



UNIVERSIDADES DE ANDALUCÍA
PRUEBA DE ACCESO PARA MAYORES DE 25 AÑOS

MATEMÁTICAS
APLICADAS A LAS CC SS II
CURSO 2024/2025

- Instrucciones:**
- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
 - b) Debe elegir 3 de los 6 ejercicios propuestos.
 - c) Cada ejercicio se puntuará de 0 a 10. La calificación será la media aritmética de los tres ejercicios.
 - d) Identifique claramente los ejercicios elegidos. Contestes de forma razonada y escriba ordenadamente.
 - e) Puede usar calculadora (no programable) solo para las operaciones numéricas. No olvide que los procesos conducentes a la obtención de los resultados deben ser suficientemente justificados.

EJERCICIO 1

- a) (5 puntos) Simplifique la siguiente expresión: $\frac{3\sqrt{75}}{\sqrt{27}} - 5(\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{6} + \sqrt{5}) + 2(2\sqrt{18} - \sqrt{72})$.
- b) (5 puntos) El peso de los atletas participantes en una carrera de maratón sigue una distribución Normal de media 64.5 kgr y desviación típica 2.5 kgr. Calcule la probabilidad de que un atleta elegido al azar tenga un peso comprendido entre 62 kgr y 65 kgr.

EJERCICIO 2

- a) (5 puntos) Un abuelo reparte entre sus nietos 36 caramelos a partes iguales. Si fuesen 3 nietos menos recibirían cada uno 2 caramelos más. ¿Cuántos nietos tiene?
- b) (5 puntos) La probabilidad de que un estudiante que ingresa en una determinada Facultad de Ciencias se gradúe es 0.6. Halle la probabilidad de que entre 5 estudiantes elegidos al azar se gradúen al menos 2.

EJERCICIO 3

- a) (5 puntos) Durante 9 años un capital ha estado depositado en un banco con un interés compuesto anual del 5 %. Si el capital final obtenido en estos 9 años es de 69809.77 €, calcule el capital inicial que se depositó en el banco. Calcule también los intereses producidos en los 3 primeros años.

- b) (5 puntos) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x^3 + 2x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 3x + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$.

Estudie la continuidad y derivabilidad de f en todo su dominio.

EJERCICIO 4

- a) (5 puntos) Calcule la derivada de las siguientes funciones: $f(x) = \left(\frac{2x-1}{5-3x}\right)^2$ $g(x) = \frac{e^x}{x^2}$.

- b) (5 puntos) Una encuesta realizada en una ciudad revela que el 35 % de sus habitantes escuchan la emisora de radio A, el 23 % escuchan la B y el 10 % ambas emisoras. Elegido un habitante al azar de esa ciudad, calcule la probabilidad de que escuche:

b-1) (2 puntos) Alguna de las dos emisoras.

b-2) (3 puntos) La emisora A sabiendo que no escucha la B.

EJERCICIO 5

- a) (5 puntos) 3 plátanos y 8 naranjas han costado 2.1 €; 5 plátanos y 4 naranjas han costado también 2.1 €. ¿Cuánto costarán 10 plátanos y 20 naranjas?

- b) (5 puntos) De un barrio de una determinada ciudad se ha obtenido la siguiente distribución:

Número de persona por familia (x_i)	1	2	3	4	5	6
Número de familias (n_i)	135	328	436	260	135	156

Calcule la media aritmética, la moda y la desviación típica.

EJERCICIO 6

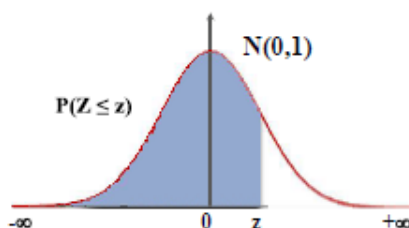
a) (5 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$, calcule sus asíntotas y los intervalos de crecimiento y decrecimiento. Determine los extremos de f .

b) (5 puntos) Durante una semana se han realizado mediciones sobre el consumo de un coche (litros consumidos de gasolina y kilómetros recorridos), obteniéndose los siguientes datos:

X (Km.)	50	100	70	10	120	150	80
Y (l.)	3	6	5.5	1	7.5	10	6

Obtenga la recta de regresión de Y sobre X. Si queremos hacer un viaje de 130 Km, ¿cuántos litros de combustible se puede esperar que consuma?

