



Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

Prueba de evaluación de Bachillerato para el
acceso a la Universidad (EBAU)
Curso 2016-2017

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

El examen presenta dos opciones: A y B. Elige una de ellas y responde **razonadamente** a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción.

OPCIÓN A

1. Un librero vende 84 libros a dos precios distintos: unos a $5m$ euros y otros a $4m$ euros, obteniendo por la venta 3105 euros.

a) [1 punto] Plantea un sistema de ecuaciones (en función de m) donde las incógnitas x e y sean el número de libros de cada tipo vendidos.

b) [2 puntos] Basándote en un estudio de la compatibilidad del sistema anterior, ¿es posible que el precio de los libros fuese 45 y 36 euros, respectivamente? Resuelve el sistema para $m = 9$. ¿Cuántos libros vendió de cada tipo?

2. Dada la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$, se pide:

a) [0,75 puntos] Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(2) = 1$.

b) [2,25 puntos] Estudiar y representar la función f . Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 0$ y $x = 2$.

3. El 30% de los estudiantes de un instituto practica fútbol. De entre los que practican fútbol, el 40% practica además baloncesto. De entre los que no practican fútbol, un cuarto practica baloncesto. Elegido un estudiante de ese instituto al azar,

a) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que practique ambos deportes?

b) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que practique el baloncesto?

4. En una piscifactoría se desea estimar el porcentaje de peces pequeños. Para ello, se toma una muestra aleatoria de 700 peces y se encuentra que exactamente 70 de ellos son pequeños.

a) [1 punto] Halla, con un nivel de confianza del 99%, un intervalo para estimar la proporción de peces pequeños en la piscifactoría.

b) [1 punto] En el intervalo anterior, ¿cuánto vale el error de estimación? Considerando dicha muestra, ¿qué le ocurriría al error de estimación si aumentase el nivel de confianza?

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)



Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

Prueba de evaluación de Bachillerato para el
acceso a la Universidad (EBAU)
Curso 2016-2017

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

El examen presenta dos opciones: A y B. Elige una de ellas y responde razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción.

OPCIÓN B

1. Una empresa fabrica dos productos A y B con tres ingredientes distintos I1, I2 e I3. Para fabricar el producto A necesita 3 unidades del ingrediente I1 y 1 unidad del ingrediente I2. Para fabricar el producto B necesita 2 unidades del ingrediente I1 y otras 2 del ingrediente I3. Un día concreto, tiene en el almacén 18 unidades del ingrediente I1, 4 del I2 y 12 del I3. Se sabe además que el beneficio obtenido con cada producto A es de 30 euros y con cada producto B es de 50 euros.

a) [2 puntos] ¿Cuántos productos de tipo A y cuántos de tipo B puede fabricar ese día para cumplir todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían fabricar 2 productos de cada tipo en ese día?

b) [1 punto] ¿Cuántos debe fabricar para maximizar el beneficio? ¿y para maximizar el número total de productos fabricados?

2. La temperatura de un laboratorio se puede relacionar con el tiempo desde que comienza la jornada laboral mediante la siguiente expresión ($f(x)$ representa la temperatura, en grados centígrados, y x es el tiempo transcurrido, en minutos, desde que comienza la jornada laboral):

$$f(x) = 20 - \frac{5}{4x+5}, \quad x \geq 0.$$

a) [2.5 puntos] ¿Disminuye en algún momento la temperatura? Estudia y representa gráficamente la función f .

b) [0.5 puntos] El sistema de aire acondicionado comenzará a funcionar si la temperatura sube de los 21 grados. ¿Se encenderá el sistema de aire acondicionado en algún instante de tiempo?

3. En una empresa, el 30% de los empleados son mujeres y el 70% restante son hombres. De las mujeres, el 80% pasa un determinado test, mientras que del grupo de los hombres, solo el 70% pasa dicho test.

a) [1 punto] Obtener el porcentaje de personas de dicha empresa que pasa el test.

b) [1 punto] Si una persona pasa el test, obtener la probabilidad de que sea mujer.

4. Un consumidor está convencido de que el peso escurrido medio de un producto es menor que el que indican las latas. Para estudiar este hecho, el consumidor toma una muestra aleatoria simple de 100 latas en las que se ha observado un peso escurrido medio de 245 g. Se supone además que el peso escurrido por lata sigue una distribución normal con desviación típica 9 g.

a) [1 punto] Construir un intervalo de confianza para el peso medio escurrido de las latas de ese producto, al 90% de confianza.

b) [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el verdadero peso medio escurrido a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 2 g y un nivel de confianza del 90%?

