



Proves d'accés a la universitat

Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales

Serie 1

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que permitan almacenar datos o que puedan transmitir o recibir información.

1. Considere las matrices M de la forma $M = \begin{pmatrix} 2 & a \\ -a & 0 \end{pmatrix}$, donde a es un número real.
 - a) Determine a de forma que $M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 2a \\ -2a & -1 \end{pmatrix}$.
[1 punto]
 - b) Determine a de forma que $M^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, donde M^{-1} representa la matriz inversa de M . Es decir, $M \cdot M^{-1} = I$, donde I es la matriz identidad de orden 2.
[1 punto]
2. Considere la función $f(x) = \frac{x^2}{x-a}$, donde a es un parámetro real.
 - a) Encuentre para qué valores del parámetro a la recta tangente a la función f en $x = 1$ es paralela a la recta $y + 3x + 5 = 0$.
[1 punto]
 - b) Para el valor del parámetro $a = 1$, encuentre los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los puntos donde se alcanzan los máximos y mínimos relativos de la función f .
[1 punto]
3. Pol quedó ayer con unos amigos en un bar y tomaron 4 refrescos, 3 bocadillos y 5 bolas de helado. Todo junto les costó 19,50 €. Días atrás, había ido al mismo bar con su primo Martí, y por 2 refrescos, 1 bocadillo y 2 bolas de helado habían pagado 8,10 €. En este bar todos los refrescos valen lo mismo, todos los bocadillos tienen el mismo precio y las bolas de helado se venden también a precio único.
 - a) Hoy Pol ha vuelto a ir con otros amigos y han tomado 6 refrescos, 5 bocadillos y 8 bolas de helado. Explique razonadamente cuánto han pagado en total.
[1 punto]
 - b) Si 1 refresco, 1 bocadillo y 1 bola de helado cuestan 5,10 €, ¿cuánto vale el refresco, el bocadillo y la bola de helado por separado?
[1 punto]

4. Una empresa de materiales para coches fabrica dos modelos de una determinada pieza, que se denominarán A y B. Cada modelo se fabrica en una hora, mediante un proceso que consta de dos fases. En la primera fase del proceso se destinan 5 trabajadores, y en la segunda, 12. Para fabricar cada modelo, en la primera fase se necesita 1 trabajador para cada pieza. En cambio, en la segunda fase se necesitan 2 trabajadores para el modelo A y 3 trabajadores para el modelo B. El beneficio que se obtiene es de 40 € por el modelo A y 50 € por el modelo B.
- a)** Determine la función objetivo y las restricciones, y dibuje la región factible.
[1,25 puntos]
- b)** ¿Cuántas piezas de cada modelo por hora tendrán que fabricarse para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es este beneficio máximo?
[0,75 puntos]
5. Una compañía de móviles presentó hace un año un teléfono inteligente al precio de 750 €. Recientemente, un estudio de mercado ha llegado a la conclusión de que, con este precio, compran el teléfono 2.000 clientes al mes, y de que la relación entre estas dos variables es lineal, de forma que por cada 10 € que se incrementa el precio del móvil, lo compran 100 clientes menos, y al revés: por cada 10 € de descuento sobre el precio inicial de 750 €, lo compran 100 clientes más.
- a)** Deduzca que la función que determina los ingresos mensuales de la compañía según el precio del móvil es $I(p) = -10p^2 + 9.500p$.
[1 punto]
- b)** Encuentre cuál tiene que ser el precio del móvil para obtener ingresos, el precio del móvil que da los ingresos mensuales más elevados y el valor de estos ingresos máximos.
[1 punto]
6. El número de individuos, en millones, de una población viene determinado por la función
- $$P(t) = \frac{5 + t^2}{(t + 1)^2}, \text{ donde } t \text{ mide el número de años transcurridos.}$$
- a)** ¿Cuál es la población inicial y la población después de 9 años? ¿A partir de qué momento la población será inferior a un millón de individuos?
[1 punto]
- b)** Con el paso del tiempo, ¿hacia qué valor tenderá el número de individuos de la población?
[1 punto]



Institut
d'Estudis
Catalans