



Universidad de Oviedo
Universidá d'Uviéu
University of Oviedo

Prueba de evaluación de Bachillerato para el
acceso a la Universidad (EBAU)
Curso 2017-2018

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

El examen presenta dos opciones: A y B. Elige una de ellas y responde **razonadamente** a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción.

OPCIÓN A

1. En una cafetería, la mesa A pide 6 cafés y 3 tostadas por lo que paga 12 euros y la mesa B pide 6 cafés y m tostadas por lo que paga 13,6 euros.

- a) [1 punto] Plantea un sistema de ecuaciones (en función de m) donde las incógnitas x e y sean el precio de un café y el precio de una tostada, respectivamente.
- b) [2 puntos] ¿Para qué valores de m el sistema anterior tiene solución? En caso de existir, ¿es siempre única? ¿Es posible que en la mesa B se hayan pedido 4 tostadas? En caso afirmativo, ¿cuánto cuesta cada café?

2. El directivo de una empresa cobra cada mes un sueldo fijo de 4000 euros, más una comisión de 30 euros por cantidad de producto vendido, en toneladas. Además, si un mes las ventas superan las 200 toneladas, el directivo recibe un suplemento de 1000 euros.

- a) [1 punto] Si $f(x)$ representa el sueldo mensual del directivo en función de las toneladas vendidas x , obtén la expresión de dicha función f y estudia su continuidad en el punto $x = 200$.
- b) [2 puntos] Estudia y representa la función f para valores de x en el intervalo $[0, \infty)$. Considera un mes en el que no se han superado las 200 toneladas de producto vendido, si el directivo ha cobrado el sueldo máximo posible, ¿cuántas ventas ha habido? ¿Y si el directivo ha cobrado el sueldo mínimo posible?

3. En una empresa trabajan 10 hombres y 20 mujeres. La mitad de los hombres y la mitad de las mujeres tienen titulación superior. Si se sabe que un día asisten al trabajo 29 personas, encuentra la probabilidad de que la persona que falta sea:

- a) [1 punto] Hombre y tenga titulación superior.
- b) [1 punto] Hombre o tenga titulación superior.

4. a) [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para que pueda estimarse la verdadera proporción de mujeres que ocupan cargos ministeriales en el mundo a partir de la proporción muestral con un error de estimación máximo de 0,03 y un nivel de confianza del 95%?

- b) [1 punto] En una muestra aleatoria de 550 ministerios de distintos países realizada en enero de 2017 se obtuvo que solo 99 de los cargos ministeriales estaban ocupados por mujeres. En función de esta muestra obtén, con un nivel de confianza del 95%, un intervalo para estimar la proporción de mujeres que ocupan cargos ministeriales en el mundo.

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II**

El examen presenta dos opciones: A y B. Elige una de ellas y responde razonadamente a los cuatro ejercicios de que consta dicha opción.

OPCIÓN B

1. Una pintura se comercializa en dos colores A y B que se obtienen a partir de los tres colores primarios: rojo, azul y amarillo. Para obtener un bote de color A se necesitan 3 unidades de rojo y 2 unidades de azul. Para obtener un bote de color B se necesitan 5 unidades de rojo y 1 unidad de amarillo. Un día concreto, la empresa de pinturas tiene en el almacén 45 unidades de rojo, 20 de azul y 6 de amarillo.

a) [2 puntos] ¿Cuántos botes de color A y cuántos de color B puede obtener ese día para cumplir todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían obtener 2 botes de cada color?

b) [1 punto] Si el beneficio obtenido con cada bote de color A es de 100 euros y con cada bote de color B es de 200 euros y se supone que vende todo lo que fabrica, ¿cuántos botes de cada tipo debe fabricar para maximizar el beneficio? ¿y para maximizar el número total de botes fabricados?

2. Dada la función $f(x) = \frac{10}{(x+1)^2}$, se pide:

a) [0,75 puntos] Encontrar la primitiva F de f verificando $F(4) = 0$.

b) [2,25 puntos] Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x=1$ y $x=3$.

3. El 20% de los empleados de una empresa son ingenieros y otro 10% son economistas, no habiendo empleados con dos titulaciones. El 75% de los ingenieros ocupan un puesto directivo y el 80% de los economistas también, mientras que de los no ingenieros y los no economistas solamente el 10% ocupa un puesto directivo.

a) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado elegido al azar sea directivo?

b) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado elegido al azar entre los directivos sea ingeniero?

4. Un grupo de psicólogos desea conocer el comportamiento de los cocientes intelectuales de un colectivo de individuos con cierta patología común. Para ello ha seleccionado una muestra aleatoria de 400 de ellos, obteniendo que la suma de los cocientes intelectuales de estas 400 personas es 36690. Se supone además que el cociente intelectual sigue una distribución normal con desviación típica 2,6.

a) [1 punto] Construye un intervalo de confianza para el cociente intelectual medio de este colectivo, al 99% de confianza.

b) [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el verdadero cociente intelectual medio a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 0,8 y un nivel de confianza del 99%?