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)

SOLUCIONES**OPCIÓN A**

1. Un librero vende 84 libros a dos precios distintos: unos a $5m$ euros y otros a $4m$ euros, obteniendo por la venta 3105 euros.

a) **[1 punto]** Plantea un sistema de ecuaciones (en función de m) donde las incógnitas x e y sean el número de libros de cada tipo vendidos.

b) **[2 puntos]** Basándote en un estudio de la compatibilidad del sistema anterior, ¿es posible que el precio de los libros fuese 45 y 36 euros, respectivamente? Resuelve el sistema para $m=9$. ¿Cuántos libros vendió de cada tipo?

a) Llamamos “ x ” al número de libros vendidos a $5m$ euros e “ y ” al número de libros vendidos a $4m$ euros. A partir de la información del problema obtenemos las ecuaciones.

Un librero vende 84 libros $\rightarrow x + y = 84$.

Un librero vende 84 libros a dos precios distintos: unos a $5m$ euros y otros a $4m$ euros, obteniendo por la venta 3105 euros $\rightarrow 5mx + 4my = 3105$.

Reunimos las ecuaciones en un sistema:
$$\left. \begin{array}{l} x + y = 84 \\ 5mx + 4my = 3105 \end{array} \right\}$$

b) La matriz de coeficientes asociada al sistema es $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 5m & 4m \end{pmatrix}$.

El determinante de la matriz de coeficientes es $|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 5m & 4m \end{vmatrix} = 4m - 5m = -m$.

Este determinante es nulo cuando $m = 0$.

Para cualquier valor de m distinto de 0 el determinante es no nulo y el rango de la matriz A es 2, al igual que el rango de la matriz ampliada y el número de incógnitas. El sistema es compatible determinado (solución única) para $m \neq 0$.

Si el precio de los libros fuese 45 y 36 euros entonces $5m = 45 \Rightarrow m = 9$. Como este valor es distinto de cero el sistema tiene solución.

Resolvemos el sistema para $m = 9$.

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 84 \\ 45x + 36y = 3105 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 84 \\ 5x + 4y = 345 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 84 - y \\ 5x + 4y = 345 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5(84 - y) + 4y = 345 \Rightarrow 420 - 5y + 4y = 345 \Rightarrow -y = -75 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y = 75} \Rightarrow \boxed{x = 84 - 75 = 9}$$

Para $m = 9$ el precio de los libros es de 45 y 36 euros. Se venden 9 libros de 45 € y 75 de 36 euros.

2. Dada la función $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$, se pide:

a) [0,75 puntos] Encontrar la primitiva F de f verificando que $F(2) = 1$.

b) [2,25 puntos] Estudiar y representar la función f . Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x = 0$ y $x = 2$.

a) Calculamos la primitiva de la función.

$$F(x) = \int f(x) dx = \int x^3 - 3x^2 + 2x dx = \frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 + K$$

Determinamos el valor de K usando que debe cumplirse $F(2) = 1$.

$$\left. \begin{array}{l} F(2) = 1 \\ F(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 + K \end{array} \right\} \Rightarrow 1 = \frac{2^4}{4} - 2^3 + 2^2 + K \Rightarrow \boxed{1 = K}$$

La primitiva buscada es $F(x) = \frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 + 1$.

b) La función es una función polinómica, por lo que su dominio es $\mathbb{R}$ y es continua en su dominio.

La función no tiene asíntotas.

Estudiamos su monotonía usando la derivada.

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = 3x^2 - 6x + 2 \\ f'(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 3x^2 - 6x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 24}}{2 \cdot 3} = \frac{6 \pm \sqrt{12}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de estos dos puntos críticos.

- En el intervalo $\left(-\infty, 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ tomamos $x = 0$ y la derivada vale

$$f'(0) = 3 \cdot 0^2 - 6 \cdot 0 + 2 = 2 > 0. \text{ La función crece en } \left(-\infty, 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right).$$

- En el intervalo $\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}, 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ tomamos $x = 1$ y la derivada vale

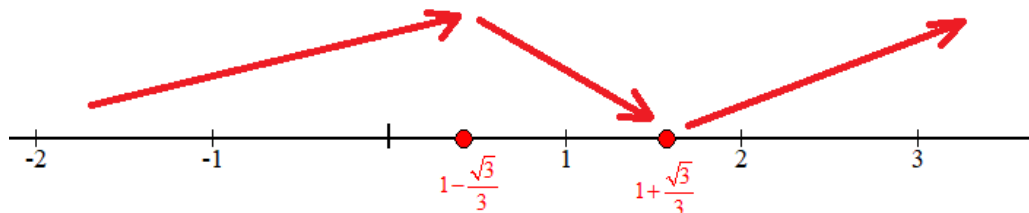
$$f'(1) = 3 \cdot 1^2 - 6 \cdot 1 + 2 = -1 < 0. \text{ La función decrece en } \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}, 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right).$$

- En el intervalo $\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$ tomamos $x = 2$ y la derivada vale

$$f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + 2 = 2 > 0. \text{ La función crece en } \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right).$$

La función es creciente en $\left(-\infty, 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}\right) \cup \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}, +\infty\right)$ y decreciente en $\left(1 - \frac{\sqrt{3}}{3}, 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

La función sigue el esquema siguiente.



