

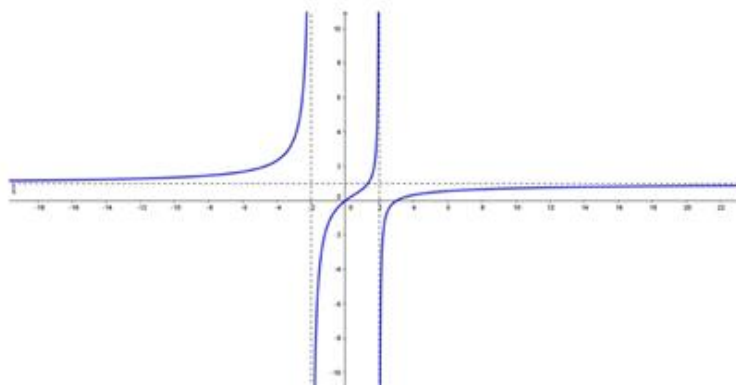
SÈRIE 5

1. Sigui la funció $f(x) = \frac{x^2-3x}{x^2-4}$

- Indiqueu-ne justificadament el domini i determineu els punts en què la gràfica de f talla l'eix de les abscisses. [1 punt]
- Estudieu-ne el creixement i feu un esbós aproximat de la gràfica de la funció. [1 punt]

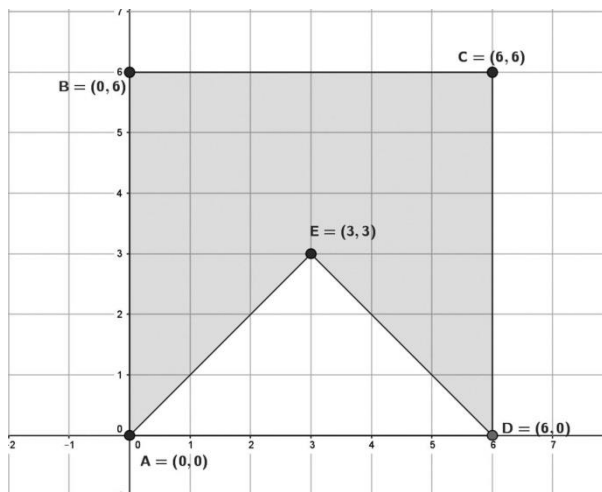
a) $x^2 - 4 = 0$ si $x = \pm 2$, per tant, el domini de f són tots els nombre reals excepte aquests dos. D'altra banda, $x^2 - 3x = 0$ quan $x = 0$ o $x = 3$: la gràfica de f talla l'eix d'abscisses en els punts $(0,0)$ i $(3,0)$.

b) La derivada de la funció f és $f'(x) = \frac{3x^2-8x+12}{(x^2-4)^2}$. Com que $3x^2 - 8x + 12 = 0$ no té solucions reals i f' sempre és positiva la funció f és creixent en tot el seu domini. La seva gràfica aproximada és:



Criteris de correcció: a) Determinació del domini, expressat de qualsevol forma: 0,5 p. Punts de tall amb l'eix d'abscisses: 0,5 p.. b) Estudi del creixement: 0,5 p. Gràfica aproximada: 0,5 p

2. Considereu el pentàgon ABCDE de la figura següent:



- a) Justifiqueu que la regió ombrejada no es pot representar mitjançant un sistema d'inequacions. [1 punt]
- b) Escriviu el sistema d'inequacions que determina els punts de la frontera i de l'interior del triangle AED. [1 punt]
- a) Si considerem la recta que passa pels punts A, E i C, d'equació $y = x$, determina dos semiplans $y < x$ i $y > x$, i cap dels dos pot contenir alhora els punts B i D.
- b) La recta AE es $y = x$. La recta ED es $y = -x + 6$. La recta AD es $y = 0$. El sistema d'inequacions es:

$$\begin{cases} y \leq x \\ y \leq -x + 6 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Criteris de correcció: a) Raonament correcte: 1 p. b) Equacions: 0,5 p. Sistema d'inequacions: 0,5 p.

3. Sigui $y = f(x)$ una paràbola que té el vèrtex en el punt $V = (0, -4)$ i talla l'eix de les abscisses en els punts $(-2, 0)$ i $(2, 0)$.
- a) Determineu-ne l'equació. [1 punt]
- b) Sigui una funció g tal que $g'(x) = f(x)$. Estudieu el creixement de la funció g , determineu-ne les abscisses dels extrems relatius i classifiqueu-los. [1 punt]
- a) L'equació de la paràbola serà $y = a(x - 0)^2 - 4$ i, si ha de passar pels dos punts que ens donen, obtenim que $a = 1$. Per tant, l'equació de la paràbola és $y = x^2 - 4$. Alternativament es pot plantejar un sistema de tres equacions i tres incògnites a partir dels tres punts.
- b) La paràbola és positiva per a $x < -2$ o $x > 2$, i negativa per $-2 < x < 2$. Per tant, la funció g és creixent en els dos primers intervals i decreixent en l'altre. Conseqüentment, g té un màxim relatiu en $x = -2$ i un mínim relatiu en $x = 2$.

