



UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
PARA MAYORES DE 25 AÑOS
AÑO 2025

MATERIA: MATEMÁTICAS II

INSTRUCCIONES GENERALES Y VALORACIÓN

El alumno contestará a los cuatro ejercicios de una de las dos opciones (A o B) que se le ofrecen. Nunca deberá contestar a unos ejercicios de una opción y a otros ejercicios de la otra opción. En cualquier caso, la calificación se calculará sobre las respuestas dadas a una de las dos opciones. No se permite el uso de calculadoras gráficas ni simbólicas.

Todas las respuestas deberán estar debidamente justificadas.

CALIFICACIÓN: La valoración de cada ejercicio se especifica en el enunciado.

TIEMPO: 90 minutos

OPCIÓN A

A.1. Puntuación máxima: 2.5 puntos

Un árbol de Navidad tiene bolas de Navidad, campanitas y muñecos de Papá Noel, en total 46 adornos. Entre campanitas y muñecos hay uno más que la mitad de bolas. El precio de una bola es 0.50 euros, el de una campanita es 1 euro, y el de un muñeco es 3.50 euros. Si hemos gastado en total 46 euros, ¿cuántas bolas de Navidad, campanitas y muñecos de Papá Noel hay en el árbol?

A.2. Puntuación máxima: 2.5 puntos

Sea la función $f(x) = \frac{e^{-|x|}}{1+|x|}$

- a) (0.75 puntos) Estudiar la continuidad y derivabilidad de $f(x)$ en su dominio.
- b) (0.5 puntos) Determinar la paridad de la función.
- c) (0.75 puntos) ¿Cuáles son los mínimos y máximos relativos de la función?
- d) (0.5 puntos) Estudiar si $f(x)$ tiene asíntotas y calcularlas.

A.3. Puntuación máxima: 2.5 puntos

Consideramos un paralelepípedo tales que las tres aristas desde el vértice $O(0, 0, 0)$ tienen longitud 1 y los ángulos entre cada dos de ellas son 60° . Sabemos que una cara está apoyada sobre el plano OXY , que el paralelepípedo se encuentra en el primer octante y que tiene un segundo vértice en $A(1, 0, 0)$.

- a) (1.5 puntos) Hallar los otros dos vértices B, C adyacentes a O .
- b) (1 punto) Hallar el volumen del paralelepípedo.

A.4. Puntuación máxima: 2.5 puntos

Sean A, B, C tres sucesos de un espacio muestral, tales que B y C son independientes. Sabemos que $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.3$, $P(A \cap B) = 0.2$, $P(A \cap C) = 0.1$, $P(A \cap (B \cup C)) = 0.36$ y la probabilidad condicionada $P(A | B \cup C) = 1/2$.

- a) (0.75 puntos) Hallar $P(C | A)$.
- b) (0.5 puntos) ¿Son A, B sucesos independientes?
- c) (1.25 puntos) Hallar $P(C)$.

OPCIÓN B

B.1. Puntuación máxima: 2.5 puntos

Sea b un número real y consideramos la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & b \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

- a) (1.25 puntos) Decidir si la matriz $C = A A^t$ tiene inversa según los valores de b .
- b) (1.25 puntos) Discutir el sistema $C \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, según los valores de b .

B.2. Puntuación máxima: 2.5 puntos

Sean las funciones $f(x) = x^2 - \pi x$, $g(x) = \text{sen}(x)$.

- a) (0.75 puntos) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función $F(x) = g(x) - f(x)$ en $[0, \pi]$.
- b) (0.75 puntos) Demostrar que existen sólo dos soluciones a la ecuación $f(x) = g(x)$.
- c) (1 punto) Hallar el área entre las gráficas de $f(x)$ y $g(x)$.