La función tiene un máximo relativo en $x = 1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$ y un mínimo relativo en $x = 1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Buscamos el punto de inflexión de la función viendo cuando se anula la derivada segunda.

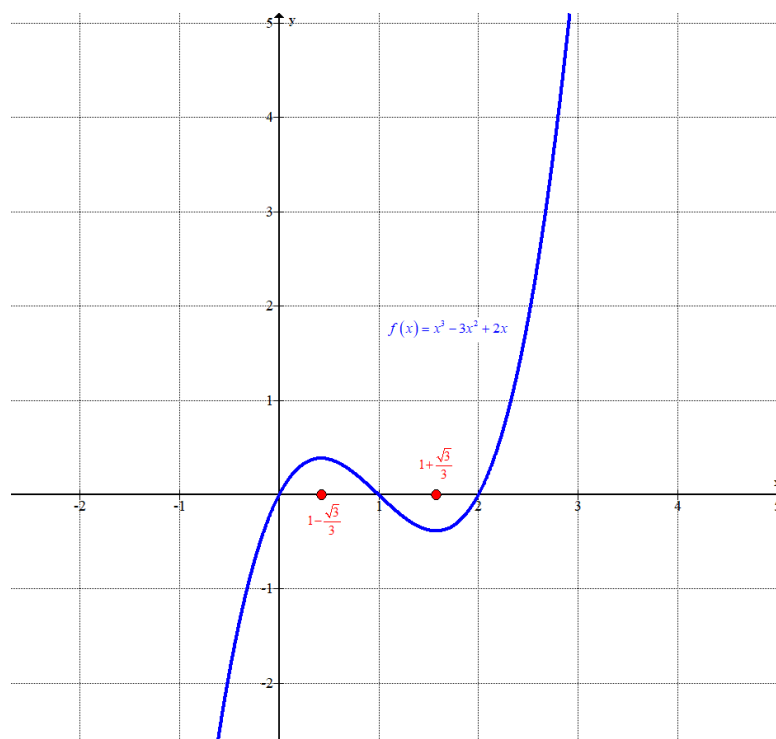
$$\left. \begin{aligned} f'(x) = 3x^2 - 6x + 2 &\rightarrow f''(x) = 6x - 6 \\ f''(x) = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 6x - 6 = 0 \Rightarrow x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$$

$$f'''(x) = 6 \Rightarrow f'''(1) = 6 \neq 0$$

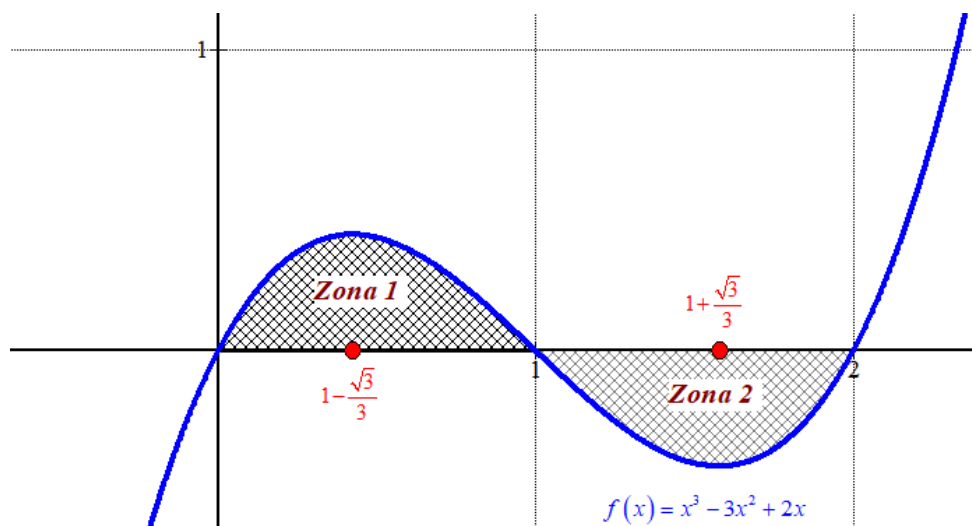
La función tiene un punto de inflexión en $x = 1$.

