

	UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA LOS MAYORES DE 25 AÑOS AÑO 2025 MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II	
---	--	--

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

INSTRUCCIONES: El alumno deberá elegir **una** de las dos opciones A o B que figuran en el presente examen y contestar razonadamente **a los cuatro ejercicios** de que consta la opción elegida. Para la realización de esta prueba puede utilizarse calculadora científica, siempre que no disponga de capacidad de representación gráfica o de cálculo simbólico.

PUNTUACIÓN: La puntuación máxima de cada ejercicio se indica en el encabezamiento del mismo.

TIEMPO: 1 Hora y 30 minutos

OPCIÓN A**Ejercicio 1.** (3 puntos)

Dado el sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 2x + my + z = 2 \\ x + my = m \\ y - mz = 0 \end{cases}$$

- Estúdiese la compatibilidad del sistema en función de los valores de m .
- Resuélvase el sistema para $m = 1$.

Ejercicio 2. (2,5 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

- Determinense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, sus máximos y sus mínimos.
- Obténgase la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 4$.

Ejercicio 3. (2 puntos)

En un pequeño huerto se quiere estudiar el número de granos por espiga de una variedad de cereal.

Nº de granos	(0,10]	(10,20]	(20,30]	(30,40]	(40,50]	(50,60]
Nº de espigas	5	6	8	14	5	2

- Hállese el número medio de granos y el intervalo modal.
- Calcúlese la mediana e interprétese el resultado obtenido.

Ejercicio 4. (2,5 puntos)

En un taller de reparación de automóviles el 60% de los coches tienen problemas de chapa, el 15% problemas con las lunas, y el 6% tienen problemas de chapa y de lunas.

- Calcúlese la probabilidad de que un coche en el taller no tenga problemas de chapa ni de lunas.
- Calcúlese la probabilidad de que un coche en el taller tenga problemas de lunas pero no de chapa.
- Si sabemos que un coche tiene problemas de chapa, ¿cuál es la probabilidad de que también tenga un problema con las lunas?

OPCIÓN B**Ejercicio 1.** (2,5 puntos)

Sea la región S del plano definida por las inecuaciones:

$$\begin{cases} x - 2y + 2 \geq 0 \\ x + 2y - 2 \geq 0 \\ x \leq 4 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

- a) Representétese gráficamente la región S.
- b) Indíquense las coordenadas de todos los vértices de la región S y calcúlense los puntos de S donde la función $f(x, y) = x + 2y$ alcanza sus valores máximo y mínimo.

Ejercicio 2. (3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^2 - 1} & \text{si } x < 3 \\ ax + 2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$, con $a \in \mathbb{R}$.

- a) Calcúlese a para que $f(x)$ sea continua en $x = 3$.
- b) Para $a = 2$, determínese el dominio de $f(x)$, así como sus asíntotas.
- c) Para $a = 2$, calcúlese el área de la región plana acotada limitada por la gráfica de f , el eje OX y las rectas $x = 3$ y $x = 4$.

Ejercicio 3. (2 puntos)

En una promoción inmobiliaria se comercializan tres tipos de pisos, en función del número de dormitorios de que disponen: P1, P2, P3. Cuando se concierta una visita a un piso de la promoción, el 40% de las veces es a un piso P1, el 35% a un P2 y el 25% de las veces a un P3. Si la visita es a un piso P1 la probabilidad de que acabe en venta es de 0,1, siendo estas probabilidades de 0,15 para un piso P2 y de 0,05 para un piso P3.

- a) Elegida una visita al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que acabe en venta?
- b) Si sabemos que la visita ha acabado en venta, ¿cuál es la probabilidad de que fuera a un piso P1?

Ejercicio 4. (2,5 puntos)

El peso neto de determinadas latas de conservas (en gramos) se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media 85 gramos y desviación típica 4 gramos.

- a) Calcúlese la probabilidad de que una lata tomada al azar tenga un peso neto mayor de 87 gramos.
- b) Si se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 100 latas, calcúlese la probabilidad de que la media muestral sea inferior a 84 gramos.

