



Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Serie 1

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que tengan información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

1. Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales, que depende del parámetro λ :

$$\begin{cases} \lambda x + y - z = 0 \\ y + z = 10 \\ 2\lambda x - y + 5\lambda z = 30 \end{cases}$$

- a) Estudie para qué valores del parámetro λ el sistema es incompatible.

[1 punto]

- b) Resuelva el sistema para el caso $\lambda = 1$.

[1 punto]

2. Considere los planos $\pi_1: 5x - y - 7z = 1$ y $\pi_2: 2x + 3y + z = 5$.

- a) Determine la ecuación general (es decir, la que tiene la forma $Ax + By + Cz = D$) del plano que pasa por el origen de coordenadas y es perpendicular a los planos π_1 y π_2 .

[1 punto]

- b) Calcule el ángulo que forman los planos π_1 y π_2 .

[1 punto]

3. Sea la función $f(x) = \frac{1}{x^2 - k}$, donde k es un parámetro real distinto de 0. Para los

distintos valores del parámetro k :

- a) Calcule el dominio y las asíntotas de la función.

[1 punto]

- b) Calcule los puntos con un máximo o un mínimo relativo.

[1 punto]

4. Se sabe que el siguiente sistema de ecuaciones lineales tiene una única solución:

$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ x + az = 1 \\ y + z = a \end{cases}$$

- a) Compruebe que $a \neq 0$.

[1 punto]

- b) Encuentre la solución del sistema en función del parámetro a .

[1 punto]

5. Considere las matrices cuadradas de orden 2 de la forma $M = \begin{pmatrix} x & -1 \\ y^2 + 1 & x \end{pmatrix}$, con x e y números reales.

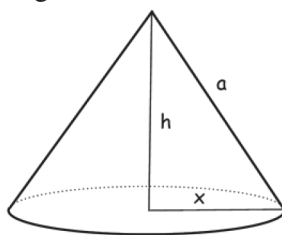
- a) Compruebe que la matriz M es siempre invertible, independientemente de los valores de x y de y .

[1 punto]

- b) Para $x = 1$ e $y = -1$, calcule M^{-1} .

[1 punto]

6. Considere un cono de 120 cm^3 de volumen que tiene una altura h , un radio de la base x y una arista a , como el de la siguiente figura:



- a) Compruebe que $a^2 = \frac{360}{\pi} \cdot \frac{1}{h} + h^2$.

[1 punto]

- b) Calcule la altura del cono que tiene la arista de longitud mínima.

[1 punto]

NOTA: Recuerde que el volumen del cono es un tercio del volumen del cilindro recto que tiene la misma base y la misma altura que el cono.