Hacemos una tabla de valores y representamos su gráfica.

x	$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$
-1	-6
0	0
$1 - \frac{\sqrt{3}}{3}$	0.385
1	0
$1 + \frac{\sqrt{3}}{3}$	-0.385
2	0
5	60



Dibujamos el recinto limitado por la gráfica de la función y el eje X entre 0 y 2.



Observamos que el valor del área va a ser menor de 1 unidad cuadrada.

El área limitada por la curva y el eje X entre $x=0$ y $x=2$ es la suma del valor de la integral definida entre 0 y 1 de la función y el valor absoluto de la integral definida de la función entre 1 y 2.

$$\begin{aligned}
 \text{Área} &= \int_0^1 f(x) dx + \left| \int_1^2 f(x) dx \right| = \int_0^1 x^3 - 3x^2 + 2x dx + \left| \int_1^2 x^3 - 3x^2 + 2x dx \right| = \\
 &= \left[\frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 \right]_0^1 + \left| \left[\frac{x^4}{4} - x^3 + x^2 \right]_1^2 \right| = \left(\left[\frac{1^4}{4} - 1^3 + 1^2 \right] - \left[\frac{0^4}{4} - 0^3 + 0^2 \right] \right) + \\
 &+ \left| \left[\frac{2^4}{4} - 2^3 + 2^2 \right] - \left[\frac{1^4}{4} - 1^3 + 1^2 \right] \right| = \frac{1}{4} + \left| -\frac{1}{4} \right| = \frac{1}{2} = \boxed{0.5 \text{ u}^2}
 \end{aligned}$$

El área limitada por la curva y el eje X entre $x=0$ y $x=2$ tiene un valor de 0.5 unidades cuadradas.

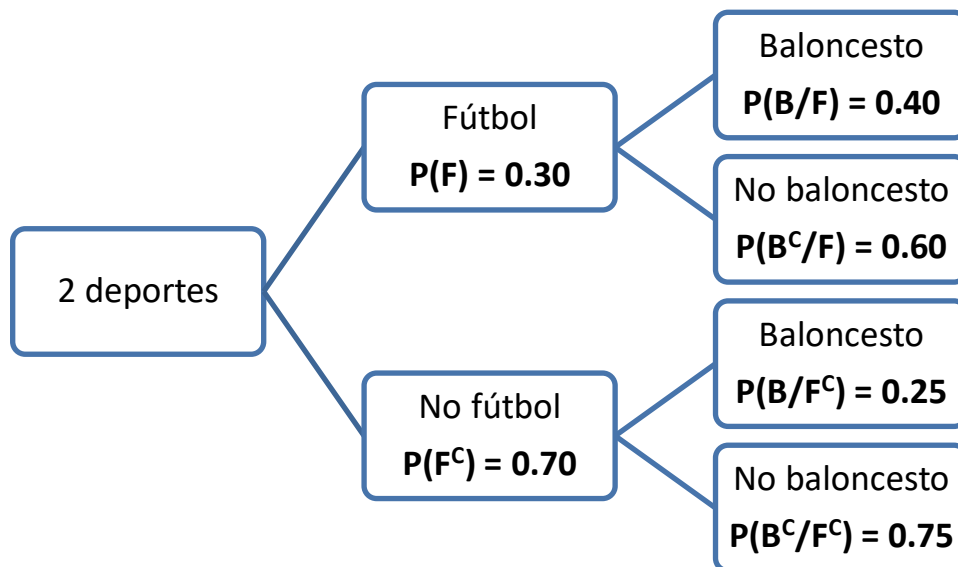
3. El 30% de los estudiantes de un instituto practica fútbol. De entre los que practican fútbol, el 40% practica además baloncesto. De entre los que no practican fútbol, un cuarto practica baloncesto. Elegido un estudiante de ese instituto al azar,

a) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que practique ambos deportes?

b) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que practique el baloncesto?

Realizamos un diagrama de árbol que nos permite organizar toda la información proporcionada y obtener la información que viene implícita en el enunciado.

Llamamos F al suceso “el estudiante practica fútbol” y B a “el estudiante practica baloncesto”.



a) Nos piden calcular $P(F \cap B)$.

$$P(F \cap B) = P(F)P(B/F) = 0.3 \cdot 0.4 = \boxed{0.12}$$

b) Nos piden calcular $P(B)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(B) = P(F)P(B/F) + P(F^c)P(B/F^c) = 0.3 \cdot 0.4 + 0.7 \cdot 0.25 = \boxed{0.295}$$

4. En una piscifactoría se desea estimar el porcentaje de peces pequeños. Para ello, se toma una muestra aleatoria de 700 peces y se encuentra que exactamente 70 de ellos son pequeños.

a) [1 punto] Halla, con un nivel de confianza del 99%, un intervalo para estimar la proporción de peces pequeños en la piscifactoría.

b) [1 punto] En el intervalo anterior, ¿cuánto vale el error de estimación? Considerando dicha muestra, ¿qué le ocurriría al error de estimación si aumentase el nivel de confianza?