SOLUCIONES

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (3 puntos)

Dado el sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 2x + my + z = 2 \\ x + my = m \\ y - mz = 0 \end{cases}$$

a) Estúdiese la compatibilidad del sistema en función de los valores de m .

b) Resuélvase el sistema para $m = 1$.

a) La matriz de coeficientes A asociada al sistema es $A = \begin{pmatrix} 2 & m & 1 \\ 1 & m & 0 \\ 0 & 1 & -m \end{pmatrix}$ y la matriz ampliada es

$$A/B = \begin{pmatrix} 2 & m & 1 & 2 \\ 1 & m & 0 & m \\ 0 & 1 & -m & 0 \end{pmatrix}.$$

El determinante de A es $|A| = \begin{vmatrix} 2 & m & 1 \\ 1 & m & 0 \\ 0 & 1 & -m \end{vmatrix} = -2m^2 + 0 + 1 - 0 + m^2 - 0 = 1 - m^2.$

Veamos cuando se anula.

$$|A| = 0 \Rightarrow 1 - m^2 = 0 \Rightarrow 1 = m^2 \Rightarrow \boxed{m = \sqrt{1} = \pm 1}$$

Analizamos tres situaciones diferentes.

CASO 1. $m \neq -1$ y $m \neq 1$

En este caso el determinante de A es no nulo y su rango es 3, así como el de la matriz ampliada y el número de incógnitas. El sistema es COMPATIBLE DETERMINADO (tiene una única solución).

CASO 2. $m = -1$

En este caso el determinante de A es nulo y su rango no es 3.

Estudiamos el rango de A y A/B usando el método de Gauss.

$$\begin{aligned} A/B &= \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot \text{Fila } 2^a - \text{Fila } 1^a \\ 2 \quad -2 \quad 0 \quad -2 \\ -2 \quad 1 \quad -1 \quad -2 \\ \hline 0 \quad -1 \quad -1 \quad -4 \rightarrow \text{Nueva Fila } 2^a \end{array} \right\} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & -1 & -4 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Fila } 3^a + \text{Fila } 2^a \\ 0 \quad 1 \quad 1 \quad 0 \\ 0 \quad -1 \quad -1 \quad -4 \\ \hline 0 \quad 0 \quad 0 \quad -4 \rightarrow \text{Nueva Fila } 3^a \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} \overbrace{2 \quad -1 \quad 1 \quad 2}^{A/B} \\ 0 \quad -1 \quad -1 \quad -4 \\ \underbrace{0 \quad 0 \quad 0 \quad -4}_A \end{pmatrix} \end{aligned}$$

El rango de A es 2 y el de A/B es 3. Los rangos son distintos.
El sistema es INCOMPATIBLE (sin solución).

CASO 3. $m = 1$

En este caso el determinante de A es nulo y su rango no es 3.
Estudiamos el rango de A y A/B usando el método de Gauss.

$$\begin{aligned}
 A/B &= \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot \text{Fila } 2^a - \text{Fila } 1^a \\ 2 \quad 2 \quad 0 \quad 2 \\ -2 \quad -1 \quad -1 \quad -2 \\ \hline 0 \quad 1 \quad -1 \quad 0 \rightarrow \text{Nueva Fila } 2^a \end{array} \right\} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Fila } 3^a - \text{Fila } 2^a \\ 0 \quad 1 \quad -1 \quad 0 \\ 0 \quad -1 \quad 1 \quad 0 \\ \hline 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \rightarrow \text{Nueva Fila } 3^a \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{c} \overbrace{\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}^{A/B} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_A \end{array} \right)
 \end{aligned}$$

El rango de A es 2, al igual que el de A/B . Los rangos son iguales pero menores que el número de incógnitas (3). El sistema es COMPATIBLE INDETERMINADO (infinitas soluciones).

- b) Lo resolvemos para $m = 1$. Sabemos que es compatible indeterminado (CASO 3). Lo resolvemos partiendo del sistema triangular equivalente obtenido en el apartado anterior.

$$\left(\begin{array}{c} \overbrace{\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}}^{A/B} \\ \underbrace{\hspace{1.5cm}}_A \end{array} \right) \Rightarrow \begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ y - z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ y = z \end{cases} \Rightarrow 2x + z + z = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x = 2 - 2z \Rightarrow x = 1 - z \Rightarrow \begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases} ; \lambda \in \mathbb{R}$$

Las soluciones del sistema para $m = 1$ son $\begin{cases} x = 1 - \lambda \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases} ; \lambda \in \mathbb{R}.$

Ejercicio 2. (2,5 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

- a) Determinéense sus intervalos de crecimiento y decrecimiento, sus máximos y sus mínimos.
 b) Obténgase la ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 4$.

