



UNIBERTSITATERA SARTZEKO
EBALUAZIOA

EVALUACIÓN PARA EL ACCESO A LA
UNIVERSIDAD

2019ko UZTAILA

JULIO 2019

GIZARTE ZIENTZIEI
APLIKATUTAKOMATEMATIKA II

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS
CIENCIAS SOCIALES II

OPCIÓN A

A 1 (hasta 3 puntos)

Sea la región definida por las inecuaciones:

$$x + y - 1 \geq 0, \quad 0 \leq x \leq 4, \quad 0 \leq y \leq 2$$

Determinar los puntos de dicha región en los que la función $F(x, y) = 4x + 2y$ alcanza sus valores máximo y mínimo. Calcular los valores de la función en dichos puntos.

A 2 (hasta 3 puntos)

Sea la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

- Encontrar los valores de los parámetros a , b y c para que la función pase por el punto $(0, 0)$ y tenga un extremo relativo en el punto $(2, -4)$.
- Determinar los máximos, mínimos y puntos de inflexión de la función $f(x)$.
- Calcular el área de la región delimitada por el gráfico de la función y el eje de abscisas.

A 3 (hasta 2 puntos)

En un instituto hay tres grupos de 1º de bachillerato con el mismo número de estudiantes.

En el grupo A dos tercios de los/las estudiantes practican algún tipo de deporte, mientras que en los grupos B y C solo lo hacen la mitad de los/las estudiantes.

Entre todo el alumnado se escoge una persona al azar, y resulta que no practica deporte.

¿Cuál es la probabilidad de que dicha persona pertenezca al grupo A?

A 4 (hasta 2 puntos)

Tras realizar una prueba de cultura general entre los habitantes de cierta población, se observa que las puntuaciones obtenidas siguen una distribución normal, de media 68 y desviación típica 18.

Se desea clasificar a los habitantes en tres grupos (de baja cultura general, de cultura general aceptable, de cultura general excelente), de manera que el primer grupo abarque un 20 % de la población, el segundo un 65 %, y el tercero el 15 % restante.

¿Cuáles son las puntuaciones que marcan el paso de un grupo a otro?

OPCIÓN B**B 1 (hasta 3 puntos)**

Sean A y B las siguientes matrices: $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) Hallar la matriz inversa de $A - B$.
- b) Hallar la matriz X tal que $X(A - B) = 2A - 3B$

B 2 (hasta 3 puntos)

Sean las funciones $f(x) = x^4 - 4$ y $g(x) = 3x^2$.

- a) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de ambas funciones, así como los extremos relativos y los puntos de inflexión si los hubiera.
- b) Representa gráficamente ambas funciones sobre el mismo eje de coordenadas.
- c) Calcula el área de la región delimitada por ambas curvas.

B 3 (hasta 2 puntos)

En una determinada población, la probabilidad de ser mujer y padecer diabetes es el 6 %, mientras que la de ser hombre y no padecer diabetes es el 37 %. En dicha población hay un 54 % de mujeres. Se elige una persona al azar.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona elegida padezca diabetes?
- b) Si la persona elegida es mujer, ¿cuál es la probabilidad de que no padezca diabetes?
- c) Si la persona elegida resulta tener diabetes, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

B 4 (hasta 2 puntos)

La nota de la Evaluación para el Acceso a la Universidad del alumnado que se ha preinscrito en la carrera A sigue una distribución normal de media 6,8 y desviación típica 0,6. Por otro lado, la nota de los/las alumnos/as que se han preinscrito en la carrera B sigue una distribución normal de media 7 y desviación típica 0,5.

Si en ambos casos solo se puede admitir al 25 % del alumnado preinscrito, ¿cuál de las dos carreras requerirá una nota mínima más baja?

Soluciones

A 1 (hasta 3 puntos)

Sea la región definida por las inecuaciones:

$$x + y - 1 \geq 0, \quad 0 \leq x \leq 4, \quad 0 \leq y \leq 2$$

Determinar los puntos de dicha región en los que la función $F(x, y) = 4x + 2y$ alcanza sus valores máximo y mínimo. Calcular los valores de la función en dichos puntos.

