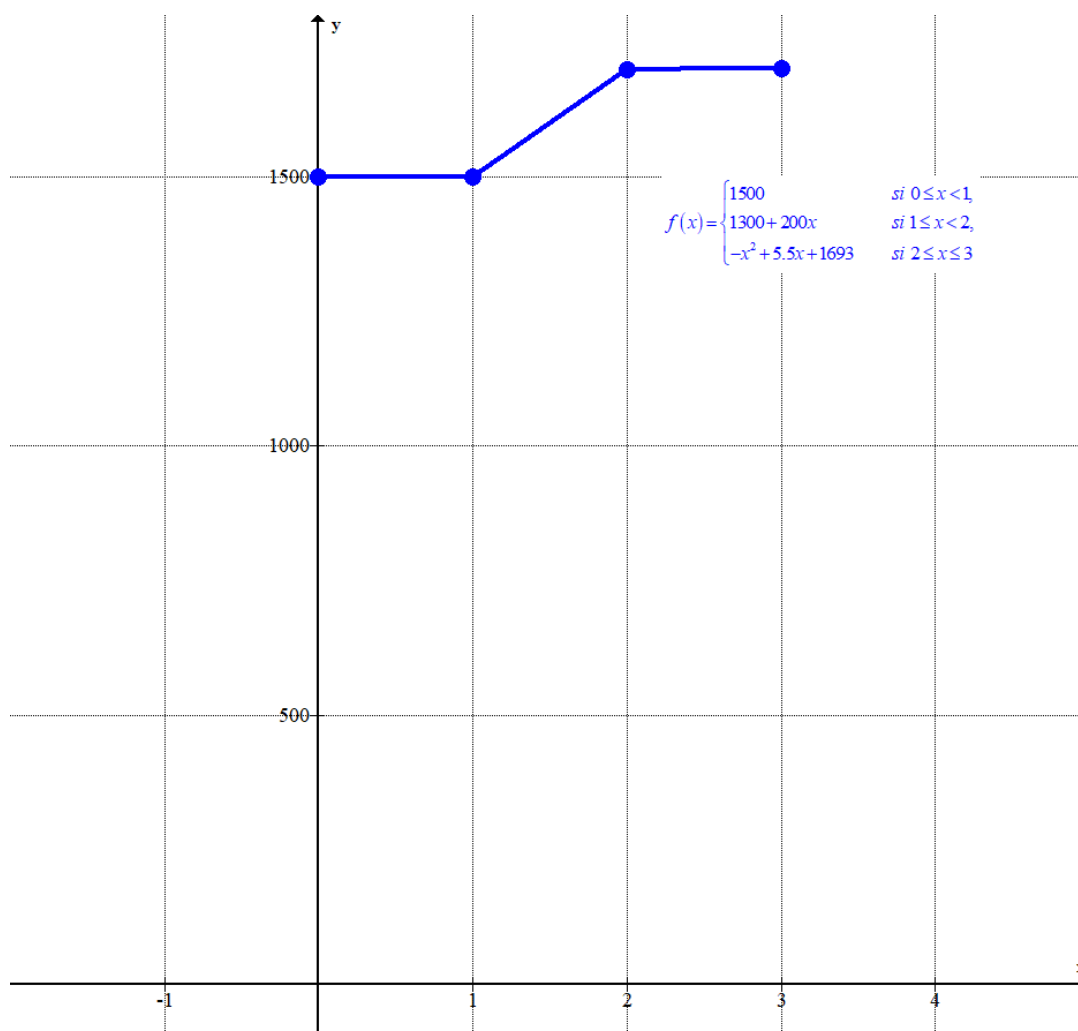
x	$f(x) = 1500$
0	1500
0.5	1500

si $1 \leq x < 2$

x	$f(x) = 1300 + 200x$
1	1500
1.5	1600

si $2 \leq x \leq 3$

x	$f(x) = -x^2 + 5.5x + 1693$
2	1700
2.75	1700.5625
3	1700.5



Es difícil de apreciar en la gráfica de la función, pero con el estudio previo y lo que observamos en la gráfica podemos decir que el trabajador cobra más a los 2.75 años. Y cobra menos durante el primer año.