a) Obtenemos los puntos críticos de la función.

$$\left. \begin{aligned} f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x &\rightarrow f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 \\ f'(x) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3x^2 - 12x + 9 = 0 \Rightarrow$$

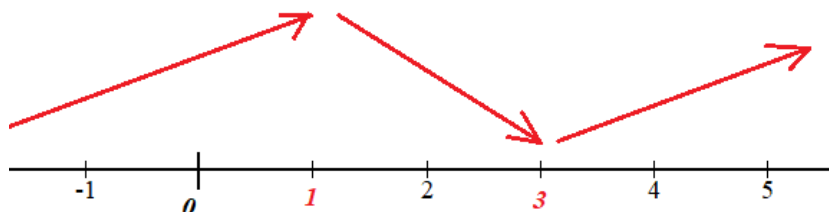
$$\Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 3}}{2} = \frac{4 \pm 2}{2} = \begin{cases} \frac{4+2}{2} = \boxed{3=x} \\ \frac{4-2}{2} = \boxed{1=x} \end{cases}$$

La función tiene dos puntos críticos: $x = 3$ y $x = 1$, estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de estos valores.

- En el intervalo $(-\infty, 1)$ tomamos $x = 0$ y la derivada vale $f'(0) = 3 \cdot 0^2 - 12 \cdot 0 + 9 = 9 > 0$, la función crece en $(-\infty, 1)$.
- En el intervalo $(1, 3)$ tomamos $x = 2$ y la derivada vale $f'(2) = 3 \cdot 2^2 - 12 \cdot 2 + 9 = -3 < 0$, la función decrece en $(1, 3)$.
- En el intervalo $(3, +\infty)$ tomamos $x = 10$ y la derivada vale $f'(10) = 3 \cdot 10^2 - 12 \cdot 10 + 9 = 189 > 0$, la función crece en $(3, +\infty)$.

La función crece en $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$ y decrece en $(1, 3)$.

La función sigue el esquema siguiente.



La función tiene un máximo relativo en $x = 1$ y un mínimo relativo en $x = 3$.

Como $f(1) = 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 9 \cdot 1 = 4$ y $f(3) = 3^3 - 6 \cdot 3^2 + 9 \cdot 3 = 0$ el máximo relativo tiene coordenadas $(1, 4)$ y el mínimo relativo $(3, 0)$.

- b) La ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 4$ es $y - f(4) = f'(4)(x - 4)$

$$\left. \begin{aligned} f(4) &= 4^3 - 6 \cdot 4^2 + 9 \cdot 4 = 4 \\ f'(4) &= 3 \cdot 4^2 - 12 \cdot 4 + 9 = 9 \\ y - f(4) &= f'(4)(x - 4) \end{aligned} \right\} \Rightarrow y - 4 = 9(x - 4) \Rightarrow y - 4 = 9x - 36 \Rightarrow \boxed{y = 9x - 32}$$

La ecuación de la recta tangente a $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 4$ es $y = 9x - 32$.

Ejercicio 3. (2 puntos)

En un pequeño huerto se quiere estudiar el número de granos por espiga de una variedad de cereal.

Nº de granos	(0,10]	(10,20]	(20,30]	(30,40]	(40,50]	(50,60]
Nº de espigas	5	6	8	14	5	2

- a) Hállese el número medio de granos y el intervalo modal.
 b) Calcúlese la mediana e interprétese el resultado obtenido

a) Hallamos la media con la fórmula $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N}$.

Nº de granos	(0,10]	(10,20]	(20,30]	(30,40]	(40,50]	(50,60]
Marca de clase (x_i)	5	15	25	35	45	55
Nº de espigas (f_i)	5	6	8	14	5	2
$x_i \cdot f_i$	25	90	200	510	225	110

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{N} = \frac{25 + 90 + 200 + 510 + 225 + 110}{5 + 6 + 8 + 14 + 5 + 2} = 29$$

La media es de 29 granos por espiga.

El intervalo modal es el intervalo con mayor frecuencia: (30,40]

b) Añadimos a nuestra tabla la frecuencia acumulada.

Nº de granos (x_i)	(0,10]	(10,20]	(20,30]	(30,40]	(40,50]	(50,60]
Nº de espigas (f_i)	5	6	8	14	5	2
F_i	5	11	19	33	38	40

Como $\frac{40}{2} = 20$ la mediana es la espiga situada en la posición vigésima: (30,40].