Primero dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$$x + y - 1 = 0$$

x	y = 1 - x
-1	2
0	1
1	0
4	-3

$$x = 0$$

x = 0	y
0	1
0	2
0	3

$$x = 4$$

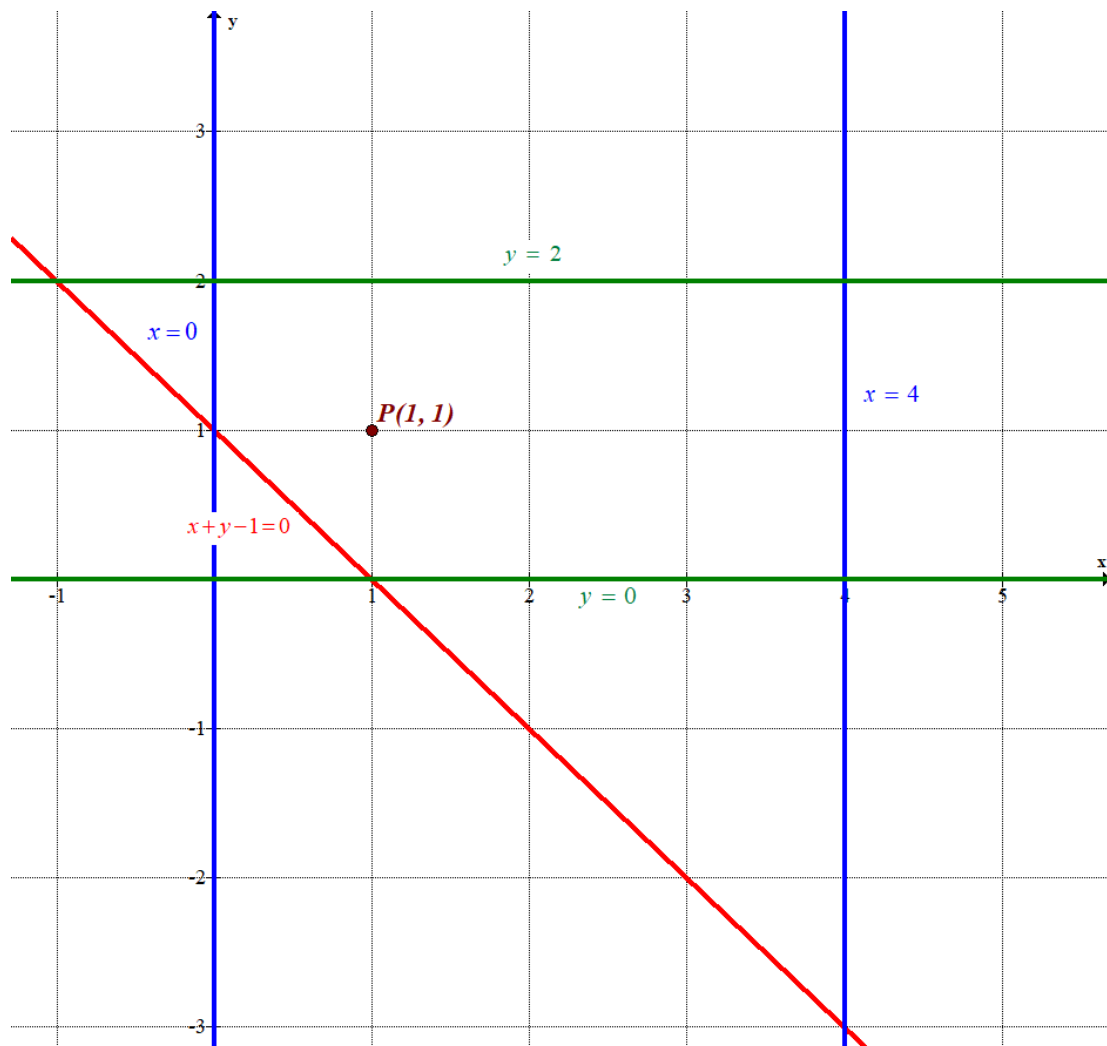
x = 4	y
4	-3
4	0
4	2

$$y = 0$$

x	y = 0
0	0
2	0
4	0

$$y = 2$$

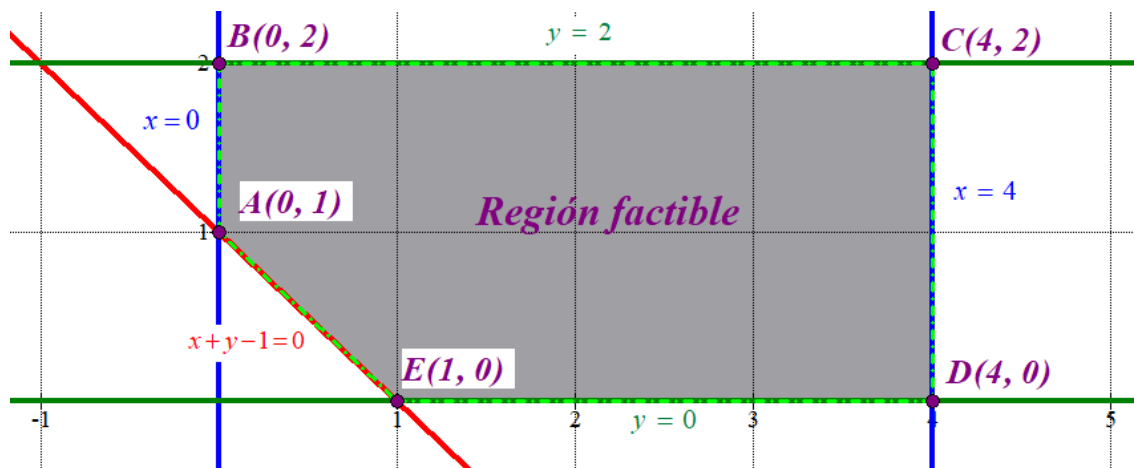
x	y = 2
0	2
2	2
4	2



Comprobamos si el punto $P(1, 1)$ cumple todas las inecuaciones.

$$1 + 1 - 1 \geq 0, \quad 0 \leq 1 \leq 4, \quad 0 \leq 1 \leq 2$$

Se cumplen todas las inecuaciones y la región factible es la zona coloreada del siguiente dibujo.