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)

a) El tamaño muestral es $n = 700$ personas y la proporción muestral es $p = \frac{70}{700} = 0,1$.

Para un nivel de confianza del 99% obtenemos el valor de $z_{\alpha/2}$.



$$1 - \alpha = 0,99 \rightarrow \alpha = 0,01 \rightarrow \alpha/2 = 0,005 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,995 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2,58$$

Determinamos el error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 2,58 \cdot \sqrt{\frac{0,1 \cdot 0,9}{700}} \approx 0,0293$$

, por lo que el intervalo de confianza es:

$$(p - Error, p + Error) = (0,1 - 0,0293, 0,1 + 0,0293) = (0,0707, 0,1293)$$

Tenemos una confianza del 99% de que el porcentaje de peces pequeños está entre el 7.07% y el 12.93%.

b) El error de estimación obtenido en el apartado anterior tiene un valor aproximado de 0.0293.

Si el nivel de confianza aumenta, el valor de $z_{\alpha/2}$ también aumentaría y, por tanto, el error de estimación sería más grande.

OPCIÓN B

1. Una empresa fabrica dos productos A y B con tres ingredientes distintos I1, I2 e I3. Para fabricar el producto A necesita 3 unidades del ingrediente I1 y 1 unidad del ingrediente I2. Para fabricar el producto B necesita 2 unidades del ingrediente I1 y otras 2 del ingrediente I3. Un día concreto, tiene en el almacén 18 unidades del ingrediente I1, 4 del I2 y 12 del I3. Se sabe además que el beneficio obtenido con cada producto A es de 30 euros y con cada producto B es de 50 euros.

a) [2 puntos] ¿Cuántos productos de tipo A y cuántos de tipo B puede fabricar ese día para cumplir todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían fabricar 2 productos de cada tipo en ese día?

b) [1 punto] ¿Cuántos debe fabricar para maximizar el beneficio? ¿y para maximizar el número total de productos fabricados?

a) Denominamos por “x” e “y” al número de productos tipo A o B que se fabrican, respectivamente.

Realizamos una tabla con los datos del problema.

	Ingrediente I1	Ingrediente I2	Ingrediente I3
Nº productos A (x)	3x	x	
Nº productos B (y)	2y		2y
TOTAL	3x+2y	x	2y

Obtenemos las inecuaciones que definen las restricciones del problema.

“Tiene en el almacén 18 unidades del ingrediente I1, 4 del I2 y 12 del I3” →
 $3x + 2y \leq 18$; $x \leq 4$; $2y \leq 12$.

Además, estos valores son enteros y positivos → $x \geq 0$ $y \geq 0$

Reunimos estas inecuaciones en un sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 2y \leq 18 \\ x \leq 4 \\ 2y \leq 12 \\ x \geq 0 \quad y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x + 2y \leq 18 \\ x \leq 4 \\ y \leq 6 \\ x \geq 0 \quad y \geq 0 \end{array} \right\}$$

La función que deseamos maximizar es el beneficio que tiene la expresión

$$B(x, y) = 30x + 50y.$$

Dibujamos las rectas asociadas a cada inecuación y localizamos la región factible o región del plano cuyos puntos cumplen todas estas inecuaciones.