Criteris de correcció: a) 1 p. b) Raonament del creixement: 0,5 p. Determinació d'extrems i classificació: 0,5 p.

4. Considereu el sistema d'equacions
$$\begin{cases} 2x - y - 1 = 0 \\ -x - y + 2 = 0 \end{cases}$$

Justifiqueu si les afirmacions següents són certes:

- a) Aquest sistema d'equacions representa dues rectes paral·leles perquè totes dues tenen pendent -1 . [1 punt]
 b) Aquest sistema és compatible determinat i la solució és $x = 1, y = 1$. [1 punt]

- a) Les rectes son $y = 2x - 1$ que té pendent 2 i $y = -x + 2$ que té pendent -1 . Per tant no són paral·leles.
 b) Si resollem el sistema format per les dues equacions obtenim la solució $x = 1, y = 1$. Alternativament podem comprovar que $x = 1, y = 1$ satisfà les dues equacions.

Criteris de correcció: a) Raonament que no poden ser paral·leles: 1 p. b) Raonament que aquesta és la solució: 1 p.

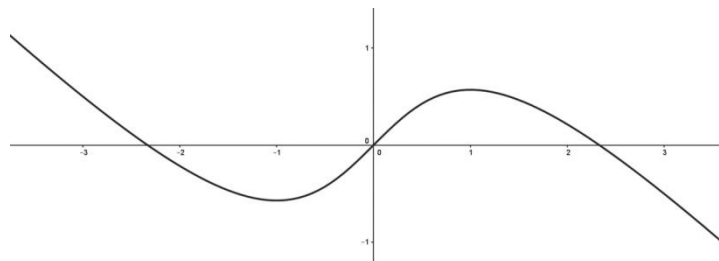
5. Un fabricant d'automòbils produeix els models Record i Astrid. Desa la producció en tres naus. A la primera nau té 150 vehicles del model Record i 120 vehicles del model Astrid. A la segona guarda 80 Record i 140 Astrid. Finalment, a la tercera nau emmagatzema 250 Record i 125 Astrid. A més, el preu dels automòbils Record és de 6.520€, mentre que cada Astrid val 8.130€. Tota aquesta informació està recollida en les matrius següents:

- a) Què representa la matriu $B \cdot A$? Calculeu-la. [1 punt]
 b) Què representa la matriu $B \cdot A \cdot P$? Calculeu-la. [1 punt]

- a) El producte $B \cdot A$ ens dona el nombre de cotxes que tenim de cada model:
 $B \cdot A = \begin{pmatrix} 480 & 385 \end{pmatrix}$.
 b) El producte $B \cdot A \cdot P$ ens dona el valor total dels cotxes emmagatzemats:
 $B \cdot A \cdot P = 6.259.650$.

Criteris de correcció: a) Significat de la matriu: 0,75p. Càlcul: 0,25 p. b) Significat de la matriu: 0,75p. Càlcul: 0,25 p.

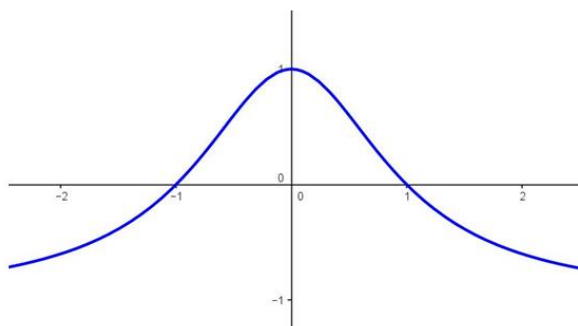
6. A continuació es mostra la gràfica d'una funció f que presenta un mínim relatiu en el punt d'abscissa $x = -1$ i un màxim relatiu en el punt d'abscissa $x = 1$.



- a) Sabent que $f'(0) = 1$, determineu l'equació de la recta tangent a f que passa per l'origen de coordenades. [1 punt]
b) Feu un esbós de la gràfica de la funció f' amb les dades de què disposeu. [1 punt]

a) El pendent de la recta tangent és 1, i passa per l'origen. Per tant l'equació serà $y = x$.

b) Com que f és decreixent fins a $x = -1$, en aquest interval f' serà negativa. Si $-1 < x < 1$ la funció és creixent. Per tant, la derivada és positiva, mentre que si $x > 1$ la derivada torna a ser negativa. Com que a més a més sabem que $f'(0) = 1$, la gràfica serà aproximadament així



*Criteris de correcció: a) Obtenció del pendent: 0,5p. Equació de la recta: 0,5 p.
b) Raonament: 0,5 p. Obtenció de la gràfica aproximada: 0,5 p.*