



Proves d'accés a la universitat

Matemàtiques

Serie 5

Responda a CINCO de las seis cuestiones siguientes. En las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué.

Cada cuestión vale 2 puntos.

Puede utilizar calculadora, pero no se autorizará el uso de calculadoras u otros aparatos que tengan información almacenada o que puedan transmitir o recibir información.

1. Sean las rectas de $\mathbb{R}^3$ $r: \begin{cases} 2x - y = 1 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$ y $s: x + 1 = \frac{y-2}{2} = z - 1$.

a) Compruebe que son paralelas.

[1 punto]

b) Calcule la ecuación vectorial del plano que las contiene.

[1 punto]

2. Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + kz = 1 \\ x + (k+1)y + z = k^2 - 4 \end{cases}$$

en el que k es un parámetro real.

a) Discuta el sistema para los diferentes valores de k .

[1 punto]

b) Resuelva el sistema para el caso $k = -2$.

[1 punto]

3. Responda a las siguientes cuestiones:

a) Compruebe que la recta tangente a la curva $y = x^2$ en el punto de abscisa $x = 2$ es la recta $y = 4x - 4$ y calcule los puntos de intersección de esta recta con los ejes de coordenadas.

[1 punto]

b) Calcule el área limitada por la curva del apartado anterior, la recta tangente en $x = 2$ y el eje de abscisas.

[1 punto]

4. Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calcule las potencias A^2 , A^3 y A^6 .

[1 punto]

b) Calcule la inversa de la matriz A^5 .

[1 punto]

5. Sea $\begin{pmatrix} a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & a \\ 1 & 1 & a & a^2 \end{pmatrix}$ la matriz ampliada de un sistema de ecuaciones lineales.

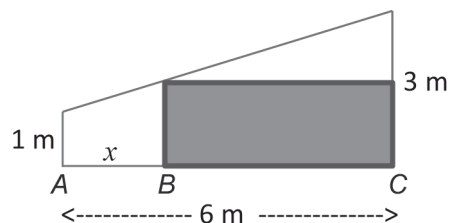
a) Discuta el sistema según los valores del parámetro a , e interprete el resultado geométricamente.

[1 punto]

b) Para $a = 1$ encuentre la forma paramétrica del plano solución y dé un punto y dos vectores directores de este plano.

[1 punto]

6. El croquis de debajo representa la pared de un desván con el techo inclinado, en la que se quiere construir un armario rectangular como el de la zona sombreada.



a) Exprese el área del rectángulo en función de la longitud x del segmento AB .

[1 punto]

b) Determine las dimensiones del rectángulo si se quiere que tenga una superficie máxima y calcule esta superficie máxima.

[1 punto]



Institut
d'Estudis
Catalans