$$3x + 2y = 18$$

$$x = 4$$

$$y = 6$$

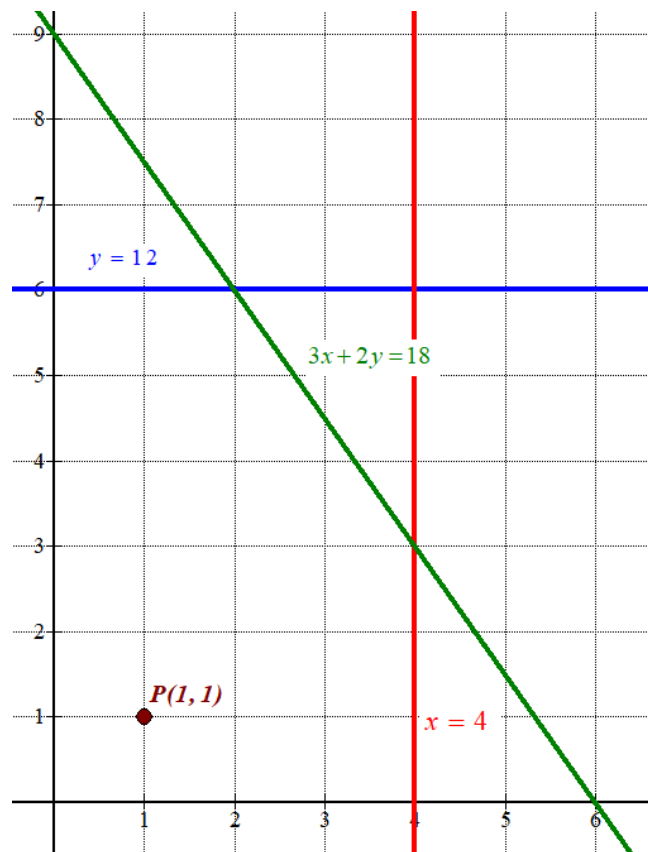
$$x \geq 0 \quad y \geq 0$$

$$\begin{array}{c|c} x & y = \frac{18-3x}{2} \\ \hline 0 & 9 \\ 6 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} x = 4 & y \\ \hline 4 & 0 \\ 4 & 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c} x & y = 6 \\ \hline 0 & 6 \\ 4 & 6 \end{array}$$

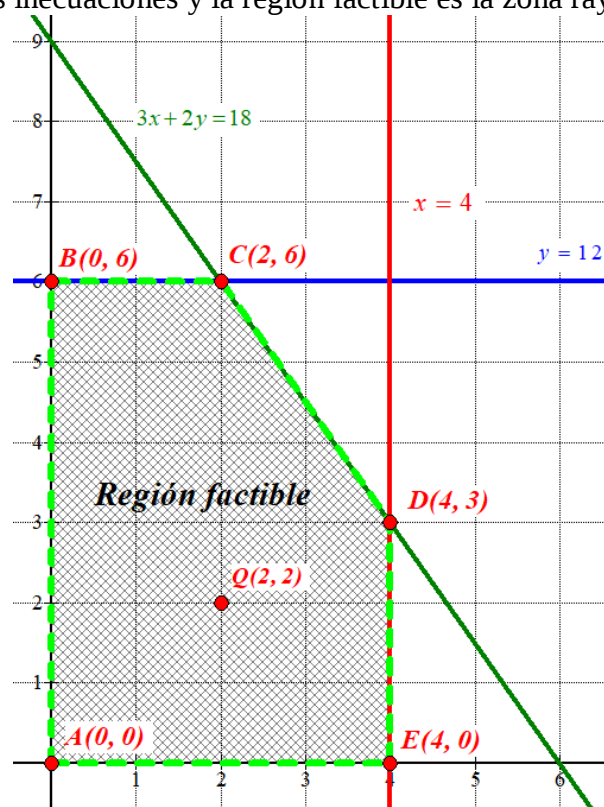
Primer
cuadrante



Comprobamos si el punto $P(1, 1)$ cumple todos los condicionantes.

$$\left. \begin{array}{l} 3 + 2 \leq 18 \\ 1 \leq 4 \\ 1 \leq 6 \\ 1 \geq 0 \quad 1 \geq 0 \end{array} \right\}$$

Se cumplen todas las inecuaciones y la región factible es la zona rayada del dibujo.



Observamos que el punto $Q(2, 2)$ pertenece a la región factible, por lo que se podrían fabricar 2 productos de cada tipo en ese día.

b) Valoramos el coste en cada uno de los vértices de la región factible en busca del máximo.

$$A(0, 0) \rightarrow B(0, 0) = 0$$

$$B(0, 6) \rightarrow B(0, 6) = 30 \cdot 0 + 50 \cdot 6 = 300$$

$$C(2, 6) \rightarrow B(2, 6) = 30 \cdot 2 + 50 \cdot 6 = 360 \text{ ¡Máximo!}$$

$$D(4, 3) \rightarrow B(4, 3) = 30 \cdot 4 + 50 \cdot 3 = 270$$

$$E(4, 0) \rightarrow B(4, 0) = 30 \cdot 4 + 50 \cdot 0 = 120$$

El máximo beneficio que se puede conseguir es de 360 € con la fabricación de 2 productos de tipo A y 6 de tipo B.