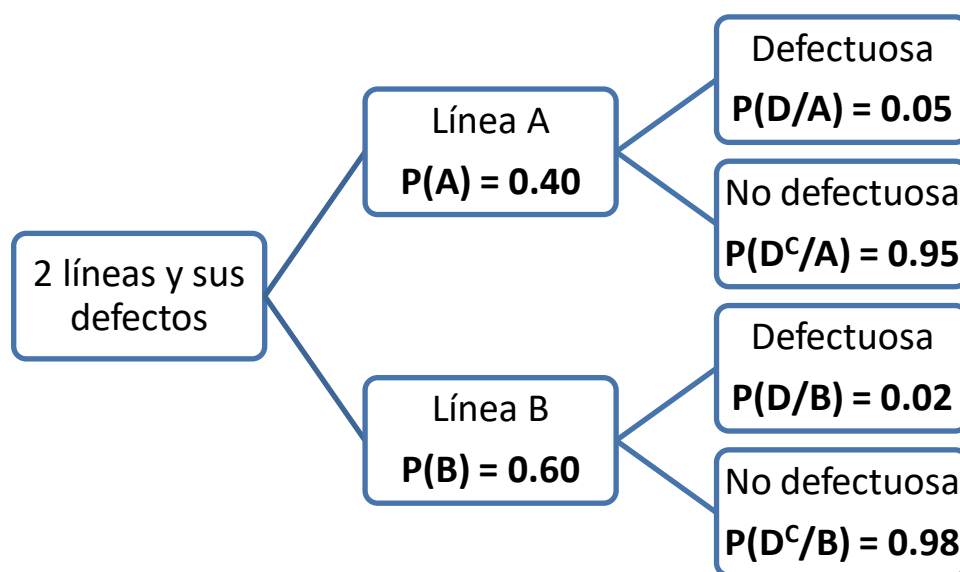
El tercer trozo en la gráfica (entre 2 y 3) puede parecer una línea recta pero es una curva cóncava con máximo relativo y absoluto de la función en $x = 2.75$.

3. En una fábrica el 40% de la producción es realizada por la línea A y el 60% restante por la línea B. De las piezas fabricadas por la línea A, el 5% son defectuosas, mientras que de las fabricadas por la línea B solo el 2% son defectuosas.

- a) [1 punto] ¿Cuál es el porcentaje de piezas defectuosas de las producidas en dicha fábrica?
- b) [1 punto] Si una pieza elegida al azar es defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido producida por la línea A?

Realizamos un diagrama de árbol que nos permite organizar toda la información proporcionada y obtener la información que viene implícita en el enunciado.

Llamamos A y B a “la pieza es producida por la línea A o B, respectivamente” y D a “la pieza es defectuosa”.



- a) Nos piden calcular $P(D)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(D) = P(A)P(D/A) + P(B)P(D/B) = 0.4 \cdot 0.05 + 0.6 \cdot 0.02 = \boxed{0.032}$$

El porcentaje de piezas defectuosas de las producidas en dicha fábrica es del 3.2 %.

- b) Nos piden calcular $P(A/D)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(A/D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(A)P(D/A)}{0.032} = \frac{0.4 \cdot 0.05}{0.032} = \boxed{0.625}$$

4. En una muestra aleatoria de 250 personas en edad laboral de una determinada zona se encuentra que 35 de ellas están en paro.

a) [1 punto] Halla, con un nivel de confianza del 95%, un intervalo para estimar la proporción de personas en paro en esa zona.

b) [1 punto] En el intervalo anterior, ¿cuánto vale el error de estimación? Considerando dicha muestra, ¿qué le ocurriría al error de estimación si disminuye el nivel de confianza?