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)

SOLUCIONES**OPCIÓN A**

1. En una cafetería, la mesa A pide 6 cafés y 3 tostadas por lo que paga 12 euros y la mesa B pide 6 cafés y m tostadas por lo que paga 13,6 euros.

a) [1 punto] Plantea un sistema de ecuaciones (en función de m) donde las incógnitas x e y sean el precio de un café y el precio de una tostada, respectivamente.

b) [2 puntos] ¿Para qué valores de m el sistema anterior tiene solución? En caso de existir, ¿es siempre única? ¿Es posible que en la mesa B se hayan pedido 4 tostadas? En caso afirmativo, ¿cuánto cuesta cada café?

a) Llamamos “ x ” e “ y ” al precio de un café y el precio de una tostada, respectivamente.

La mesa A pide 6 cafés y 3 tostadas por lo que paga 12 euros $\rightarrow 6x + 3y = 12$

La mesa B pide 6 cafés y m tostadas por lo que paga 13,6 euros $\rightarrow 6x + my = 13.6$

Reunimos las ecuaciones obtenidas en un sistema.

$$\left. \begin{array}{l} 6x + 3y = 12 \\ 6x + my = 13.6 \end{array} \right\}$$

b) Intentamos resolverlo.

$$\left. \begin{array}{l} 6x + 3y = 12 \\ 6x + my = 13.6 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + y = 6 \\ 6x + my = 13.6 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 6 - 2x \\ 6x + my = 13.6 \end{array} \right\} \Rightarrow 6x + m(6 - 2x) = 13.6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6x + 6m - 2mx = 13.6 \Rightarrow (6 - 2m)x = 13.6 - 6m \Rightarrow (3 - m)x = 6.8 - 3m$$

Para poder resolver el sistema debe ser $3 - m$ distinto de cero. Esto ocurre cuando m es distinto de 3.

Se nos plantean dos situaciones diferentes.

Si $3 - m \neq 0$ podemos resolver el sistema y tendrá solución única.

Si $3 - m = 0 \rightarrow m = 3$ entonces el sistema queda $\left. \begin{array}{l} 6x + 3y = 12 \\ 6x + 3y = 13.6 \end{array} \right\}$ que es un sistema sin solución pues las dos ecuaciones tienen el primer miembro igual, pero el segundo es distinto.

El sistema tiene solución y es única para $m \neq 3$.

Si $m = 4$ el sistema tiene solución. Lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} 6x + 3y = 12 \\ \times(-1) \rightarrow 6x + 4y = 13.6 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 6x + 3y = 12 \\ -6x - 4y = -13.6 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} -y = -1.6 \Rightarrow \boxed{y = 1.6} \Rightarrow 6x + 3 \cdot 1.6 = 12 \Rightarrow \end{array}$$

$$\Rightarrow 6x + 4.8 = 12 \Rightarrow 6x = 7.2 \Rightarrow \boxed{x = \frac{7.2}{6} = 1.2}$$

Si la mesa B ha pedido 4 tostadas el precio de un café es de 1.2 € y el de una tostada es 1.6 €.

2. El directivo de una empresa cobra cada mes un sueldo fijo de 4000 euros, más una comisión de 30 euros por cantidad de producto vendido, en toneladas. Además, si un mes las ventas superan las 200 toneladas, el directivo recibe un suplemento de 1000 euros.

- a) [1 punto] Si $f(x)$ representa el sueldo mensual del directivo en función de las toneladas vendidas x , obtén la expresión de dicha función f y estudia su continuidad en el punto $x = 200$.
- b) [2 puntos] Estudia y representa la función f para valores de x en el intervalo $[0, \infty)$. Considera un mes en el que no se han superado las 200 toneladas de producto vendido, si el directivo ha cobrado el sueldo máximo posible, ¿cuántas ventas ha habido? ¿Y si el directivo ha cobrado el sueldo mínimo posible?

a) Obtenemos la expresión de la función $f(x)$.

$$f(x) = \begin{cases} 4000 + 30x & \text{si } 0 \leq x \leq 200 \\ 4000 + 30x + 1000 & \text{si } x > 200 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} 4000 + 30x & \text{si } 0 \leq x \leq 200 \\ 5000 + 30x & \text{si } x > 200 \end{cases}$$

Estudiamos la continuidad de la función en $x = 200$.

$$\left. \begin{array}{l} f(200) = 4000 + 30 \cdot 200 = 10000 \\ \lim_{x \rightarrow 200^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 200^-} 4000 + 30x = 10000 \\ \lim_{x \rightarrow 200^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 200^+} 5000 + 30x = 11000 \end{array} \right\} \Rightarrow f(200) = \lim_{x \rightarrow 200^-} f(x) = 10000 \neq 11000 = \lim_{x \rightarrow 200^+} f(x)$$

Como los límites laterales no coinciden la función no es continua en $x = 200$.

b) El dominio de la función es $[0, +\infty)$.

La función es continua en $[0, 200) \cup (200, +\infty)$.

Es una función a trozos donde cada trozo es una recta.