FUNCION DE DISTRIBUCION NORMAL N(0,1)



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9975	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9980	0,9981	0,9982	0,9983	0,9984
2,9	0,9985	0,9986	0,9987	0,9988	0,9989	0,9990	0,9991	0,9992	0,9993	0,9994
3,0	0,9995	0,9996	0,9997	0,9998	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
3,1	0,9993	0,9994	0,9995	0,9996	0,9997	0,9998	0,9999	1,0000	1,0000	1,0000
3,2	0,9991	0,9992	0,9993	0,9994	0,9995	0,9996	0,9997	0,9998	0,9999	1,0000
3,3	0,9989	0,9990	0,9991	0,9992	0,9993	0,9994	0,9995	0,9996	0,9997	0,9998
3,4	0,9987	0,9988	0,9989	0,9990	0,9991	0,9992	0,9993	0,9994	0,9995	0,9996
3,5	0,9985	0,9986	0,9987	0,9988	0,9989	0,9990	0,9991	0,9992	0,9993	0,9994
3,6	0,9983	0,9984	0,9985	0,9986	0,9987	0,9988	0,9989	0,9990	0,9991	0,9992
3,7	0,9981	0,9982	0,9983	0,9984	0,9985	0,9986	0,9987	0,9988	0,9989	0,9990
3,8	0,9979	0,9980	0,9981	0,9982	0,9983	0,9984	0,9985	0,9986	0,9987	0,9988
3,9	0,9977	0,9978	0,9979	0,9980	0,9981	0,9982	0,9983	0,9984	0,9985	0,9986
4,0	0,9975	0,9976	0,9977	0,9978	0,9979	0,9980	0,9981	0,9982	0,9983	0,9984

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z , con distribución $N(0,1)$, esté por debajo del valor z .

SOLUCIONES**EJERCICIO 1**

a) (5 puntos) Simplifique la siguiente expresión: $\frac{3\sqrt{75}}{\sqrt{27}} - 5(\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{6} + \sqrt{5}) + 2(2\sqrt{18} - \sqrt{72})$.

b) (5 puntos) El peso de los atletas participantes en una carrera de maratón sigue una distribución Normal de media 64.5 kgr y desviación típica 2.5 kgr. Calcule la probabilidad de que un atleta elegido al azar tenga un peso comprendido entre 62 kgr y 65 kgr.

a) Simplificamos la expresión factorizando los radicandos.

$$\begin{aligned} & \frac{3\sqrt{75}}{\sqrt{27}} - 5(\sqrt{6} - \sqrt{5})(\sqrt{6} + \sqrt{5}) + 2(2\sqrt{18} - \sqrt{72}) = \\ & = \frac{3\sqrt{3 \cdot 5^2}}{\sqrt{3^2 \cdot 3}} - 5((\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2) + 2(2\sqrt{2 \cdot 3^2} - \sqrt{2^2 \cdot 2 \cdot 3^2}) = \\ & = \frac{15\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} - 5(6 - 5) + 2(6\sqrt{2} - 6\sqrt{2}) = 5 - 5 = \boxed{0} \end{aligned}$$

b) Consideramos X = El peso de los atletas participantes en una carrera de maratón.

$X = N(64.5, 2.5)$

Nos piden hallar $P(62 \leq X \leq 65)$.

$$\begin{aligned} P(62 \leq X \leq 65) &= \left\{ \begin{array}{l} \text{Tipificación} \\ Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \end{array} \right\} = P\left(\frac{62 - 64.5}{2.5} \leq Z \leq \frac{65 - 64.5}{2.5}\right) = \\ &= P(-1 \leq Z \leq 0.2) = P(Z \leq 0.2) - P(Z \leq -1) = P(Z \leq 0.2) - P(Z \geq 1) = \\ &= P(Z \leq 0.2) - [1 - P(Z < 1)] = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} = 0.5793 - (1 - 0.8413) = \boxed{0.4206} \end{aligned}$$

z	0,00	0,01
0,0	0,5000	0,5040
0,1	0,5398	0,5438
0,2	0,5793	0,5833
0,3	0,6179	0,6217
0,4	0,6554	0,6591
0,5	0,6915	0,6950
0,6	0,7257	0,7291
0,7	0,7580	0,7613
0,8	0,7943	0,7975
0,9	0,8289	0,8318
1,0	0,8413	0,8438

La probabilidad de que un atleta elegido al azar tenga un peso comprendido entre 62 kgr y 65 kgr tiene un valor de 0.4206.