Valoramos la función objetivo $F(x, y) = 4x + 2y$ en cada vértice en busca de los valores máximo y mínimo.

$$A(0, 1) \rightarrow F(0, 1) = 4 \cdot 0 + 2 \cdot 1 = 2 \text{ ;mínimo!}$$

$$B(0, 2) \rightarrow F(0, 2) = 4 \cdot 0 + 2 \cdot 2 = 4$$

$$C(4, 2) \rightarrow F(4, 2) = 4 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 20 \text{ ;máximo!}$$

$$D(4, 0) \rightarrow F(4, 0) = 4 \cdot 4 + 2 \cdot 0 = 16$$

$$E(1, 0) \rightarrow F(1, 0) = 4 \cdot 1 + 2 \cdot 0 = 4$$

La función objetivo toma un valor máximo de 20 en el punto $C(4, 2)$ y el valor mínimo es de 2 que se alcanza en el punto $A(0, 1)$.

A 2 (hasta 3 puntos)

Sea la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.

- a) Encontrar los valores de los parámetros a , b y c para que la función pase por el punto $(0, 0)$ y tenga un extremo relativo en el punto $(2, -4)$.
 b) Determinar los máximos, mínimos y puntos de inflexión de la función $f(x)$.
 c) Calcular el área de la región delimitada por el gráfico de la función y el eje de abscisas.

a) Como la función pasa por el punto $(0, 0)$ entonces $f(0) = 0$.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \\ f(0) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = 0^3 + a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow \boxed{c = 0}$$

La función queda $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$. Nos falta determinar el valor de a y b .

Si la función tiene un extremo relativo en el punto $(2, -4)$ implica dos cosas: la derivada se anule en $x = 2$, es decir, $f'(2) = 0$ y también que $f(2) = -4$.

$$\left. \begin{array}{l} f'(2) = 0 \\ f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = 3 \cdot 2^2 + 2a \cdot 2 + b \Rightarrow \boxed{0 = 12 + 4a + b}$$

$$\left. \begin{array}{l} f(2) = -4 \\ f(x) = x^3 + ax^2 + bx \end{array} \right\} \Rightarrow -4 = 2^3 + a \cdot 2^2 + b \cdot 2 \Rightarrow -4 = 8 + 4a + 2b \Rightarrow \boxed{-6 = 2a + b}$$

Reunimos las dos ecuaciones obtenidas en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} 0 = 12 + 4a + b \\ -6 = 2a + b \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 0 = 12 + 4a + b \\ -6 - 2a = b \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = 12 + 4a - 6 - 2a \Rightarrow 0 = 6 + 2a \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2a = -6 \Rightarrow \boxed{a = -3} \Rightarrow \boxed{b = -6 - 2(-3) = 0}$$

Los valores de los parámetros son $a = -3$ y $b = c = 0$.

b) La función queda $f(x) = x^3 - 3x^2$.

Hallamos los puntos críticos de la función.

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = 3x^2 - 6x \\ f'(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow 3x(x - 2) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x = 0} \\ x - 2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 2} \end{array} \right.$$

Sustituimos los valores obtenidos en la segunda derivada para determinar si son máximos o mínimos.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x \Rightarrow f''(x) = 6x - 6 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f''(0) = 6 \cdot 0 - 6 = -6 < 0 \\ f''(2) = 6 \cdot 2 - 6 = 6 > 0 \end{array} \right.$$

La función tiene un máximo relativo en $x = 0$ y un mínimo relativo en $x = 2$.

Buscamos los valores que anulan la segunda derivada.

$$\left. \begin{array}{l} f''(x) = 6x - 6 \\ f''(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 6x - 6 = 0 \Rightarrow 6x = 6 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

Como la derivada tercera no se anula para $x=1$ la función tiene un punto de inflexión en $x=1$.

$$f''(x) = 6x - 6 \Rightarrow f'''(x) = 6 \Rightarrow f'''(1) = 6 \neq 0$$

Como $f(0) = 0^3 - 3 \cdot 0^2 = 0$, $f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 = -4$ y $f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 = -2$ la función tiene un máximo relativo en $(0, 0)$, un mínimo relativo en $(2, -4)$ y un punto de inflexión en $(1, -2)$.