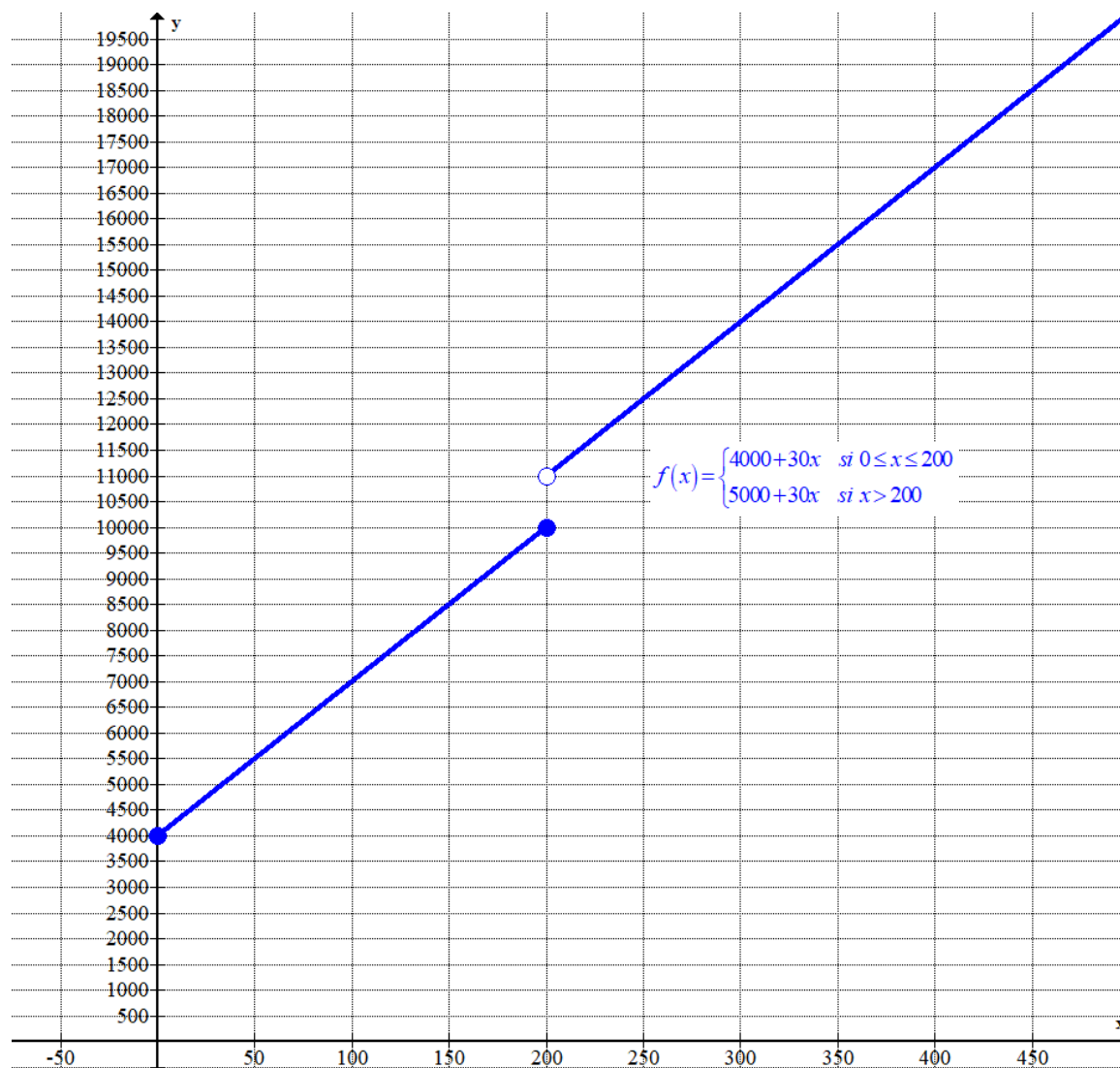
En el intervalo $[0, 200)$ la derivada de la función es $f'(x) = 30 > 0$ y por tanto es creciente y

en el intervalo $(200, +\infty)$ la derivada de la función es $f'(x) = 30 > 0$ y por tanto es creciente.

La función es creciente en todo su dominio.

Obtenemos una tabla de valores y representamos la gráfica de la función.

$0 \leq x \leq 200$		$x > 200$	
x	$f(x) = 4000 + 30x$	x	$f(x) = 5000 + 30x$
0	4000	200	11000 <i>No incluido</i>
200	10000	300	14000



- 3.** En una empresa trabajan 10 hombres y 20 mujeres. La mitad de los hombres y la mitad de las mujeres tienen titulación superior. Si se sabe que un día asisten al trabajo 29 personas, encuentra la probabilidad de que la persona que falta sea:
- a) [**1 punto**] Hombre y tenga titulación superior.
- b) [**1 punto**] Hombre o tenga titulación superior.

En dicha empresa la mitad de los hombres (10) y la mitad de las mujeres (20) tienen titulación superior, por lo que hay 5 hombres y 10 mujeres con titulación superior.