EJERCICIO 2

- a) **(5 puntos)** Un abuelo reparte entre sus nietos 36 caramelos a partes iguales. Si fuesen 3 nietos menos recibirían cada uno 2 caramelos más. ¿Cuántos nietos tiene?
- b) **(5 puntos)** La probabilidad de que un estudiante que ingresa en una determinada Facultad de Ciencias se gradúe es 0.6. Halle la probabilidad de que entre 5 estudiantes elegidos al azar se gradúen al menos 2.

a) El abuelo tiene “x” nietos.

Si reparte entre sus nietos 36 caramelos a partes iguales le toca a cada uno $\frac{36}{x}$ caramelos.

Si fuesen 3 nietos menos ($x-3$) recibirían cada uno 2 caramelos más ($\frac{36}{x} + 2$).

Nos queda la ecuación $\left(\frac{36}{x} + 2\right)(x-3) = 36$. La resolvemos.

$$\left(\frac{36}{x} + 2\right)(x-3) = 36 \Rightarrow \frac{36}{x}x - \frac{108}{x} + 2x - 6 = 36 \Rightarrow \cancel{36} - \frac{108}{x} + 2x - 6 = \cancel{36} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -\frac{108}{x} + 2x - 6 = 0 \Rightarrow -108 + 2x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 54 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(-54)}}{2} = \frac{3 \pm 15}{2} = \begin{cases} \frac{3+15}{2} = \boxed{9=x} \\ \frac{3-15}{2} = -6 \text{ ¡Imposible!} \end{cases}$$

El abuelo tiene 9 nietos.

b) La probabilidad de que un estudiante no se gradúe es de 0.4.

El suceso contrario a “entre 5 estudiantes elegidos al azar se gradúen al menos 2” es “entre 5 estudiantes elegidos al azar se gradúen 1 o ninguno”.

$$P(2 \text{ o más}) = 1 - P(1 \text{ o menos}) = 1 - [P(\text{Se gradue 1 de los 5}) + P(\text{Se gradue 0 de los 5})] =$$

$$= 1 - [5 \cdot P(\text{Se gradue } 1^\circ \text{ y no se gradue ni } 2^\circ, \text{ ni } 3^\circ \text{ ni } 4^\circ \text{ ni } 5^\circ) +$$

$$+ P(\text{No se gradue el } 1^\circ, \text{ ni } 2^\circ, \text{ ni } 3^\circ, \text{ ni } 4^\circ, \text{ ni } 5^\circ)] =$$

$$= 1 - [5 \cdot 0.6 \cdot 0.4 \cdot 0.4 \cdot 0.4 \cdot 0.4 + 0.4 \cdot 0.4 \cdot 0.4 \cdot 0.4 \cdot 0.4] = 1 - 0.15456 = \boxed{0.84544}$$

La probabilidad de que entre 5 estudiantes elegidos al azar se gradúen al menos 2 vale 0.84544.

EJERCICIO 3

a) (5 puntos) Durante 9 años un capital ha estado depositado en un banco con un interés compuesto anual del 5 %. Si el capital final obtenido en estos 9 años es de 69809.77 €, calcule el capital inicial que se depositó en el banco. Calcule también los intereses producidos en los 3 primeros años.

b) (5 puntos) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x^3 + 2x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 - 3x + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$.

Estudie la continuidad y derivabilidad de f en todo su dominio.

a) Aplicamos la fórmula del interés compuesto.

$$\left. \begin{array}{l} C = C_0 (1+i)^n \\ C = 69809.77 \\ n = 9 \\ i = 0.05 \end{array} \right\} \Rightarrow 69809.77 = C_0 (1+0.05)^9 \Rightarrow 69809.77 = C_0 \cdot 1.05^9 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{C_0 = \frac{69809.77}{1.05^9} = 45000 \text{ €}}$$

El capital inicial es de 45000 euros.