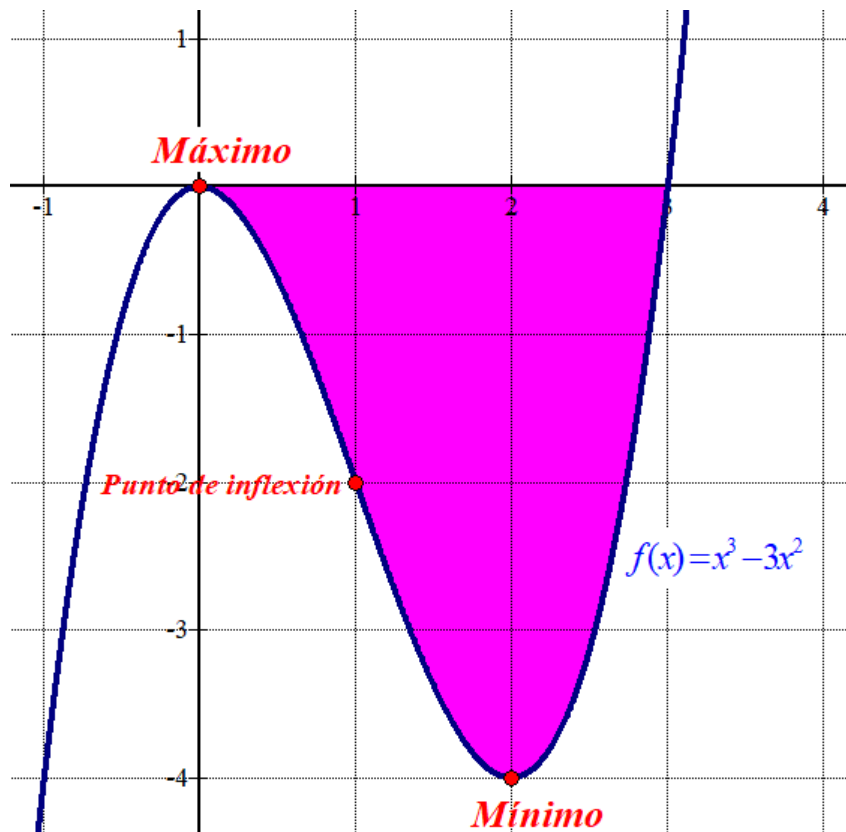
c) Hallamos los puntos de corte de la gráfica con el eje de abscisas.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x^3 - 3x^2 \\ y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x^3 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x^2(x-3) = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x=0} \\ x-3=0 \rightarrow \boxed{x=3} \end{array} \right.$$

El área de la región delimitada por el gráfico de la función y el eje de abscisas es el valor absoluto de la integral definida entre 0 y 3 de la función.

$$\int_0^3 x^3 - 3x^2 dx = \left[\frac{x^4}{4} - x^3 \right]_0^3 = \left[\frac{3^4}{4} - 3^3 \right] - \left[\frac{0^4}{4} - 0^3 \right] = \frac{-27}{4} = -6.75$$

El área de la región delimitada por el gráfico de la función y el eje de abscisas tiene un valor de 6.75 unidades cuadradas.



A 3 (hasta 2 puntos)

En un instituto hay tres grupos de 1º de bachillerato con el mismo número de estudiantes. En el grupo A dos tercios de los/las estudiantes practican algún tipo de deporte, mientras que en los grupos B y C solo lo hacen la mitad de los/las estudiantes. Entre todo el alumnado se escoge una persona al azar, y resulta que no practica deporte. ¿Cuál es la probabilidad de que dicha persona pertenezca al grupo A?

Pasemos esta información expresada en valores relativos a valores absolutos. Supongamos que en cada clase hay 30 alumnos.

Como en el grupo A dos tercios de los/las estudiantes practican algún tipo de deporte tenemos que $\frac{2}{3} \cdot 30 = 20$ alumnos practican deporte, por lo que $30 - 20 = 10$ no practican deporte.

En los grupos B y C practican deporte la mitad de los/las estudiantes por lo que la mitad no practican deporte. 15 alumnos del grupo B y otros 15 del grupo C no practican deporte.

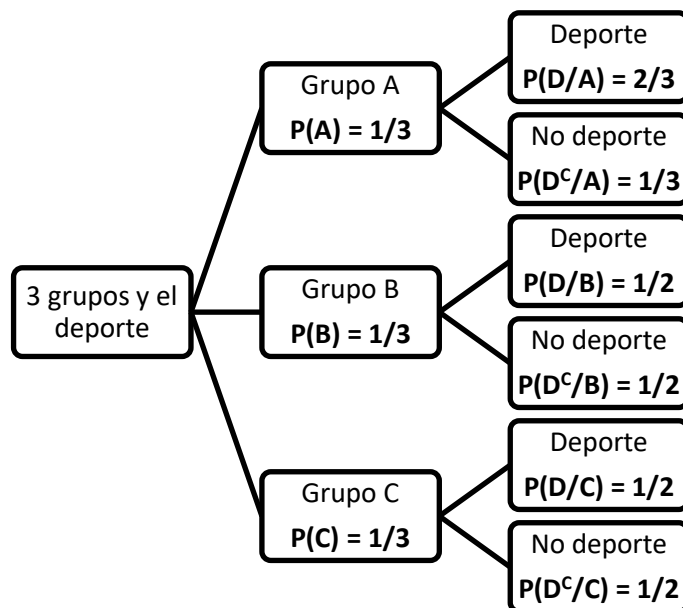
De los estudiantes del instituto $10 + 15 + 15 = 40$ no practican deporte.

Y de esos 40 sabemos que 10 pertenecen al grupo A.

