



Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 1

Responen a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. D'una funció $y = f(x)$ sabem que la seva derivada és $f'(x) = x^3 - 4x$.
 - a) Determineu els intervals de creixement i de decreixement de la funció $y = f(x)$.
[1 punt]
 - b) Determineu les abscisses dels seus extrems relatius i classifiqueu-los.
[1 punt]

2. Des d'una barca es dispara una bengala de salvament marítim que s'apaga al cap de 4 minuts. En aquest interval de temps, es comprova que la intensitat lumínica de la bengala en funció del temps, mesurada en percentatges del 0 % al 100 %, queda perfectament descrita per l'expressió $L(t) = 25 \cdot t \cdot (4 - t)$, en què el temps t varia entre 0 i 4 minuts.
 - a) Calculeu per a quin valor de t el percentatge d'intensitat lumínica serà màxim.
[1 punt]
 - b) Si des de la costa la bengala només és visible quan la seva intensitat lumínica és superior al 75 %, quin és l'interval de temps en què serà visible des de la costa i, per tant, serà més factible el salvament?
[1 punt]

3. Considereu les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ m & n \end{pmatrix}$, en què m i n són dos nombres reals.
 - a) Comproveu que es compleix la igualtat $(A - B) \cdot (A + B) = A^2 - B^2$.
[1 punt]
 - b) Determineu m i n de manera que les matrius B i C commutïn, és a dir, $B \cdot C = C \cdot B$.
[1 punt]

4. Tenim unes quantes monedes d'un euro distribuïdes en tres piles. Passem dotze monedes de la tercera pila a la segona i, a continuació, en passem deu de la segona pila a la primera. Un cop fet això, les tres piles tenen la mateixa quantitat de monedes.
- a)** Amb aquestes dades, podem determinar la quantitat de monedes que hi havia inicialment en cada pila? Raoneu la resposta.
[1 punt]
- b)** Esbrineu la quantitat de monedes que hi havia inicialment a cada pila si sabem que en total hi ha 51 monedes.
[1 punt]
5. Una companyia aèria vol organitzar per a aquest estiu un pont aeri entre l'aeroport de Barcelona - el Prat i el de Palma de Mallorca, amb places suficients de passatge i càrrega per a transportar com a mínim 1.600 persones i 96 tones d'equipatge i mercaderies. Per a fer-ho, té a la seva disposició 11 avions del tipus A, que poden transportar 200 persones i 6 tones d'equipatge i mercaderies cadascun, i 8 avions del tipus B, que poden transportar 100 persones i 15 tones cadascun. Si la contractació d'un avió del tipus A costa 4.000 euros i la d'un avió del tipus B en costa 1.000:
- a)** Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió de les possibles opcions que té la companyia.
[1 punt]
- b)** Calculeu el nombre d'avions de cada tipus que cal contractar perquè el cost sigui el mínim i determineu quin és aquest cost mínim.
[1 punt]
6. Considereu la funció $f(x) = -x^2 + bx + c$, amb b i c nombres reals.
- a)** Trobeu b i c de manera que la gràfica de la funció passi pel punt $(-1, 0)$ i tingui un extrem local en el punt d'abscissa $x = 3$. Raoneu de quin tipus d'extrem relatiu es tracta.
[1 punt]
- b)** Per al cas $b = 3$ i $c = 2$, trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica que és paral·lela a la recta $y = 5x - 2$.
[1 punt]



Institut
d'Estudis
Catalans