Dividimos el intervalo en 14 partes: $\frac{40-30}{14} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$.

El primer dato del intervalo es $30 + \frac{5}{7} = 30.71$. La mediana es 31 granos por espiga.

La interpretación de lo obtenido es que la mitad de las espigas(20) tendrán menos de 31 granos y la otra mitad más de 31 granos.

Ejercicio 4. (2,5 puntos)

En un taller de reparación de automóviles el 60% de los coches tienen problemas de chapa, el 15% problemas con las lunas, y el 6% tienen problemas de chapa y de lunas.

- Calcúlese la probabilidad de que un coche en el taller no tenga problemas de chapa ni de lunas.
- Calcúlese la probabilidad de que un coche en el taller tenga problemas de lunas pero no de chapa.
- Si sabemos que un coche tiene problemas de chapa, ¿cuál es la probabilidad de que también tenga un problema con las lunas?

Llamamos C a “tener problemas de chapa” y L a “tener problemas con las lunas”.

Nos dicen que $P(C) = 0.60$; $P(L) = 0.15$ y $P(C \cap L) = 0.06$.

Realizamos una tabla de contingencia.

	Lunas	No lunas	
Chapa	6		60
No chapa			
	15		100

Completamos la tabla.

	Lunas	No lunas	
Chapa	6	54	60
No chapa	9	31	40
	15	85	100

- Nos piden calcular $P(\bar{C} \cap \bar{L})$. Observando los datos de la tabla y aplicando la regla de Laplace la probabilidad de que un coche en el taller no tenga problemas de chapa ni de lunas es $\frac{31}{100} = 0.31$
- Nos piden calcular $P(\bar{C} \cap L)$. Observando los datos de la tabla y aplicando la regla de Laplace la probabilidad de que un coche en el taller tenga problemas de lunas pero no de chapa es $\frac{9}{100} = 0.09$
- Nos piden calcular $P(L/C)$. Como hay un 60% de coches con problemas de chapa y de ellos un 6% tiene problemas de lunas la probabilidad de que un coche con problemas de chapa también tenga problemas de lunas vale $\frac{6}{60} = 0.1$.

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (2,5 puntos)

Sea la región S del plano definida por las inecuaciones:

$$\begin{cases} x - 2y + 2 \geq 0 \\ x + 2y - 2 \geq 0 \\ x \leq 4 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$$

a) Representétese gráficamente la región S.

b) Indíquense las coordenadas de todos los vértices de la región S y calcúlense los puntos de S donde la función $f(x, y) = x + 2y$ alcanza sus valores máximo y mínimo.

a) Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$$x - 2y + 2 = 0$$

x	$y = \frac{x+2}{2}$
0	1
4	3

$$x + 2y - 2 = 0$$

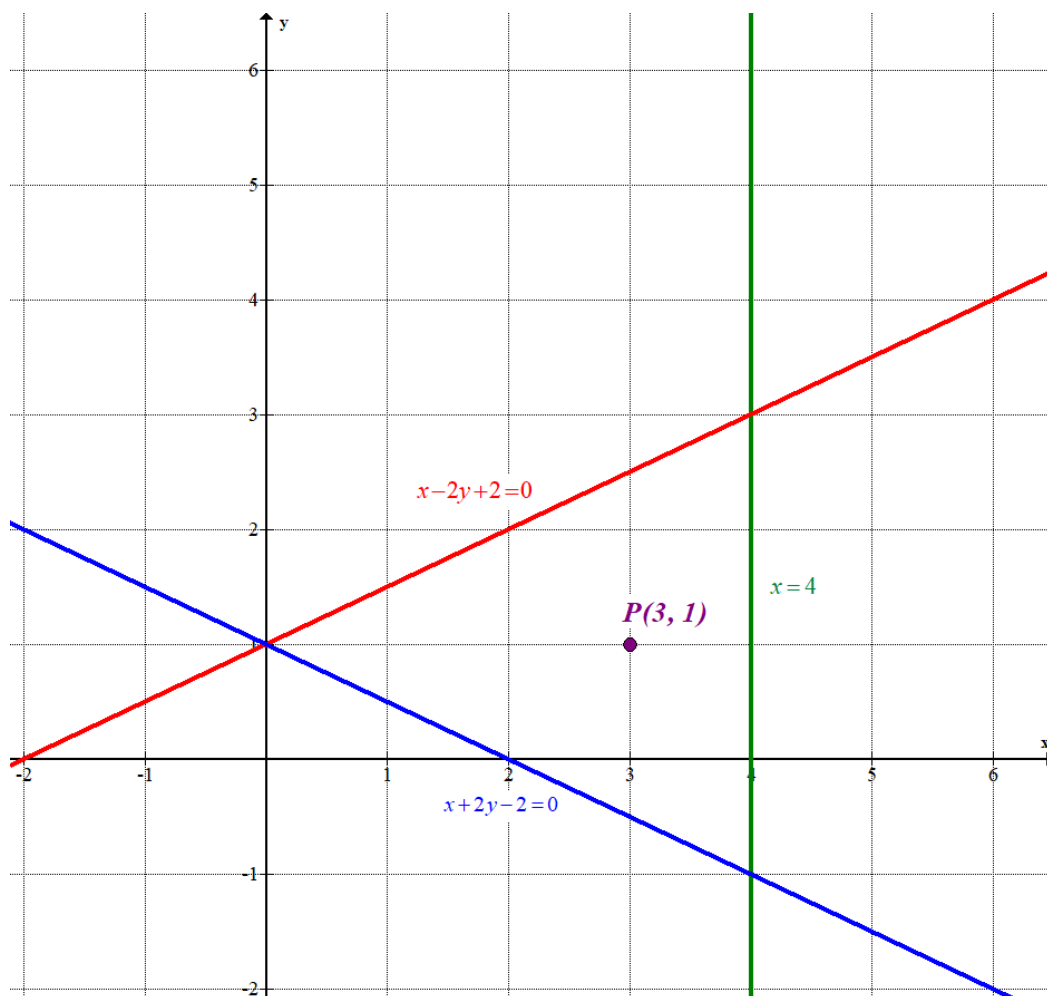
x	$y = \frac{2-x}{2}$
0	1
2	0

$$x = 4$$

$x = 4$	y
4	0
4	3

$$x \geq 0; y \geq 0$$

Primer
cuadrante

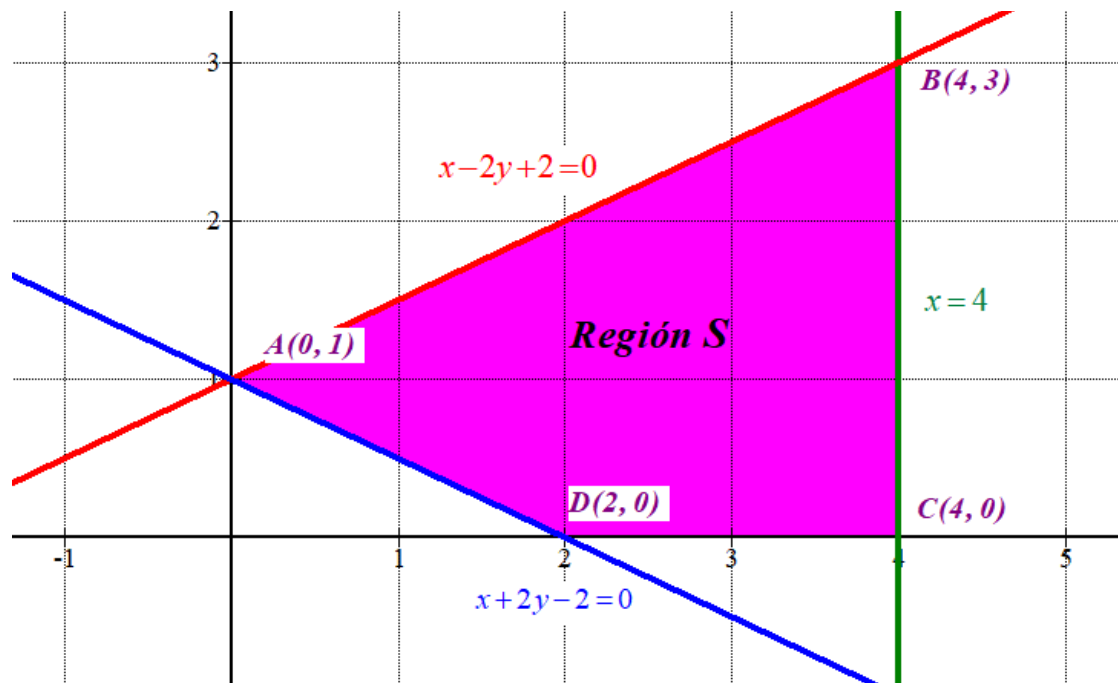


Como las restricciones son $\begin{cases} x+2 \geq 2y \\ 2y \geq 2-x \\ x \leq 4 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{cases}$ la región S es la región del primer cuadrante situada a