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)

a) El tamaño muestral es $n = 250$ personas y la proporción muestral es $p = \frac{35}{250} = 0,14$.

Para un nivel de confianza del 95% obtenemos el valor de $z_{\alpha/2}$.



$$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow \alpha/2 = 0,025 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

Determinamos el error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{0,14 \cdot 0,86}{250}} \approx 0,043$$

, por lo que el intervalo de confianza es:

$$(p - Error, p + Error) = (0,14 - 0,043, 0,14 + 0,043) = (0,097, 0,183)$$

Tenemos una confianza del 95% de que el porcentaje de personas en paro está entre el 9.7% y el 18.3%.

b) El error de estimación obtenido en el apartado anterior tiene un valor aproximado de 0.043.

Si el nivel de confianza disminuyese, el valor de $z_{\alpha/2}$ también disminuiría y, por tanto, el error de estimación sería más pequeño.

OPCIÓN B

- 1.** Un centro comercial tiene en existencias 750 reproductores de DVD en el almacén A y otros 600 en el almacén B. Si se quiere tener al menos 900 reproductores en tienda,
- a) [2 puntos] ¿Cuántas unidades se podrían enviar desde cada almacén? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían enviar 400 unidades desde cada almacén?
- b) [1 punto] Si los costes unitarios de envío son 0,30 euros por unidad para el almacén A y 0,25 euros por unidad para el almacén B, ¿cuántas unidades se deben enviar desde cada almacén para minimizar el coste de transporte? ¿a cuánto ascendería dicho coste?

- a) Denominamos por “ x ” e “ y ” al número de reproductores de DVD que llegan a tienda desde el almacén A o B, respectivamente.

Obtenemos las inecuaciones que definen las restricciones del problema.

“Un centro comercial tiene en existencias 750 reproductores de DVD en el almacén A y otros 600 en el almacén B” $\rightarrow x \leq 750; y \leq 600$.

“Se quiere tener al menos 900 reproductores en tienda” $\rightarrow x + y \geq 900$.

Además, estos valores son enteros y positivos $\rightarrow x \geq 0 \quad y \geq 0$

Reunimos estas inecuaciones en un sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x \leq 750 \\ y \leq 600 \\ x + y \geq 900 \\ x \geq 0 \quad y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Dibujamos las rectas asociadas a cada inecuación y localizamos la región factible o región del plano cuyos puntos cumplen todas estas inecuaciones.