Aplicamos la regla de Laplace y la probabilidad de que una persona que no practica deporte pertenezca al grupo A tiene un valor de $\frac{10}{40} = \frac{1}{4} = 0.25$.

OTRA FORMA DE RESOLVERLO

Hacemos un diagrama de árbol



Nos piden calcular $P(A/D^c)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(A/D^c) = \frac{P(A \cap D^c)}{P(D^c)} = \frac{P(A)P(D^c/A)}{P(A)P(D^c/A) + P(B)P(D^c/B) + P(C)P(D^c/C)} =$$

$$= \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{2+3+3}{18}} = \frac{\frac{1}{9}}{\frac{8}{18}} = \frac{2}{8} = \boxed{\frac{1}{4} = 0.25}$$

A 4 (hasta 2 puntos)

Tras realizar una prueba de cultura general entre los habitantes de cierta población, se observa que las puntuaciones obtenidas siguen una distribución normal, de media 68 y desviación típica 18.

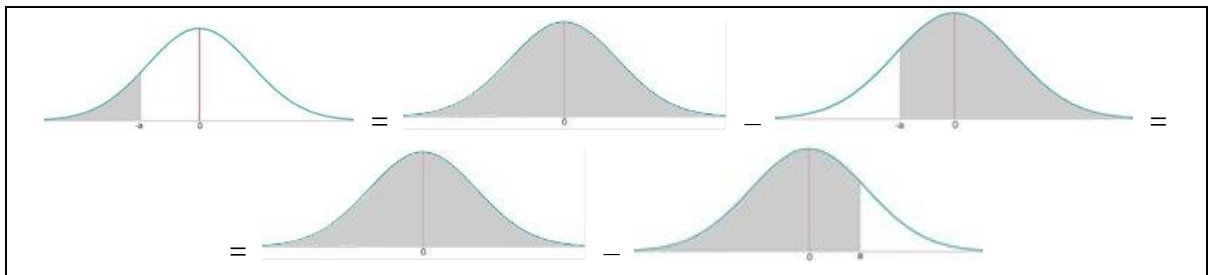
Se desea clasificar a los habitantes en tres grupos (de baja cultura general, de cultura general aceptable, de cultura general excelente), de manera que el primer grupo abarque un 20 % de la población, el segundo un 65 %, y el tercero el 15 % restante.

¿Cuáles son las puntuaciones que marcan el paso de un grupo a otro?

X = Puntuación obtenida en una prueba de cultura general. $X = N(68, 18)$.

Deseamos averiguar “a” tal que $P(X \leq a) = 0.20$.

$$P(X \leq a) = 0.20 \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{a-68}{18}\right) = 0.2 \Rightarrow$$



$$1 - P\left(Z \geq \frac{a-68}{18}\right) = 0.2 \Rightarrow 1 - P\left(Z \leq -\frac{a-68}{18}\right) = 0.2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P\left(Z \leq -\frac{a-68}{18}\right) = 0.8 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow -\frac{a-68}{18} = \frac{0.84 + 0.85}{2} = 0.845 \Rightarrow$$

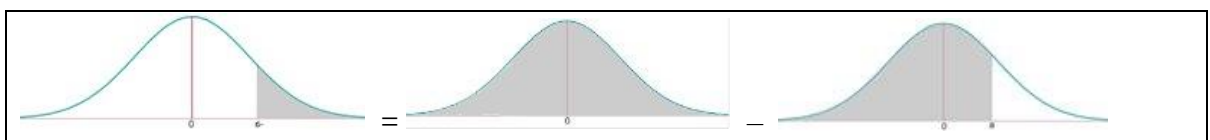
$$\Rightarrow -a + 68 = 15.21 \Rightarrow 68 - 15.21 = a \Rightarrow \boxed{a = 52.79}$$

	0	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05
0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7968	0'7995	0'8023
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264	0'8289

El 20 % de la población ha sacado menos de 52.79 puntos.

Averiguamos “b” tal que $P(X \geq b) = 0.15$.

$$P(X \geq b) = 0.15 \Rightarrow P\left(Z \geq \frac{b-68}{18}\right) = 0.15 \Rightarrow$$



$$\Rightarrow 1 - P\left(Z < \frac{b-68}{18}\right) = 0.15 \Rightarrow P\left(Z < \frac{b-68}{18}\right) = 0.85$$

Buscamos en la tabla de la $N(0, 1)$ y encontramos que $\frac{b-68}{18} = \frac{1.03+1.04}{2} = 1.035$.

Despejamos y averiguamos el valor de “b”.

$$\frac{b-68}{18} = 1.035 \Rightarrow b-68 = 18.63 \Rightarrow \boxed{b = 86.63}$$

	0	0'01	0'02	0'03	0'04
0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704
0'8	0'7881	0'7910	0'7939	0'7967	0'7995
0'9	0'8159	0'8186	0'8212	0'8238	0'8264
1	0'8413	0'8438	0'8461	0'8485	0'8508

El 15 % de la población ha sacado más de 86.63 puntos.

El restante 65 % de la población ha sacado entre 52.79 y 86.63 puntos.