- a) Hay 30 trabajadores y de ellos 5 son hombres con titulación superior. Aplicando la regla de Laplace la probabilidad de que la persona que falta sea hombre con titulación superior es

$$\frac{5}{30} = \frac{1}{6} \approx 0.1667 .$$

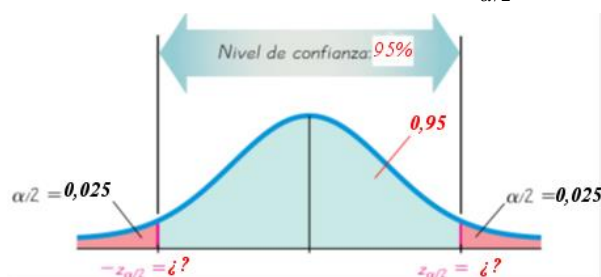
- b) Hay 30 trabajadores y de ellos 10 son hombres y 10 son mujeres con titulación superior. Aplicando la regla de Laplace la probabilidad de que la persona que falta sea hombre o

trabajador con titulación superior es $\frac{10+10}{30} = \frac{2}{3} \approx 0.6667 .$

4. a) [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para que pueda estimarse la verdadera proporción de mujeres que ocupan cargos ministeriales en el mundo a partir de la proporción muestral con un error de estimación máximo de 0,03 y un nivel de confianza del 95%?
- b) [1 punto] En una muestra aleatoria de 550 ministerios de distintos países realizada en enero de 2017 se obtuvo que solo 99 de los cargos ministeriales estaban ocupados por mujeres. En función de esta muestra obtén, con un nivel de confianza del 95%, un intervalo para estimar la proporción de mujeres que ocupan cargos ministeriales en el mundo.
(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)

a) El valor de la proporción muestral no es conocido. Se considera el valor que maximiza la desviación típica, es decir, $p = 0.5$.

Para un nivel de confianza del 95% obtenemos el valor de $z_{\alpha/2}$.



$$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow \alpha/2 = 0,025 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$

Igualamos el error a 0.03 y despejamos n .

$$\begin{aligned} \text{Error} &= z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \Rightarrow 0.03 = 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.5 \cdot 0.5}{n}} \Rightarrow \frac{0.03}{1.96} = \sqrt{\frac{0.25}{n}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left(\frac{0.03}{1.96}\right)^2 = \frac{0.25}{n} \Rightarrow n = \frac{0.25}{\left(\frac{0.03}{1.96}\right)^2} \approx 1.067.11 \end{aligned}$$

El tamaño mínimo muestral necesario para que se cumple lo pedido es de 1068 ministerios.

- b) El tamaño muestral es $n = 550$. La proporción muestral es $p = \frac{99}{550} = 0.18$.

Para un nivel de confianza del 95% el valor de $z_{\alpha/2}$ es 1.96.

Calculamos el error del intervalo de confianza.

$$\text{Error} = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} = 1.96 \cdot \sqrt{\frac{0.18 \cdot 0.82}{550}} \approx 0.032$$

, por lo que el intervalo de confianza es:

$$(p - \text{Error}, p + \text{Error}) = (0.18 - 0.032, 0.18 + 0.032) = (0.148, 0.212)$$

Tenemos una confianza del 95% de que el porcentaje de mujeres que ocupan cargos ministeriales está entre el 14.8% y el 21.2%.

OPCIÓN B

1. Una pintura se comercializa en dos colores A y B que se obtienen a partir de los tres colores primarios: rojo, azul y amarillo. Para obtener un bote de color A se necesitan 3 unidades de rojo y 2 unidades de azul. Para obtener un bote de color B se necesitan 5 unidades de rojo y 1 unidad de amarillo. Un día concreto, la empresa de pinturas tiene en el almacén 45 unidades de rojo, 20 de azul y 6 de amarillo.

a) [2 puntos] ¿Cuántos botes de color A y cuántos de color B puede obtener ese día para cumplir todos los requisitos anteriores? Plantea el problema y representa gráficamente el conjunto de soluciones. ¿Se podrían obtener 2 botes de cada color?

b) [1 punto] Si el beneficio obtenido con cada bote de color A es de 100 euros y con cada bote de color B es de 200 euros y se supone que vende todo lo que fabrica, ¿cuántos botes de cada tipo debe fabricar para maximizar el beneficio? ¿y para maximizar el número total de botes fabricados?

a) Denominamos por “ x ” e “ y ” al número de botes de pintura del tipo A y del tipo B que se fabrican cierto día, respectivamente.

Realizamos una tabla con los datos del problema.

	Rojo	Azul	Amarillo
Nº botes A (x)	$3x$	$2x$	
Nº botes B (y)	$5y$		y
Totales	$3x+5y$	$2x$	y

Obtenemos las inecuaciones que definen las restricciones del problema.

“La empresa de pinturas tiene en el almacén 45 unidades de rojo, 20 de azul y 6 de amarillo” $\rightarrow 3x+5y \leq 45$; $2x \leq 20$; $y \leq 6$.