$$x = 750$$

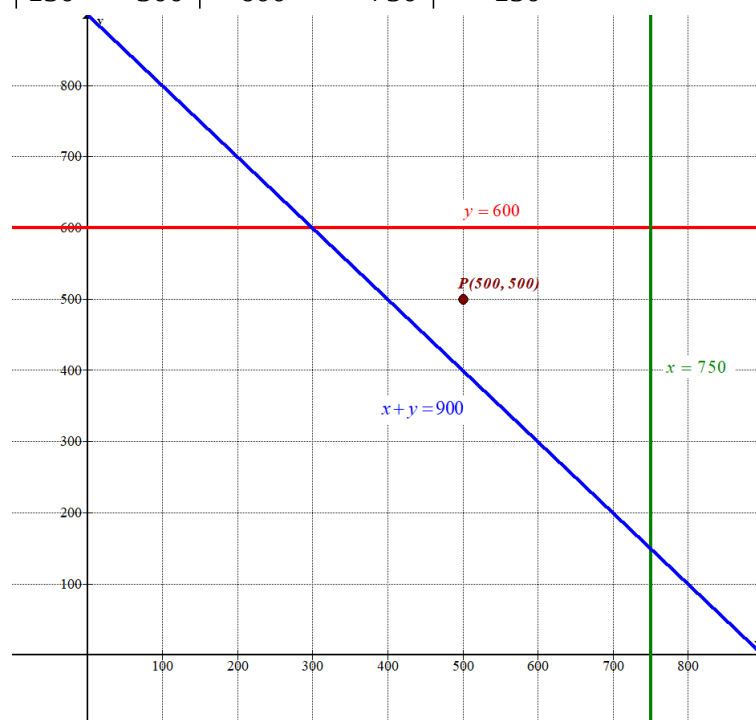
$$y = 600$$

$$x + y = 900$$

$$x \geq 0 \quad y \geq 0$$

$x = 750$	y	x	$y = 600$	x	$y = 900 - x$
750	0	0	600	300	600
750	150	300	600	750	150

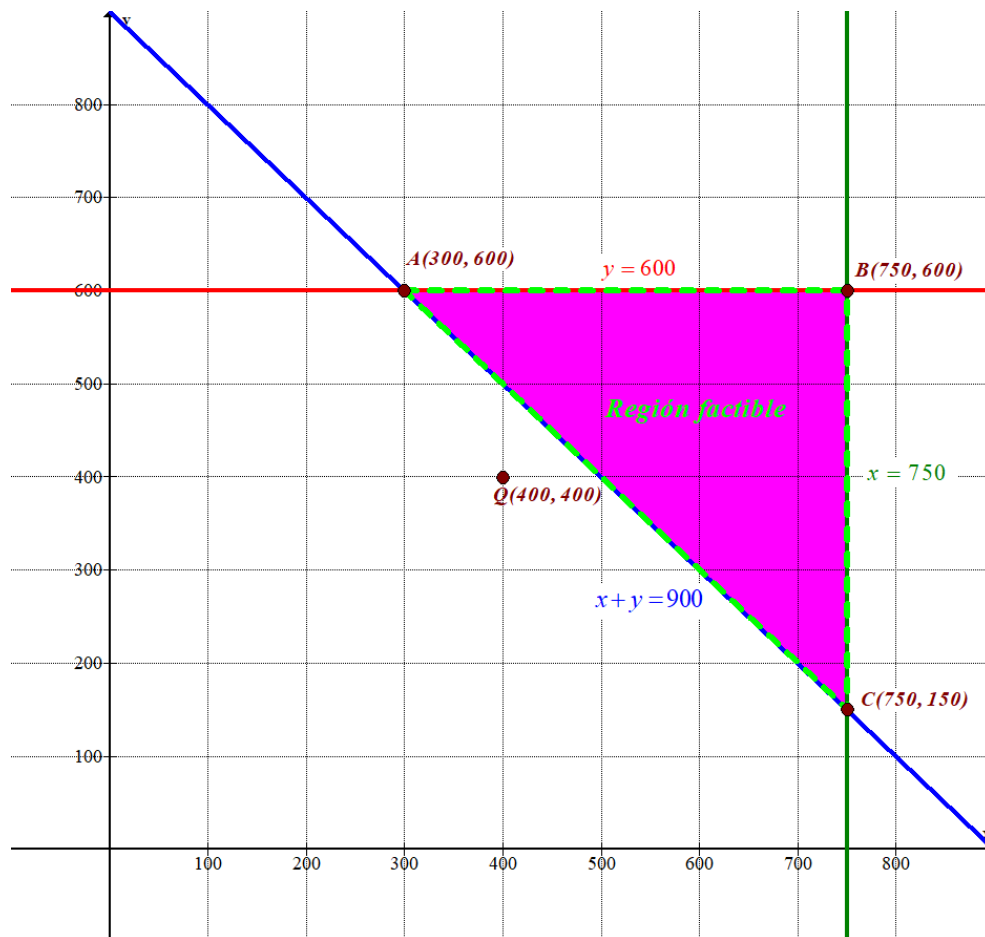
Primer
cuadrante



Comprobamos si el punto $P(500, 500)$ cumple todos los condicionantes.

$$\left. \begin{array}{l} 500 \leq 750 \\ 500 \leq 600 \\ 500 + 500 \geq 900 \\ 500 \geq 0 \quad 500 \geq 0 \end{array} \right\}$$

Se cumplen todas las inecuaciones, la región factible es la región del plano a la que pertenece el punto P . Es la zona rayada del dibujo.