Las personas de nivel cultural bajo han sacado menos de 52.79 puntos, las que tienen nivel cultural medio son las que han sacado una puntuación entre 52.79 y 86.63 puntos y las de nivel cultural alto han conseguido una puntuación superior a 86.63 puntos.

B 1 (hasta 3 puntos)

Sean A y B las siguientes matrices: $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Hallar la matriz inversa de $A - B$.

b) Hallar la matriz X tal que $X(A - B) = 2A - 3B$

a) Hallamos la expresión de la matriz $A - B$.

$$A - B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Para que esta matriz tenga inversa su determinante debe ser distinto de cero.

$$|A - B| = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 1 = 1 \neq 0$$

Hallamos su inversa.

$$(A - B)^{-1} = \frac{\text{Adj}(A - B)}{|A - B|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}}{1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

b) Despejamos X de la ecuación matricial.

$$X(A - B) = 2A - 3B \Rightarrow X = (2A - 3B)(A - B)^{-1}$$

Determinamos la expresión de la matriz X.

$$2A - 3B = 2 \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} - 3 \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6-3 & -2+6 \\ 0+3 & 4-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$X = (2A - 3B)(A - B)^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-4 & -3+8 \\ 3-1 & -3+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

La matriz solución de la ecuación matricial es $X = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$.

B 2 (hasta 3 puntos)

Sean las funciones $f(x) = x^4 - 4$ y $g(x) = 3x^2$.

- Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de ambas funciones, así como los extremos relativos y los puntos de inflexión si los hubiera.
- Representa gráficamente ambas funciones sobre el mismo eje de coordenadas.
- Calcula el área de la región delimitada por ambas curvas.

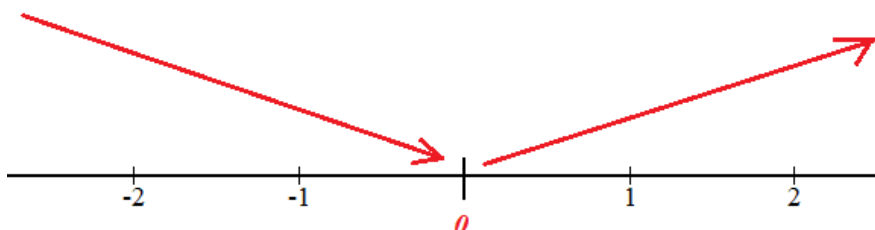
a) Hallamos los puntos críticos de la función $f(x) = x^4 - 4$.

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = 4x^3 \\ f'(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 4x^3 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$$

La función presenta un punto crítico en $x = 0$. Estudiamos el signo de la derivada antes y después de este valor.

- En el intervalo $(-\infty, 0)$ consideramos $x = -1$ y la derivada vale $f'(-1) = 4(-1)^3 = -4 < 0$. La función decrece en $(-\infty, 0)$.
- En el intervalo $(0, +\infty)$ consideramos $x = 1$ y la derivada vale $f'(1) = 4 \cdot 1^3 = 4 > 0$. La función crece en $(0, +\infty)$.

La función sigue el esquema siguiente.



La función $f(x) = x^4 - 4$ decrece en $(-\infty, 0)$ y crece en $(0, +\infty)$. La función presenta un mínimo relativo en $x = 0$. Como $f(0) = 0^4 - 4 = -4$ el mínimo relativo tiene coordenadas $(0, -4)$.

Buscamos los valores que anulan la segunda derivada (candidatos a puntos de inflexión).

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = 4x^3 \Rightarrow f''(x) = 12x^2 \\ f''(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 12x^2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$$

Ya hemos visto que en $x = 0$ la función tiene un mínimo. La función no tiene puntos de inflexión.

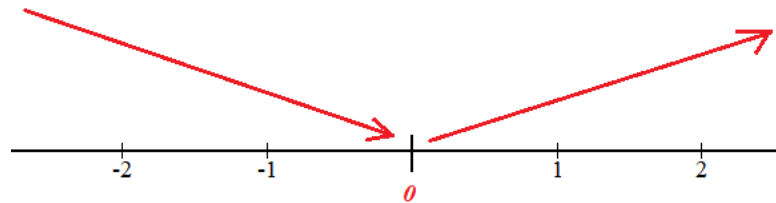
Hallamos los puntos críticos de la función $g(x) = 3x^2$.

$$\left. \begin{array}{l} g'(x) = 6x \\ g'(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 6x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$$

La función presenta un punto crítico en $x = 0$. Estudiamos el signo de la derivada antes y después de este valor.

- En el intervalo $(-\infty, 0)$ consideramos $x = -1$ y la derivada vale $g'(-1) = 6(-1) = -6 < 0$. La función decrece en $(-\infty, 0)$.
- En el intervalo $(0, +\infty)$ consideramos $x = 1$ y la derivada vale $g'(1) = 6 \cdot 1 = 6 > 0$. La función crece en $(0, +\infty)$.

La función sigue el esquema siguiente.