2. La temperatura de un laboratorio se puede relacionar con el tiempo desde que comienza la jornada laboral mediante la siguiente expresión ($f(x)$ representa la temperatura, en grados centígrados, y x es el tiempo transcurrido, en minutos, desde que comienza la jornada laboral):

$$f(x) = 20 - \frac{5}{4x+5}, \quad x \geq 0.$$

- a) [2.5 puntos] ¿Disminuye en algún momento la temperatura? Estudia y representa gráficamente la función f .
- b) [0.5 puntos] El sistema de aire acondicionado comenzará a funcionar si la temperatura sube de los 21 grados. ¿Se encenderá el sistema de aire acondicionado en algún instante de tiempo?

- a) La función f está definida en todo el intervalo $[0, +\infty)$, puesto que $4x+5 > 0$ para todo $x \geq 0$. La función es continua en su dominio. Si derivamos esta función se obtiene:

$$f(x) = 20 - 5(4x+5)^{-1} \Rightarrow f'(x) = -5(-1)(4x+5)^{-2}(4) = \frac{20}{(4x+5)^2}$$

Esta expresión de la derivada nunca se anula y siempre es positiva para $x \geq 0$. La función siempre crece. La temperatura nunca disminuye.

Hallamos los puntos de corte con los ejes.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 20 - \frac{5}{4x+5} \\ \text{Eje OX} \rightarrow y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 20 - \frac{5}{4x+5} = 0 \Rightarrow 20 = \frac{5}{4x+5} \Rightarrow 80x + 100 = 5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 80x = -95 \Rightarrow x = \frac{-95}{80} \notin [0, +\infty)$$

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 20 - \frac{5}{4x+5} \\ \text{Eje OY} \rightarrow x = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow f(0) = 20 - \frac{5}{4 \cdot 0 + 5} = 19 \Rightarrow A(0, 19)$$

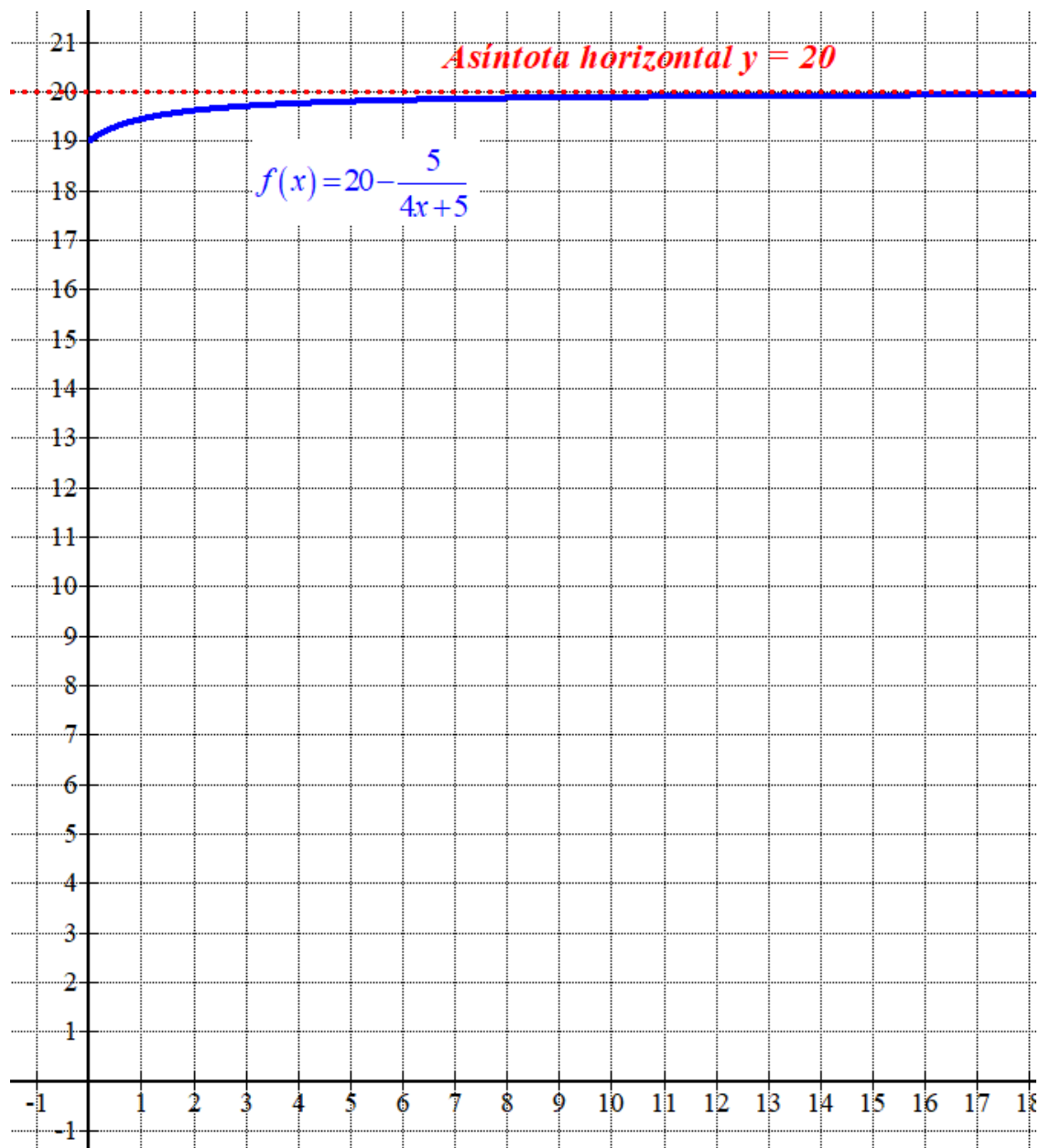
La función no corta el eje OX y corta el eje OY en el punto A(0, 19).