Observamos que el punto $Q(400, 400)$ no pertenece a la región factible.

Enviar 400 unidades desde cada almacén no cumple las restricciones. Evidentemente si mandas 400 unidades desde cada almacén no llegas a las 900 unidades que se deben tener en tienda como mínimo.

b) El coste de transporte de los reproductores viene expresado como $C(x, y) = 0.3x + 0.25y$.

Valoramos el coste en cada uno de los vértices de la región factible en busca del mínimo.

$$A(300, 600) \rightarrow C(300, 600) = 0.3 \cdot 300 + 0.25 \cdot 600 = 240 \text{ ¡Mínimo!}$$

$$B(750, 600) \rightarrow C(750, 600) = 0.3 \cdot 750 + 0.25 \cdot 600 = 375$$

$$C(750, 150) \rightarrow C(750, 150) = 0.3 \cdot 750 + 0.25 \cdot 150 = 262.5$$

El mínimo coste que se puede conseguir es de 240 € con el transporte de 300 unidades desde el almacén A y 600 desde el almacén B.

2. Si x representa el volumen de producción de una fábrica, el coste marginal de la misma viene dado por la función $f(x) = 5 + 6x + 24x^2$. Se pide:

a) [0,75 puntos] Encontrar la función del coste total F , si se sabe que dicha función viene dada por la primitiva F de f que verifica que $F(2) = 90$.

b) [2,25 puntos] Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 0$ y $x = 2$.

a) Calculamos la integral indefinida de la función.

$$F(x) = \int f(x) dx = \int 5 + 6x + 24x^2 dx = 5x + 3x^2 + 8x^3 + K$$

Obtenemos el valor de K sabiendo que $F(2) = 90$.

$$\left. \begin{array}{l} F(x) = 5x + 3x^2 + 8x^3 + K \\ F(2) = 90 \end{array} \right\} \Rightarrow 5 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2^3 + K = 90 \Rightarrow 86 + K = 90 \Rightarrow K = 4$$

La primitiva F de f verificando $F(2) = 90$ tiene la expresión $F(x) = 5x + 3x^2 + 8x^3 + 4$.

b) La función es polinómica, por lo que su dominio es $\mathbb{R}$.

La función es continua en todo su dominio.

La función no tiene asíntotas.

Hallamos los puntos de corte con el eje OX .

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 5 + 6x + 24x^2 \\ \text{Eje } OX \rightarrow y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 5 + 6x + 24x^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 480}}{48} = \frac{-6 \pm \sqrt{-444}}{48}$$

La función no corta el eje OX .

Hallamos los puntos de corte con el eje OY .

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 5 + 6x + 24x^2 \\ \text{Eje } OY \rightarrow x = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f(0) = 5 \Rightarrow A(0, 5)$$

Estudiamos sus intervalos de crecimiento y decrecimiento. Averiguamos cuando se anula la derivada (puntos críticos).

$$f(x) = 5 + 6x + 24x^2 \Rightarrow f'(x) = 6 + 48x$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 6 + 48x = 0 \Rightarrow 48x = -6 \Rightarrow x = \frac{-6}{48} = \frac{-1}{8}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes y después de este punto crítico.