Además, estos valores son enteros y positivos $\rightarrow x \geq 0$ $y \geq 0$

Reunimos estas inecuaciones en un sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 3x+5y \leq 45 \\ 2x \leq 20 \\ y \leq 6 \\ x \geq 0 \quad y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x+5y \leq 45 \\ x \leq 10 \\ y \leq 6 \\ x \geq 0 \quad y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Dibujamos las rectas asociadas a cada inecuación y localizamos la región factible o región del plano cuyos puntos cumplen todas estas inecuaciones.

$$3x+5y=45$$

$$x=10$$

$$y=6$$

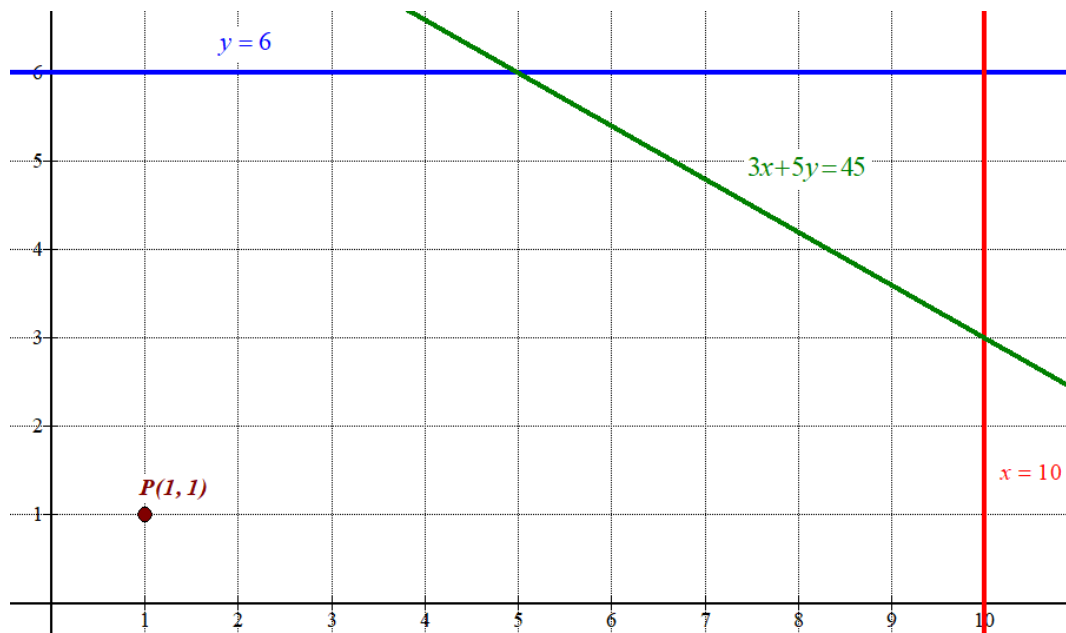
$$x \geq 0 \quad y \geq 0$$

x	$y = \frac{45-3x}{5}$
5	6
10	3

$x=10$	y
10	0
10	3

x	$y=6$
0	6
5	6

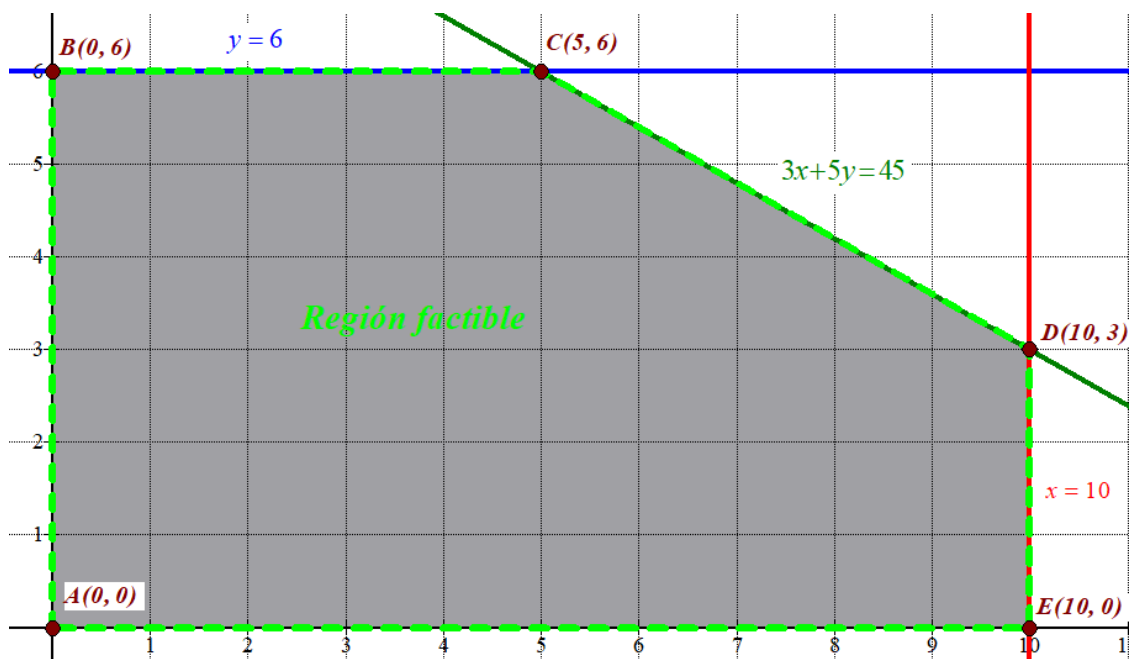
Primer cuadrante



Probamos si el punto $P(1, 1)$ cumple todos los condicionantes.

$$\left. \begin{array}{l} 3 \cdot 1 + 5 \cdot 1 \leq 45 \\ 1 \leq 10 \\ 1 \leq 6 \\ 1 \geq 0 \quad 1 \geq 0 \end{array} \right\}$$

Se cumplen todas las inecuaciones, la región factible es la región del plano a la que pertenece el punto P. Es la zona rayada del dibujo.