Este capital inicial durante 3 años se convierte en: $C = 45000 \cdot 1.05^3 = 52093.125$

El interés generado en 3 años al 5 % de interés compuesto tiene un valor de $52093.125 - 45000 = 7093.125$ euros.

b) Esta función a trozos es continua en $\mathbb{R} - \{0\}$ pues tiene expresiones polinómicas.

Estudiamos la continuidad de la función en $x = 0$.

$$\left. \begin{array}{l} f(0) = 0^2 - 3 \cdot 0 + 2 = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 - 3x + 2 = 2 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} x^3 + 2x + 2 = 0^3 + 2 \cdot 0 + 2 = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 2$$

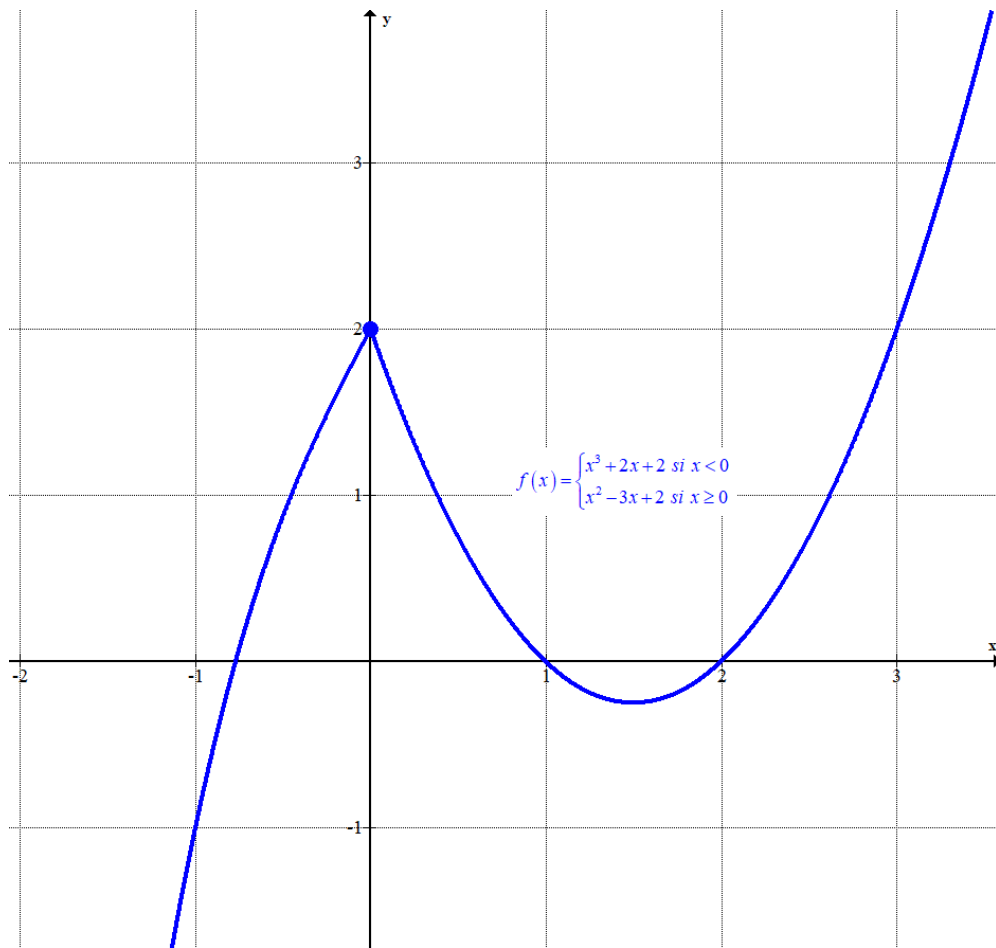
La función es continua en $x = 0$. La función es continua en $\mathbb{R}$.