- En el intervalo $(-\infty, -0.125)$ tomamos $x = -1$ y la derivada vale

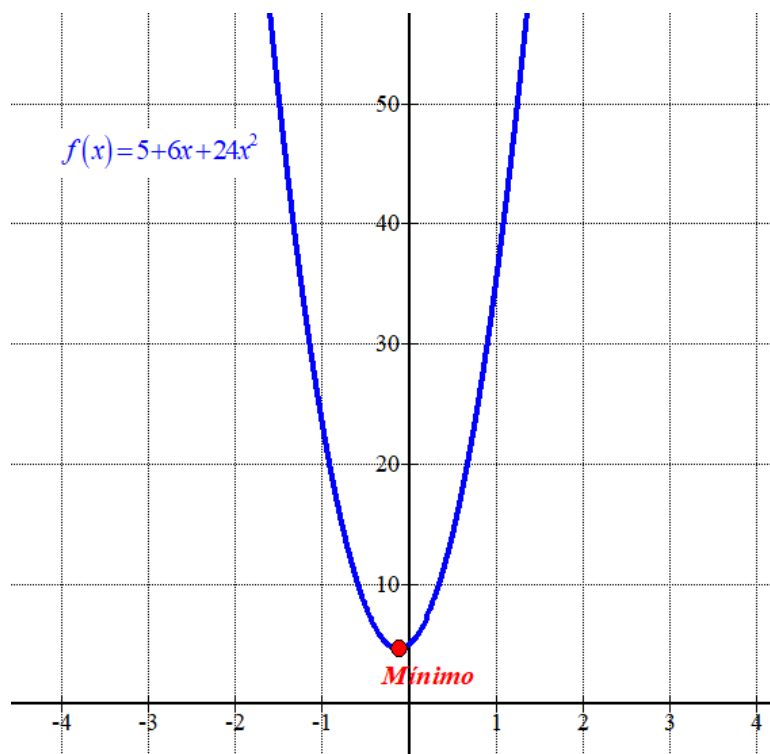
$$f'(-1) = 6 - 48 = -42 < 0. \text{ La función decrece en el intervalo } (-\infty, -0.125).$$

- En el intervalo $(-0.125, +\infty)$ tomamos $x = 0$ y la derivada vale $f'(0) = 6 > 0$. La función crece en el intervalo $(-0.125, +\infty)$.

La función decrece en $(-\infty, -0.125)$ y crece en $(-0.125, +\infty)$. La función tiene un mínimo relativo en $x = -0.125$.

Hacemos una tabla de valores y dibujamos la gráfica de la función.

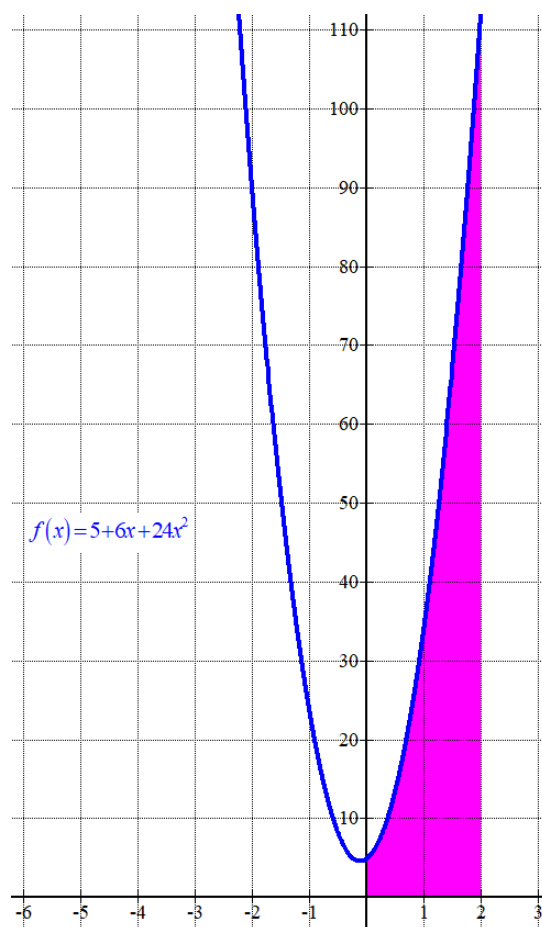
x	$f(x) = 5 + 6x + 24x^2$
-2	89
-1	23
-0.125	4.625
0	5
1	35



La región del plano limitada por la curva y el eje X entre $x=0$ y $x=2$ la coloreamos en el siguiente dibujo. El valor de esta área lo obtenemos como la integral definida entre 0 y 2 de la función.