la izquierda de la recta vertical verde, por debajo de la recta roja y por encima de la recta azul. Comprobamos que el punto P(3, 1) perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\begin{cases} 3-2+2 \geq 0 \\ 3+2-2 \geq 0 \\ 3 \leq 4 \\ 3 \geq 0; 1 \geq 0 \end{cases} \quad \text{¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos la región S en el siguiente dibujo e indicamos las coordenadas de sus vértices.



b) Valoramos la función $f(x,y) = x+2y$ en cada vértice en busca de su valor máximo.

- $A(0, 1) \rightarrow f(0,1) = 0 + 2 \cdot 1 = 2$ **Mínimo**
- $B(4, 3) \rightarrow f(4,3) = 4 + 2 \cdot 3 = 10$ **¡Máximo!**
- $C(4, 0) \rightarrow f(4,0) = 4 + 2 \cdot 0 = 4$
- $D(2, 0) \rightarrow f(2,0) = 2 + 2 \cdot 0 = 2$ **Mínimo**

El valor máximo de la función es 10 que se alcanza en el punto B(4, 3). El valor mínimo de la función es 2 que se alcanza en los puntos A y D, por lo que este valor mínimo se alcanza en todos los puntos del segmento AD.

Ejercicio 2. (3 puntos)

Se considera la función real de variable real definida por $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^2-1} & \text{si } x < 3 \\ ax+2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$, con $a \in \mathbb{R}$.

- a) Calcúlese a para que $f(x)$ sea continua en $x=3$.
 b) Para $a=2$, determínese el dominio de $f(x)$, así como sus asíntotas.
 c) Para $a=2$, calcúlese el área de la región plana acotada limitada por la gráfica de f , el eje OX y las rectas $x=3$ y $x=4$.

- a) Para que $f(x)$ sea continua en $x=3$ debe cumplirse $f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$.

$$\left. \begin{aligned} f(3) &= 3a+2 \\ \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 3^+} ax+2 = 3a+2 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2}{x^2-1} = \frac{2}{3^2-1} = \frac{1}{4} \\ f(3) &= \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3a+2 = \frac{1}{4} \Rightarrow 12a+8=1 \Rightarrow 12a=-7 \Rightarrow a = \frac{-7}{12}$$

El valor buscado es $a = \frac{-7}{12}$.

- b) Para $a=2$ la función queda $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^2-1} & \text{si } x < 3 \\ 2x+2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

En el intervalo $(-\infty, 3)$ la función tiene la expresión $f(x) = \frac{2}{x^2-1}$ que no existe para los valores reales que anulan el denominador: $x^2-1=0 \Rightarrow x = \sqrt{1} = \pm 1$. El dominio de esta rama de la función es $(-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, 3)$.

En el intervalo $[3, +\infty)$ la función tiene la expresión $f(x) = 2x+2$ que existe para todo valor real. El dominio de esta rama de la función es $[3, +\infty)$.

El dominio de la función es $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$.

Asíntotas verticales. $x = a$

¿ $x = -1$ es asíntota vertical?

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2}{x^2-1} = \frac{2}{0} = \infty$$

$x = -1$ es asíntota vertical.

¿ $x = 1$ es asíntota vertical?

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{x^2-1} = \frac{2}{0} = \infty$$

$x = 1$ es asíntota vertical.

Asíntotas horizontales. $y = b$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{x^2 - 1} = \frac{2}{\infty} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2x + 2 = +\infty$$

La recta $y = 0$ es asíntota horizontal de la función cuando x tiende a $-\infty$.