La función $g(x) = 3x^2$ decrece en $(-\infty, 0)$ y crece en $(0, +\infty)$. La función presenta un mínimo relativo en $x = 0$. Como $g(0) = 3 \cdot 0^2 = 0$ el mínimo relativo tiene coordenadas $(0, 0)$.

Buscamos los valores que anulan la segunda derivada (candidatos a puntos de inflexión).

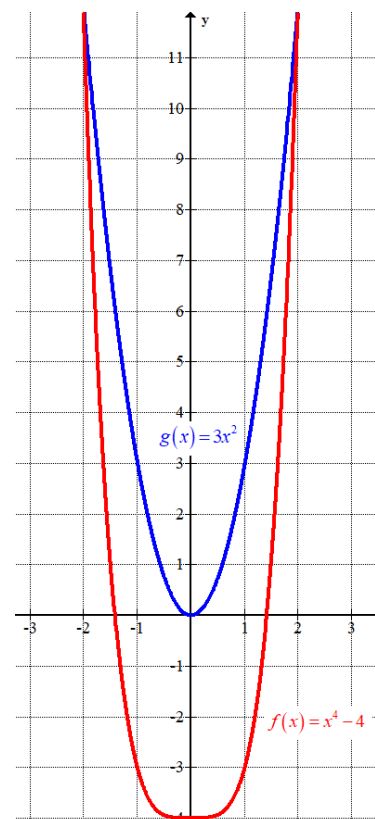
$$\left. \begin{array}{l} g'(x) = 6x \Rightarrow g''(x) = 6 \\ g''(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 6 = 0 \Rightarrow \text{¡Imposible!}$$

La función no tiene puntos de inflexión.

b) Realizamos una tabla de valores y representamos las dos gráficas.

x	$g(x) = 3x^2$
-2	12
-1	3
0	0
1	3
2	12

x	$f(x) = x^4 - 4$
-2	12
-1	-3
0	-4
1	-3
2	12



c) Hallamos los puntos de corte de ambas gráficas, aunque ya los tenemos en el dibujo anterior.

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^4 - 4 = 3x^2 \Rightarrow x^4 - 3x^2 - 4 = 0 \Rightarrow$$

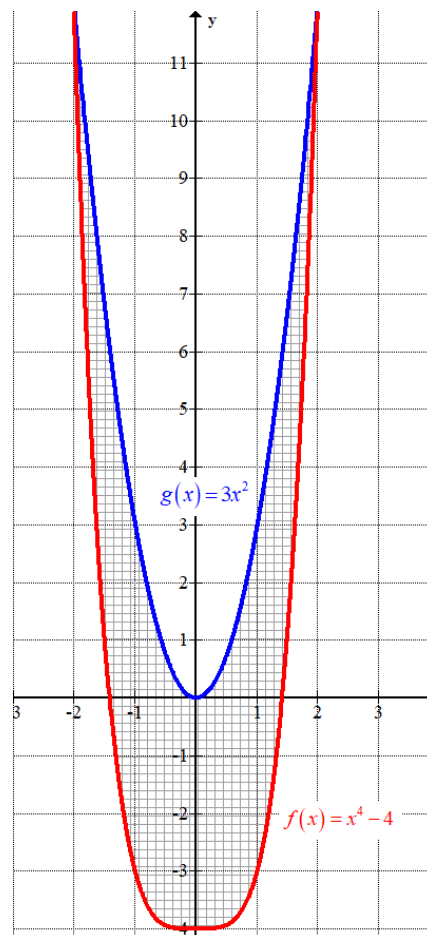
$$\Rightarrow x^2 = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(1)(-4)}}{2} = \frac{3 \pm 5}{2} = \begin{cases} \frac{3+5}{2} = 4 \\ \frac{3-5}{2} = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = 4 \rightarrow \boxed{x = \sqrt{4} = \pm 2} \\ x^2 = -1 \rightarrow x = \sqrt{-1} = \text{¡Imposible!} \end{cases}$$

El área de la región delimitada por las gráficas es el valor de la integral definida entre -2 y 2 de $g(x) - f(x)$.

$$\text{Área} = \int_{-2}^2 g(x) - f(x) dx = \int_{-2}^2 3x^2 - (x^4 - 4) dx = \int_{-2}^2 -x^4 + 3x^2 + 4 dx =$$

$$= \left[\frac{-x^5}{5} + x^3 + 4x \right]_{-2}^2 = \left[\frac{-2^5}{5} + 2^3 + 4 \cdot 2 \right] - \left[\frac{-(-2)^5}{5} + (-2)^3 + 4(-2) \right] =$$

$$= \frac{-32}{5} + 8 + 8 - \frac{32}{5} + 8 + 8 = \boxed{\frac{96}{5} = 19.2 \text{ u}^2}$$



B 3 (hasta 2 puntos)

En una determinada población, la probabilidad de ser mujer y padecer diabetes es el 6 %, mientras que la de ser hombre y no padecer diabetes es el 37 %. En dicha población hay un 54 % de mujeres.

Se elige una persona al azar.