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \int_0^2 5 + 6x + 24x^2 dx = \left[5x + 3x^2 + 8x^3 \right]_0^2 = \\ &= \left[5 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2^3 \right] - \left[5 \cdot 0 + 3 \cdot 0^2 + 8 \cdot 0^3 \right] = \boxed{86 u^2} \end{aligned}$$

El área de la región del plano limitada por la curva y el eje X entre $x=0$ y $x=2$ tiene un valor de 86 unidades cuadradas.



3. En una empresa se sabe que el 80% de sus trabajadores son de nacionalidad española y el resto no. También se sabe que el 30% de sus trabajadores son mujeres de nacionalidad española. Se elige una persona al azar de dicha empresa.

a) [1 punto] Si es de nacionalidad española, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

b) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que sea hombre y de nacionalidad española?

Llamamos A al suceso “ser de nacionalidad española” y M a “ser mujer”.

Sabemos que $P(A) = 0.80$ y $P(A \cap M) = 0.3$.

a) Nos piden calcular $P(M / A)$. Usamos el teorema de Bayes.

$$P(M / A) = \frac{P(M \cap A)}{P(A)} = \frac{0.3}{0.8} = \frac{3}{8} = \boxed{0.375}$$

b) Nos piden calcular $P(\overline{M} \cap A)$. Sabemos que $P(A) = P(M \cap A) + P(\overline{M} \cap A)$.

$$P(A) = P(M \cap A) + P(\overline{M} \cap A) \Rightarrow 0.8 = 0.3 + P(\overline{M} \cap A) \Rightarrow \boxed{P(\overline{M} \cap A) = 0.5}$$

4. Se considera una muestra aleatoria de 81 personas del mismo rango de edad de la ciudad A para las que el rendimiento medio de un test conductual ha sido de 16,8 puntos. Se supone además que el rendimiento sigue una distribución normal con una desviación típica de 4,2 puntos.

a) [1 punto] Construir un intervalo de confianza para el rendimiento medio de las personas de ese rango de edad en esa ciudad, al 99% de confianza.

b) [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el verdadero rendimiento medio a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 1,5 puntos y un nivel de confianza del 99%?

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)

X = el rendimiento de un test conductual. $X = N(\mu, 4.2)$

a) La media muestral es $\bar{x} = 16.8$ puntos y el tamaño de la muestra es $n = 81$.

Para un nivel de confianza del 99% obtenemos el valor de $z_{\alpha/2}$.



$$1 - \alpha = 0,99 \rightarrow \alpha = 0,01 \rightarrow \alpha/2 = 0,005 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,995 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2.58$$

El error del intervalo de confianza es

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow E = 2.58 \cdot \frac{4.2}{\sqrt{81}} = 1.204 \text{ puntos}$$

El intervalo de confianza para la media de la población es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (16.8 - 1.204, 16.8 + 1.204) = (15.596, 18.004)$$

Tenemos una confianza del 99% de que el rendimiento medio de un test conductual está entre 15,6 y 18 puntos.

b) Con el mismo nivel de confianza tenemos que $z_{\alpha/2} = 2.58$.

El error del intervalo de confianza debe ser 1.5 puntos por lo que:

$$Error = 1 \Rightarrow z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.5 \Rightarrow 2.58 \cdot \frac{4.2}{\sqrt{n}} = 1.5 \Rightarrow 2.58 \cdot 4.2 = 1.5\sqrt{n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow n = \left(\frac{2.58 \cdot 4.2}{1.5} \right)^2 = 52.186$$

A partir de una muestra de 53 personas el error del intervalo de confianza es menor de 1.5 puntos.