La función es derivable en $\mathbb{R} - \{0\}$ siendo la derivada $f'(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2 & \text{si } x < 0 \\ 2x - 3 & \text{si } x > 0 \end{cases}$

Estudiamos la derivabilidad de la función en $x = 0$.

$$\left. \begin{array}{l} f'(0^+) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} 2x - 3 = 2 \cdot 0 - 3 = -3 \\ f'(0^-) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} 3x^2 + 2 = 3 \cdot 0^2 + 2 = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow f'(0^+) = -3 \neq 2 = f'(0^-)$$

La función no es derivable en $x = 0$. La función es derivable en $\mathbb{R} - \{0\}$.



EJERCICIO 4

a) (5 puntos) Calcule la derivada de las siguientes funciones: $f(x) = \left(\frac{2x-1}{5-3x}\right)^2$ $g(x) = \frac{e^x}{x^2}$.

b) (5 puntos) Una encuesta realizada en una ciudad revela que el 35 % de sus habitantes escuchan la emisora de radio A, el 23 % escuchan la B y el 10 % ambas emisoras. Elegido un habitante al azar de esa ciudad, calcule la probabilidad de que escuche:

b-1) (2 puntos) Alguna de las dos emisoras.

b-2) (3 puntos) La emisora A sabiendo que no escucha la B.

a) Calculamos las derivadas.

$$f(x) = \left(\frac{2x-1}{5-3x}\right)^2 \Rightarrow f'(x) = 2 \left(\frac{2x-1}{5-3x}\right) \frac{2(5-3x) - (-3)(2x-1)}{(5-3x)^2} =$$

$$= \frac{2(2x-1)(10 - \cancel{6x} + \cancel{6x} - 3)}{(5-3x)^3} = \boxed{\frac{28x-14}{(5-3x)^3}}$$

$$g(x) = \frac{e^x}{x^2} = \frac{e^x x^2 - 2xe^x}{x^4} = \frac{xe^x(x-2)}{x^4} = \boxed{\frac{e^x(x-2)}{x^3}}$$

b) Realizamos una tabla de contingencia con los datos del problema.

	Escuchan emisora B	No escuchan emisora B	
Escuchan emisora A	10		35
No escuchan emisora A			
	23		100

Completamos la tabla.

	Escuchan emisora B	No escuchan emisora B	
Escuchan emisora A	10	25	35
No escuchan emisora A	13	52	65
	23	77	100

b1) Hay un 52 % de los habitantes que no escuchan ni la emisora A ni la B, por lo que el $100 - 52 = 48$ % escuchan alguna de las emisoras. La probabilidad de que un habitante elegido al azar escuche alguna de las dos emisoras es de 0.48.

b2) Hay un 77 % de los habitantes que no escuchan la emisora B y de estos hay un 25 % que escuchan la emisora A. La probabilidad de que un habitante elegido al azar de entre los que no escuchan la emisora B escuche la emisora A es de $\frac{25}{77} \approx 0.3247$.

EJERCICIO 5

- a) **(5 puntos)** 3 plátanos y 8 naranjas han costado 2.1 €; 5 plátanos y 4 naranjas han costado también 2.1 €. ¿Cuánto costarán 10 plátanos y 20 naranjas?
- b) **(5 puntos)** De un barrio de una determinada ciudad se ha obtenido la siguiente distribución:

Número de persona por familia (x_i)	1	2	3	4	5	6
Número de familias (n_i)	135	328	436	260	135	156

Calcule la media aritmética, la moda y la desviación típica.

- a) Llamamos “x” al precio de 1 plátano e “y” al precio de 1 naranja.

$$3 \text{ plátanos y } 8 \text{ naranjas han costado } 2.1 \text{ €} \rightarrow 3x + 8y = 2.1$$

$$5 \text{ plátanos y } 4 \text{ naranjas han costado también } 2.1 \text{ €} \rightarrow 5x + 4y = 2.1$$

Reunimos las ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} 3x + 8y = 2.1 \\ 5x + 4y = 2.1 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 3x + 8y = 2.1 \\ \times (-2) \rightarrow -10x - 8y = -4.2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -7x = -2.1 \end{array} \Rightarrow x = \frac{2.1}{7} = 0.3 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0.9 + 8y = 2.1 \Rightarrow 8y = 1.2 \Rightarrow y = \frac{1.2}{8} = 0.15$$

El plátano cuesta a razón de 0.3 euros la pieza y cada pieza de naranja cuesta 0.15 euros.
10 plátanos y 20 naranjas costarán $10 \cdot 0.3 + 20 \cdot 0.15 = 6$ euros.