B.3. Puntuación máxima: 2.5 puntos

Sean las rectas $r: \begin{cases} x + y - z = 1 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$ $s: \begin{cases} x = 1 + \mu \\ y = 8 - \mu \\ z = -11 + 2\mu \end{cases}$

- a) (1 punto) Determinar la posición relativa de las rectas.
- b) (1.5 puntos) Hallar la recta perpendicular y que corta a r y s .

B.4. Puntuación máxima: 2.5 puntos

Cierta enfermedad vírica altamente contagiosa ha producido 17688 muertes en hombres y 14964 muertes en mujeres. Los porcentajes de decesos son para hombres, el 3.4% en la franja de edad 0-60, el 23.8% en la franja de edad 60-80 y el 72.8% en la franja de edad 80-adelante. Los porcentajes de decesos son para mujeres, el 5.8% en la franja de edad 0-60, el 39.8% en la franja de edad 60-80 y el 54.4% en la franja de edad 80-adelante.

- a) (1.25 puntos) Suponiendo que un deceso es de alguien de más de 80 años, ¿Cuál es la probabilidad de que sea un hombre?
- b) (1.25 puntos) Usando la aproximación a la normal, si hay 100 decesos de personas de más de 80 años, ¿cuál es la probabilidad de que haya más decesos de hombres?

TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

$$P(Z \leq z) = F(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998

MATEMÁTICAS II
CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

En cada pregunta, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en el documento de soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada. Se penalizará en la calificación de cada respuesta la falta de justificación razonada o de precisión y se valorarán las estrategias, razonamientos y toma adecuada de decisiones.

A.1.

Cada ecuación bien escrita: 0.5 puntos. Resolución correcta del sistema: 0.75 puntos (si se resuelve correctamente un sistema incorrecto, se podrá dar hasta 0.5 puntos). Respuestas a las preguntas: 0.25 puntos.

A.2.

- a) Continuidad y derivabilidad para $x \neq 0$: 0.25 puntos. Derivadas a ambos lados: 0.25. Resolución completa: 0.25 puntos.
- b) Resolución: 0.5 puntos.
- c) Estudio del crecimiento: 0.5 puntos. Respuesta: 0.25 puntos.
- d) Asíntota horizontal derecha: 0.25 puntos. Asíntota horizontal izquierda: 0.25 puntos.

A.3.

- a) Planteamiento ecuaciones: 0.5 puntos. Resolución: 1 punto. (0.5 puntos por cada vértice B, C).
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

A.4.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- b) Planteamiento: 0.25 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- c) Planteamiento: 0.5 puntos. Aplicación de la independencia de B y C: 0.25 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

OPCIÓN B

En cada pregunta, aunque el procedimiento seguido sea diferente al propuesto en el documento de soluciones, cualquier argumento válido que conduzca a la solución será valorado con la puntuación asignada. Se penalizará en la calificación de cada respuesta la falta de justificación razonada o de precisión y se valorarán las estrategias, razonamientos y toma adecuada de decisiones.

B.1.

- a) Cálculo de C: 0.5 puntos. Cálculo del determinante de C: 0.5 puntos. Respuesta: 0.25 puntos
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Determinación de sistema incompatible: 0.5 puntos. Sistema compatible indeterminado: 0.25 puntos.

B.2.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.25 puntos.
- b) Cálculo de las dos soluciones: 0.25 puntos. Determinación de que no hay más soluciones en el intervalo $[0, \pi]$: 0.25 puntos. Justificación de que no hay soluciones fuera: 0.25 puntos.
- c) Planteamiento: 0.25 puntos. Cálculo de la primitiva: 0.5 puntos. Regla de Barrow: 0.25 puntos.

B.3.

- a) Planteamiento: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5 puntos. Vector director de la recta: 0.5 puntos. Resolución: 0.5 puntos.

B.4.

- a) Planteamiento: 0.5. Aplicación regla Bayes: 0.5 puntos. Respuesta correcta: 0.25 puntos.
- b) Planteamiento: 0.5. Tipificación a la normal: 0.5 puntos. Respuesta correcta: 0.25 puntos.