Sí podrían fabricarse 2 unidades de cada tipo, puesto que el punto $(2, 2)$ pertenece a la región factible como se observa en el dibujo

b) La función beneficio viene expresada como $B(x, y) = 100x + 200y$

Valoramos el beneficio en cada uno de los vértices de la región factible en busca del máximo.

$$A(0, 0) \rightarrow B(0, 0) = 0$$

$$B(0, 6) \rightarrow B(0, 6) = 100 \cdot 0 + 200 \cdot 6 = 1200$$

$$C(5, 6) \rightarrow B(5, 6) = 100 \cdot 5 + 200 \cdot 6 = 1700 \text{ ¡Máximo!}$$

$$D(10, 3) \rightarrow B(10, 3) = 100 \cdot 10 + 200 \cdot 3 = 1600$$

$$E(10, 0) \rightarrow B(10, 0) = 100 \cdot 10 + 200 \cdot 0 = 1000$$

El máximo beneficio que se puede conseguir es de 1700 € con la fabricación de 5 botes de pintura del tipo A y 6 botes del tipo B.

2. Dada la función $f(x) = \frac{10}{(x+1)^2}$, se pide:

a) [0,75 puntos] Encontrar la primitiva F de f verificando $F(4) = 0$.

b) [2,25 puntos] Estudiar y representar gráficamente la función f en todo su dominio. Calcular el área limitada por la curva y el eje X entre $x=1$ y $x=3$.

a) Hallamos la integral indefinida de la función.

$$F(x) = \int f(x) dx = \int \frac{10}{(x+1)^2} dx = 10 \int (x+1)^{-2} dx = 10 \frac{(x+1)^{-1}}{-1} = \frac{-10}{x+1} + K$$

Determinamos el valor de K utilizando que $F(4) = 0$.

$$\left. \begin{array}{l} F(x) = \frac{-10}{x+1} + K \\ F(4) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = \frac{-10}{4+1} + K \Rightarrow \boxed{K=2}$$

La primitiva de f buscada es $F(x) = \frac{-10}{x+1} + 2$.

b) El dominio de la función son todos los números reales menos los que anulan el denominador. El dominio es $\mathbb{R} - \{-1\}$. Además, es continua en su dominio.

La función $f(x) = \frac{10}{(x+1)^2}$ toma siempre valores positivos.

La función tiene una asíntota vertical en $x = -1$.

Como $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10}{(x+1)^2} = \frac{10}{\infty} = 0$, la función tiene una asíntota horizontal: $y = 0$.

Utilizamos la derivada de la función para hallar sus puntos críticos y determinar sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

$$f(x) = \frac{10}{(x+1)^2} = 10(x+1)^{-2} \Rightarrow f'(x) = (-2) \cdot 10(x+1)^{-3} = \frac{-20}{(x+1)^3}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-20}{(x+1)^3} = 0 \Rightarrow -20 = 0 \text{ Imposible}$$

La función no tiene puntos críticos por lo que no tiene máximos ni mínimos.

Estudiamos el signo de la derivada antes y después del valor excluido del dominio: $x = -1$.

- En el intervalo $(-\infty, -1)$ tomamos $x = -2$. La derivada vale

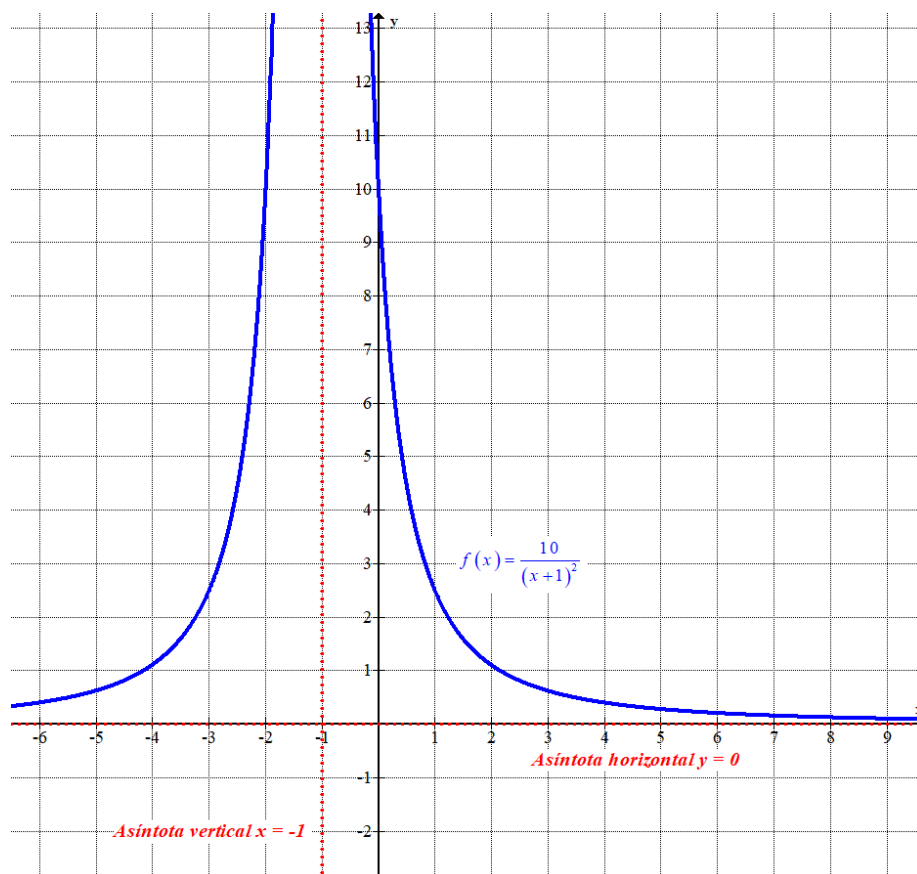
$$f'(-2) = \frac{-20}{(-2+1)^3} = 20 > 0. \text{ La función crece en } (-\infty, -1).$$