- ¿Cuál es la probabilidad de que la persona elegida padezca diabetes?
- Si la persona elegida es mujer, ¿cuál es la probabilidad de que no padezca diabetes?
- Si la persona elegida resulta tener diabetes, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

Colocamos estos datos en una tabla de contingencia.

	Diabetes	No diabetes	
Mujer	6		54
Hombre		37	
			100

Completamos la tabla.

	Diabetes	No diabetes	
Mujer	6	48	54
Hombre	9	37	46
	15	85	100

a) Hay 100 personas y de ellas 15 padecen diabetes. Aplicando la regla de Laplace la probabilidad de que la persona elegida padezca diabetes vale $\frac{15}{100} = 0.15$.

b) Hay 54 mujeres y de ellas 48 no padecen diabetes. La probabilidad de que al elegir una mujer esta no padezca diabetes vale $\frac{48}{54} = \frac{8}{9} \approx 0.8889$.

c) Hay 15 personas con diabetes y de ellas 6 son mujeres. La probabilidad de que al elegir un diabético este sea mujer es de $\frac{6}{15} = \frac{2}{5} = 0.4$.

B 4 (hasta 2 puntos)

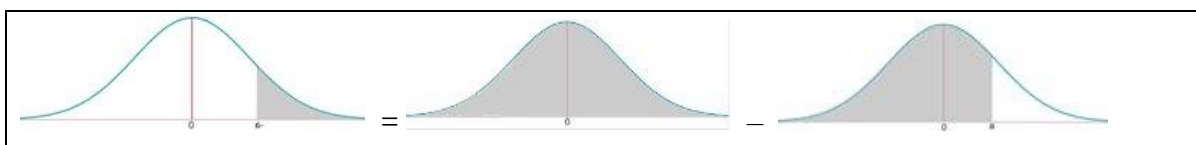
La nota de la Evaluación para el Acceso a la Universidad del alumnado que se ha preinscrito en la carrera A sigue una distribución normal de media 6,8 y desviación típica 0,6. Por otro lado, la nota de los/las alumnos/as que se han preinscrito en la carrera B sigue una distribución normal de media 7 y desviación típica 0,5.

Si en ambos casos solo se puede admitir al 25 % del alumnado preinscrito, ¿cuál de las dos carreras requerirá una nota mínima más baja?

Sea X = Nota de acceso a la carrera A. $X = N(6.8, 0.6)$.

Averiguamos “a” tal que $P(X \geq a) = 0.25$.

$$P(X \geq a) = 0.25 \Rightarrow P\left(Z \geq \frac{a-6.8}{0.6}\right) = 0.25 \Rightarrow$$



$$\Rightarrow 1 - P\left(Z < \frac{a-6.8}{0.6}\right) = 0.25 \Rightarrow P\left(Z < \frac{a-6.8}{0.6}\right) = 0.75$$

Buscamos en la tabla de la $N(0, 1)$ y encontramos que $\frac{a-6.8}{0.6} = \frac{0.67 + 0.68}{2} = 0.675$.

Despejamos y averiguamos el valor de “a”.

$$\frac{a-6.8}{0.6} = 0.675 \Rightarrow a - 6.8 = 0.405 \Rightarrow \boxed{a = 7.205}$$

	0	0'01	0'02	0'03	0'04	0'05	0'06	0'07	0'08	
0	0'5000	0'5040	0'5080	0'5120	0'5160	0'5199	0'5239	0'5279	0'5319	0
0'1	0'5398	0'5438	0'5478	0'5517	0'5557	0'5596	0'5636	0'5675	0'5714	0
0'2	0'5793	0'5832	0'5871	0'5910	0'5948	0'5987	0'6026	0'6064	0'6103	0
0'3	0'6179	0'6217	0'6255	0'6293	0'6331	0'6368	0'6406	0'6443	0'6480	0
0'4	0'6554	0'6591	0'6628	0'6664	0'6700	0'6736	0'6772	0'6808	0'6844	0
0'5	0'6915	0'6950	0'6985	0'7019	0'7054	0'7088	0'7123	0'7157	0'7190	0
0'6	0'7257	0'7291	0'7324	0'7357	0'7389	0'7422	0'7454	0'7486	0'7517	0
0'7	0'7580	0'7611	0'7642	0'7673	0'7704	0'7734	0'7764	0'7794	0'7823	0

Sea Y = Nota de acceso a la carrera B. $Y = N(7, 0.5)$.

Averiguamos “b” tal que $P(Y \geq b) = 0.25$.

$$P(X \geq b) = 0.25 \Rightarrow P\left(Z \geq \frac{b-7}{0.5}\right) = 0.25 \Rightarrow 1 - P\left(Z < \frac{b-7}{0.5}\right) = 0.25 \Rightarrow P\left(Z < \frac{b-7}{0.5}\right) = 0.75$$

Buscamos en la tabla de la $N(0, 1)$ y encontramos que $\frac{b-7}{0.5} = 0.675$. Despejamos y averiguamos el valor de “n”.

$$\frac{b-7}{0.5} = 0.675 \Rightarrow b - 7 = 0.3375 \Rightarrow \boxed{b = 7.3375}$$

La carrera que admite una nota mínima más baja es la carrera A.