Asíntota oblicua. $y = mx + n$

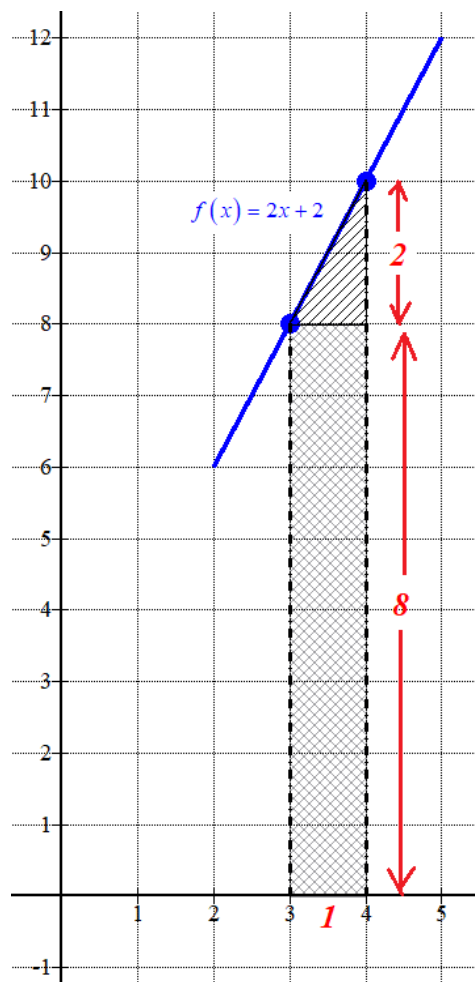
Cuando x tiende a $-\infty$ hay asíntota horizontal y no habrá asíntota oblicua.

Cuando x tiende a $+\infty$ la función es lineal y no tiene comportamiento asintótico.

La función tiene dos asíntotas verticales: $x = 1$, $x = -1$ y una asíntota horizontal cuando x tiende a $-\infty$: $y = 0$.

b) Para $a = 2$ la función en el intervalo $[3, 4]$ tiene la expresión $f(x) = 2x + 2$.

Dibujamos la región de la que queremos hallar el área.



El área de la región es el resultado de la suma del área de un rectángulo de base 1 y altura 8 y el área de un triángulo de base 1 y altura 2: $8 \cdot 1 + \frac{2 \cdot 1}{2} = 9$ unidades cuadradas.

Ejercicio 3. (2 puntos)

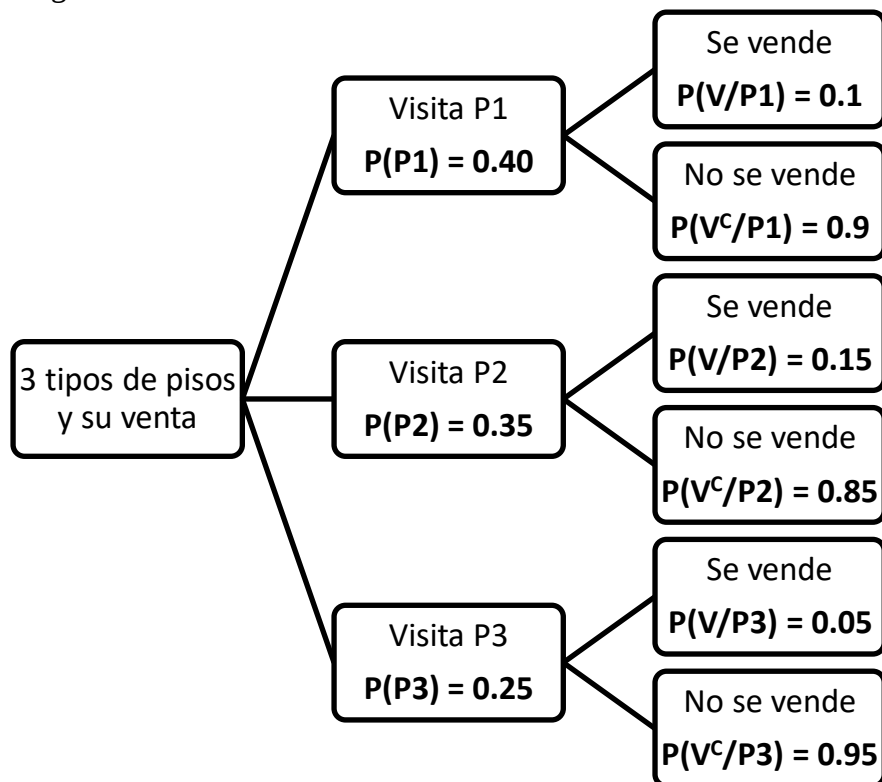
En una promoción inmobiliaria se comercializan tres tipos de pisos, en función del número de dormitorios de que disponen: P1, P2, P3. Cuando se concierta una visita a un piso de la promoción, el 40% de las veces es a un piso P1, el 35% a un P2 y el 25% de las veces a un P3. Si la visita es a un piso P1 la probabilidad de que acabe en venta es de 0,1, siendo estas probabilidades de 0,15 para un piso P2 y de 0,05 para un piso P3.