- En el intervalo $(-1, +\infty)$ tomamos $x = 0$. La derivada vale $f'(0) = \frac{-20}{(0+1)^3} = -20 < 0$.

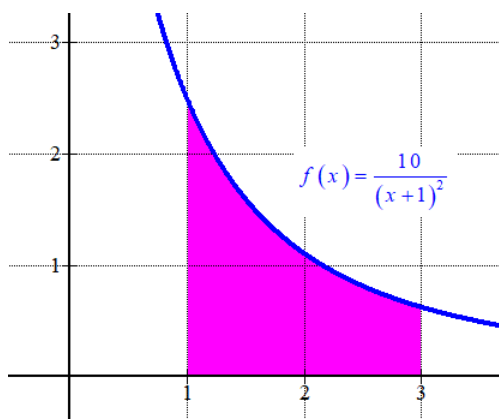
La función decrece en $(-1, +\infty)$.

Obtenemos una tabla de valores y dibujamos la gráfica de la función.

x	$f(x) = \frac{10}{(x+1)^2}$
-5	0.625
-2	10
0	10
3	0.625



Coloreamos la región del plano limitada por la curva y el eje X entre $x=1$ y $x=3$.



Contando cuadraditos de 1 unidad cuadrada cada uno podemos afirmar que el valor del área está entre 2 y 3 unidades cuadradas. Hallamos su valor exacto usando el cálculo integral.

$$\text{Área} = \int_1^3 f(x) dx = \int_1^3 \frac{10}{(x+1)^2} dx = \left[\frac{-10}{x+1} \right]_1^3 = \frac{-10}{3+1} - \frac{-10}{1+1} = -2.5 + 5 = \boxed{2.5u^2}$$

El área limitada por la curva y el eje X entre $x=1$ y $x=3$ tiene un valor de 2.5 unidades cuadradas.

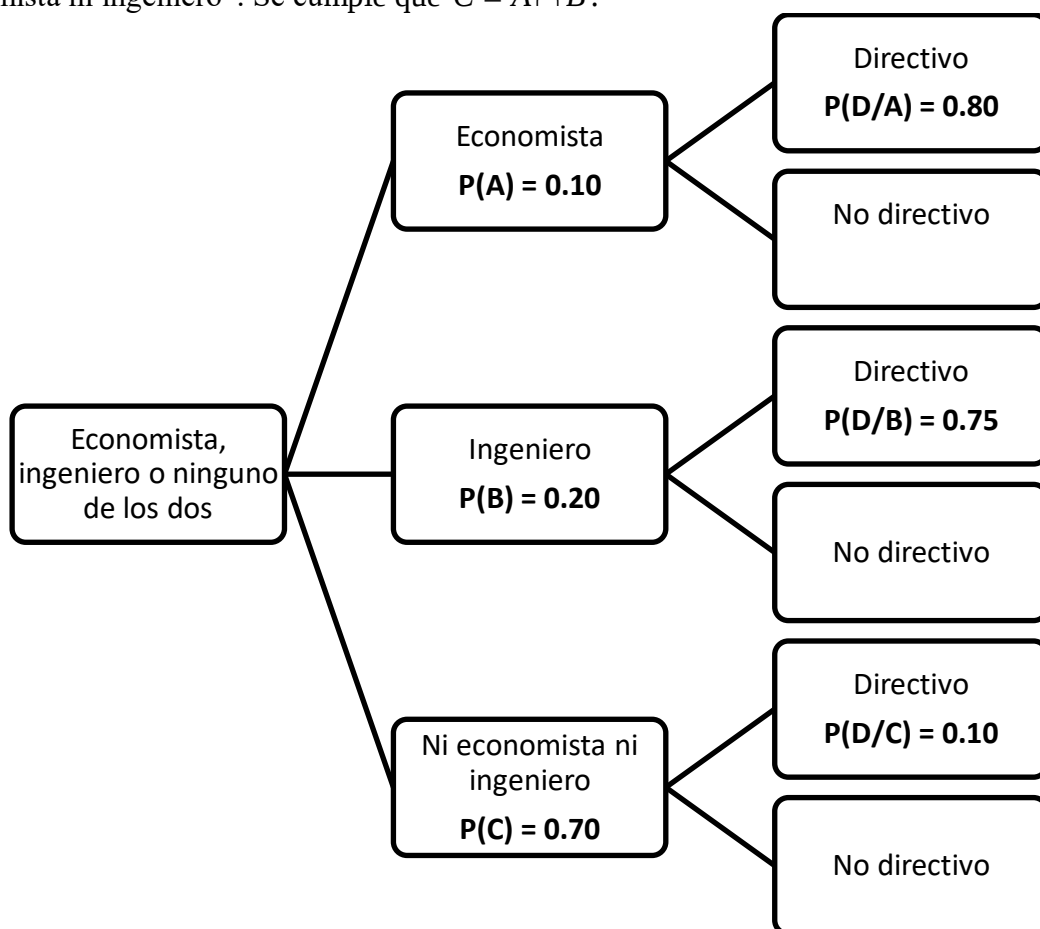
3. El 20% de los empleados de una empresa son ingenieros y otro 10% son economistas, no habiendo empleados con dos titulaciones. El 75% de los ingenieros ocupan un puesto directivo y el 80% de los economistas también, mientras que de los no ingenieros y los no economistas solamente el 10% ocupa un puesto directivo.

a) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado elegido al azar sea directivo?

b) [1 punto] ¿Cuál es la probabilidad de que un empleado elegido al azar entre los directivos sea ingeniero?

Si el 20% de los empleados de una empresa son ingenieros y otro 10% son economistas, no habiendo empleados con dos titulaciones el restante 70 % de los empleados de la empresa no son ni economistas ni ingenieros.

Realizamos un diagrama de árbol con los datos del problema. Llamamos A a “ser economista”, B a “ser ingeniero” y D a “ser directivo”. Por simplificar la escritura llamamos C a “no ser ni economista ni ingeniero”. Se cumple que $C = \bar{A} \cap \bar{B}$.



a) Nos piden calcular $P(D)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(D) = P(A)P(D/A) + P(B)P(D/B) + P(C)P(D/C) =$$

$$= 0.1 \cdot 0.8 + 0.2 \cdot 0.75 + 0.7 \cdot 0.1 = \boxed{0.3}$$

b) Nos piden obtener $P(B/D)$. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(B/D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{P(B)P(D/B)}{P(D)} = \frac{0.2 \cdot 0.75}{0.3} = \boxed{0.5}$$

4. Un grupo de psicólogos desea conocer el comportamiento de los cocientes intelectuales de un colectivo de individuos con cierta patología común. Para ello ha seleccionado una muestra aleatoria de 400 de ellos, obteniendo que la suma de los cocientes intelectuales de estas 400 personas es 36690. Se supone además que el cociente intelectual sigue una distribución normal con desviación típica 2,6.

a) [1 punto] Construye un intervalo de confianza para el cociente intelectual medio de este colectivo, al 99% de confianza.

b) [1 punto] ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para estimar el verdadero cociente intelectual medio a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 0,8 y un nivel de confianza del 99%?

(Algunos valores de la función de distribución de la distribución normal de media 0 y desviación típica 1: $F(1,28) = 0,90$; $F(1,64) = 0,95$; $F(1,96) = 0,975$; $F(2,33) = 0,99$; $F(2,58) = 0,995$.)

X = cociente intelectual de un individuo de un colectivo. $X = N(\mu, 2.6)$

a) La media muestral es $\bar{x} = \frac{36690}{400} = 91.725$ y el tamaño de la muestra es $n = 400$.

Para un nivel de confianza del 99% obtenemos el valor de $z_{\alpha/2}$.



$$1 - \alpha = 0,99 \rightarrow \alpha = 0,01 \rightarrow \alpha/2 = 0,005 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,995 \rightarrow z_{\alpha/2} = 2.58$$

El error del intervalo de confianza es

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.58 \cdot \frac{2.6}{\sqrt{400}} = 0.3354$$

El intervalo de confianza para el cociente intelectual medio de este colectivo es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (91.725 - 0.3354, 91.725 + 0.3354) = (91.3896, 92.0604)$$

Tenemos una confianza del 99% de que cociente intelectual medio de este colectivo está entre 91.3896 y 92.0604.

b) Con el mismo nivel de confianza tenemos que $z_{\alpha/2} = 2.58$.

El error del intervalo de confianza debe ser 0.8 por lo que:

$$Error = 0.8 \Rightarrow z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.8 \Rightarrow 2.58 \cdot \frac{2.6}{\sqrt{n}} = 0.8 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{2.58 \cdot 2.6}{0.8} = \sqrt{n} \Rightarrow n = \left(\frac{2.58 \cdot 2.6}{0.8} \right)^2 = 70.308225$$

A partir de una muestra de 71 individuos el error del intervalo de confianza es menor de 0.8.