

	UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 AÑOS Curso 2024–2025 MATERIA: MATEMÁTICAS II	
--	---	--

INSTRUCCIONES Y CRITERIOS GENERALES DE CALIFICACIÓN

Hay que contestar a una de las dos opciones que se ofrecen (A o B) y solo a una. Las respuestas han de ser concisas y se deben justificar los argumentos empleados.

CALIFICACIÓN: La puntuación de cada ejercicio, así como la de cada apartado, se indican en el encabezamiento de los mismos.

TIEMPO: 90 minutos.

OPCIÓN A

Ejercicio 1. (2.5 ptos.)

- a) **1.25 ptos.** Estudiar la compatibilidad y solubilidad del siguiente sistema según los valores de K :

$$\begin{cases} -x + 2y + 3z = 7, \\ y - 2z = 0, \\ x + y + Kz = 4. \end{cases}$$

- b) **1.25 ptos.** Calcular la solución en el caso de $K = 2$.

Ejercicio 2. (2.5 ptos.)

- a) **1.25 ptos.** Obtener el plano π que contiene a las dos rectas paralelas siguientes:

$$r : x + 2 = \frac{y + 1}{-1} = \frac{z}{2}, \quad s : \begin{cases} x = 1 + \lambda, \\ y = 2 - \lambda, \\ z = -1 + 2\lambda. \end{cases}$$

- b) **1.25 ptos.** Hallar la recta perpendicular a dicho plano que pasa por el punto $P = (1, 2, -1)$.

Ejercicio 3. (2.5 ptos.)

- a) **1.25 ptos.** Obtener el dominio y calcular las asíntotas horizontales y verticales de la función:

$$f(x) = \frac{2x + 1}{x^2 - 4x + 3}.$$

- b) **1.25 ptos.** Hallar la recta tangente a dicha función en el punto de abscisa $x_0 = 2$.

Ejercicio 4. (2.5 ptos.)

- a) **1.25 ptos.** Encontrar los máximos y mínimos y los puntos de inflexión de la función:

$$g(x) = xe^{2x}.$$

- b) **1.25 ptos.** Calcular la integral

$$\int_0^\pi (3x + 1) \sin(x) \, dx.$$

OPCIÓN B

Ejercicio 1. (2.5 ptos.)

- a) **1.25 ptos.** Calcular el producto $A^T B C$, donde A^T es la traspuesta de A , siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & K & 0 \\ -1 & 0 & -2 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

- b) **1.25 ptos.** Estudiar para qué valores de la constante K la matriz B tiene inversa.

Ejercicio 2. (2.5 ptos.)

- a) **1.25 ptos.** Construir el plano π_1 perpendicular a la recta r que pasa por el punto $P = (3, -1, 0)$, donde

$$r : \frac{x+2}{2} = \frac{y-3}{-1}, \quad z = 3.$$

- b) **1.25 ptos.** Obtener el plano paralelo al anterior que pase por el punto $Q = (5, 1, -1)$ y hallar la distancia entre los dos planos.

Ejercicio 3. (2.5 ptos.)

- a) **1.25 ptos.** Hallar la relación entre las constantes A y B para que sea continua la función:

$$f(x) = \begin{cases} Ax - x^2, & \text{si } x \leq 1, \\ \frac{B}{x}, & \text{si } 1 < x. \end{cases}$$

- b) **1.25 ptos.** Calcular los valores de A y B para los que $f(x)$ es también derivable en toda la recta.

Ejercicio 4. (2.5 ptos.)

- a) **1.25 ptos.** Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento y encontrar los máximos y mínimos de la función

$$g(x) = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 1.$$

- b) **1.25 ptos.** Calcular la primitiva:

$$\int \frac{x+3}{x^2+1} dx.$$