La función no presenta asíntota vertical.

Como $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 20 - \frac{5}{4x+5} = 20 - \frac{5}{\infty} = 20$ la función tiene a la recta $y = 20$ como asíntota horizontal.

Hacemos una tabla de valores y representamos la gráfica de la función.

x	$f(x) = 20 - \frac{5}{4x+5}$
0	19
1	19.444
5	19.8



- b) Se observa en la gráfica que la temperatura nunca supera los 20 grados, por lo que nunca se superarán los 21 grados y el sistema de aire acondicionado nunca se encenderá.

3. En una empresa, el 30% de los empleados son mujeres y el 70% restante son hombres. De las mujeres, el 80% pasa un determinado test, mientras que del grupo de los hombres, solo el 70% pasa dicho test.

- a) [1 punto] Obtener el porcentaje de personas de dicha empresa que pasa el test.
b) [1 punto] Si una persona pasa el test, obtener la probabilidad de que sea mujer.

Llamamos M al suceso “ser mujer” y T a “pasar el test”.

Los datos del problema nos permiten decir que $P(M) = 0.30$, $P(T/M) = 0.80$ y

$$P(T/\overline{M}) = 0.70.$$

- a) Calculamos $P(T)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(T) = P(M)P(T/M) + P(\overline{M})P(T/\overline{M}) = 0.30 \cdot 0.80 + 0.70 \cdot 0.70 = \boxed{0.73}$$

El porcentaje de personas de dicha empresa que pasa el test es el 73%.

- b) Nos piden calcular $P(M/T)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(M/T) = \frac{P(M \cap T)}{P(T)} = \frac{P(M)P(T/M)}{P(T)} = \frac{0.3 \cdot 0.8}{0.73} = \boxed{\frac{24}{73} \approx 0.3288}$$

4. Un consumidor está convencido de que el peso escurrido medio de un producto es menor que el que indican las latas. Para estudiar este hecho, el consumidor toma una muestra aleatoria simple de 100 latas en las que se ha observado un peso escurrido medio de 245 g. Se supone además que el peso escurrido por lata sigue una distribución normal con desviación típica 9 g.

a) [1 punto] Construir un intervalo de confianza para el peso medio escurrido de las latas de ese producto, al 90% de confianza.

b) [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el verdadero peso medio escurrido a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 2 g y un nivel de confianza del 90%?

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)

X = El peso escurrido de un producto. $X = N(\mu, 9)$

a) La media muestral es $\bar{x} = 245$ gramos y el tamaño de la muestra es $n = 100$.

Para un nivel de confianza del 90% obtenemos el valor de $z_{\alpha/2}$.



$$1 - \alpha = 0,90 \rightarrow \alpha = 0,10 \rightarrow \alpha/2 = 0,05 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,95 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.64$$

El error del intervalo de confianza es

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.64 \cdot \frac{9}{\sqrt{100}} = 1.476 \text{ gramos}$$

El intervalo de confianza para la media de la población es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (245 - 1.476, 245 + 1.476) = (243.524, 246.476)$$

Tenemos una confianza del 90% de que el peso medio de un producto está entre 243.524 y 246.476 gramos.

a) Con el mismo nivel de confianza tenemos que $z_{\alpha/2} = 1.64$.

El error del intervalo de confianza debe ser 2 gramos por lo que:

$$Error = 2 \Rightarrow z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2 \Rightarrow 1.64 \cdot \frac{9}{\sqrt{n}} = 2 \Rightarrow 1.64 \cdot 9 = 2\sqrt{n} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{1.64 \cdot 9}{2} \Rightarrow n = \left(\frac{1.64 \cdot 9}{2} \right)^2 = 54.4644$$

A partir de una muestra de 55 latas del producto el error del intervalo de confianza es menor de 2 gramos.