- a) Elegida una visita al azar, ¿Cuál es la probabilidad de que acabe en venta?
 b) Si sabemos que la visita ha acabado en venta, ¿cuál es la probabilidad de que fuera a un piso P1?

Llamamos P1, P2 y P3 a los sucesos “la visita es a un piso P1, P2 y P3, respectivamente”.

Llamamos V al suceso “el piso se vende”.

Realizamos un diagrama de árbol.



- a) Nos piden calcular $P(V)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$\begin{aligned}
 P(V) &= P(P1)P(V/P1) + P(P2)P(V/P2) + P(P3)P(V/P3) = \\
 &= 0.4 \cdot 0.1 + 0.35 \cdot 0.15 + 0.25 \cdot 0.05 = \boxed{0.105}
 \end{aligned}$$

- b) Nos piden calcular $P(P1/V)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(P1/V) = \frac{P(P1 \cap V)}{P(V)} = \frac{P(P1)P(V/P1)}{P(V)} = \frac{0.4 \cdot 0.1}{0.105} = \frac{8}{21} \approx 0.381$$

Ejercicio 4. (2,5 puntos)

El peso neto de determinadas latas de conservas (en gramos) se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media 85 gramos y desviación típica 4 gramos.

- a) Calcúlese la probabilidad de que una lata tomada al azar tenga un peso neto mayor de 87 gramos.
 b) Si se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 100 latas, calcúlese la probabilidad de que la media muestral sea inferior a 84 gramos.

Consideramos X = El peso neto de determinadas latas de conservas (en gramos). $X = N(85, 4)$

- a) Nos piden calcular $P(X > 87)$.

$$P(X > 87) = \{\text{Tipificamos}\} = P\left(Z > \frac{87-85}{4}\right) = P(Z > 0.5) =$$

$$= 1 - P(Z \leq 0.5) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} = 1 - 0.6915 = \boxed{0.3085}$$

z	0,00	0,01
0,0	0,5000	0,5040
0,1	0,5398	0,5438
0,2	0,5793	0,5832
0,3	0,6179	0,6217
0,4	0,6554	0,6591
0,5	0,6915	0,6950
0,6	0,7257	0,7291

- b) Si $X = N(85, 4)$ la distribución de la media muestral de las muestras de tamaño 100 es

$$\overline{X}_{100} = N\left(85, \frac{4}{\sqrt{100}}\right) \Rightarrow \overline{X}_{100} = N(85, 0.4).$$

Nos piden calcular $P(\overline{X}_{100} < 84)$.

$$P(\overline{X}_{100} < 84) = \{\text{Tipificamos}\} = P\left(Z < \frac{84-85}{0.4}\right) =$$

$$= P(Z < -2.5) = P(Z > 2.5) = 1 - P(Z \leq 2.5) =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} = 1 - 0.9938 = \boxed{0.0062}$$

z	0,00	0,01
0,0	0,5000	0,5040
0,1	0,5398	0,5438
0,2	0,5793	0,5832
0,3	0,6179	0,6217
0,4	0,6554	0,6591
0,5	0,6915	0,6950
0,6	0,7257	0,7291
0,7	0,7580	0,7611
0,8	0,7881	0,7910
0,9	0,8159	0,8186
1,0	0,8413	0,8438
1,1	0,8643	0,8665
1,2	0,8849	0,8869
1,3	0,9032	0,9049
1,4	0,9192	0,9207
1,5	0,9332	0,9345
1,6	0,9452	0,9463
1,7	0,9554	0,9564
1,8	0,9641	0,9649
1,9	0,9713	0,9719
2,0	0,9772	0,9778
2,1	0,9821	0,9826
2,2	0,9861	0,9864
2,3	0,9893	0,9896
2,4	0,9918	0,9920
2,5	0,9938	0,9940
2,6	0,9953	0,9955