- b) Observando las frecuencias de cada valor de la variable tenemos que lo más frecuente es que en la familia haya 3 personas (436 familias). La moda es 3.
El número de familias encuestadas son $135 + 328 + 436 + 260 + 135 + 156 = 1450$
Hallamos la media aritmética usando la tabla de frecuencias.

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 135 + 2 \cdot 328 + 3 \cdot 436 + 4 \cdot 260 + 5 \cdot 135 + 6 \cdot 156}{1450} = \frac{95}{29} \approx 3.2759$$

Hallamos la varianza.

$$\text{Varianza} = \frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{N} - \left(\bar{x}\right)^2 =$$

$$= \frac{1^2 \cdot 135 + 2^2 \cdot 328 + 3^2 \cdot 436 + 4^2 \cdot 260 + 5^2 \cdot 135 + 6^2 \cdot 156}{1450} - \left(\frac{95}{29}\right)^2 = 2.0425$$

La desviación típica es la raíz cuadrada de la varianza $\sigma = \sqrt{2.0425} = 1.4292$.

EJERCICIO 6

a) (5 puntos) Dada la función $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$, calcule sus asíntotas y los intervalos de crecimiento y decrecimiento. Determine los extremos de f .

b) (5 puntos) Durante una semana se han realizado mediciones sobre el consumo de un coche (litros consumidos de gasolina y kilómetros recorridos), obteniéndose los siguientes datos:

X (Km.)	50	100	70	10	120	150	80
Y (l.)	3	6	5.5	1	7.5	10	6

Obtenga la recta de regresión de Y sobre X. Si queremos hacer un viaje de 130 Km, ¿cuántos litros de combustible se puede esperar que consuma?

a) El dominio de la función son todos los números reales menos los que anulan el denominador de la función.

$$x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \sqrt{1} = \pm 1$$

El dominio de la función es $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$.

Asíntota vertical. $x = a$

¿ $x = -1$ es asíntota vertical?

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2}{x^2 - 1} = \frac{(-1)^2}{(-1)^2 - 1} = \frac{1}{0} = \infty$$

$x = -1$ es asíntota vertical.

¿ $x = 1$ es asíntota vertical?

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2}{x^2 - 1} = \frac{1^2}{1^2 - 1} = \frac{1}{0} = \infty$$

$x = 1$ es asíntota vertical

Asíntota horizontal. $y = b$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2} = 1$$

La recta $y = 1$ es asíntota horizontal.

Asíntota oblicua. $y = mx + n$

Como existe asíntota horizontal la función no puede tener asíntota oblicua.

La función tiene dos asíntotas verticales: $x = -1$ y $x = 1$, y una asíntota horizontal $y = 1$.

Determinamos la expresión de la función derivada.

$$f'(x) = \frac{2x \cdot (x^2 - 1) - 2x \cdot x^2}{(x^2 - 1)^2} = \frac{2x^3 - 2x - 2x^3}{(x^2 - 1)^2} = \frac{-2x}{(x^2 - 1)^2}.$$

Averiguamos cuando se anula la derivada (puntos críticos).

$$\left. \begin{array}{l} f'(x) = \frac{-2x}{(x^2 - 1)^2} \\ f'(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{-2x}{(x^2 - 1)^2} = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$$

Analizamos el signo de la derivada antes, entre y después de -1 , 0 y 1 .

- En el intervalo $(-\infty, -1)$ tomamos $x = -2$ y la derivada vale

$$f'(-2) = \frac{-2(-2)}{((-2)^2 - 1)^2} = \frac{4}{9} > 0. \text{ La función crece en } (-\infty, -1).$$

- En el intervalo $(-1, 0)$ tomamos $x = -0.5$ y la derivada vale

$$f'(-0.5) = \frac{-2(-0.5)}{((-0.5)^2 - 1)^2} = \frac{16}{9} > 0. \text{ La función crece en } (-1, 0).$$

- En el intervalo $(0, 1)$ tomamos $x = 0.5$ y la derivada vale

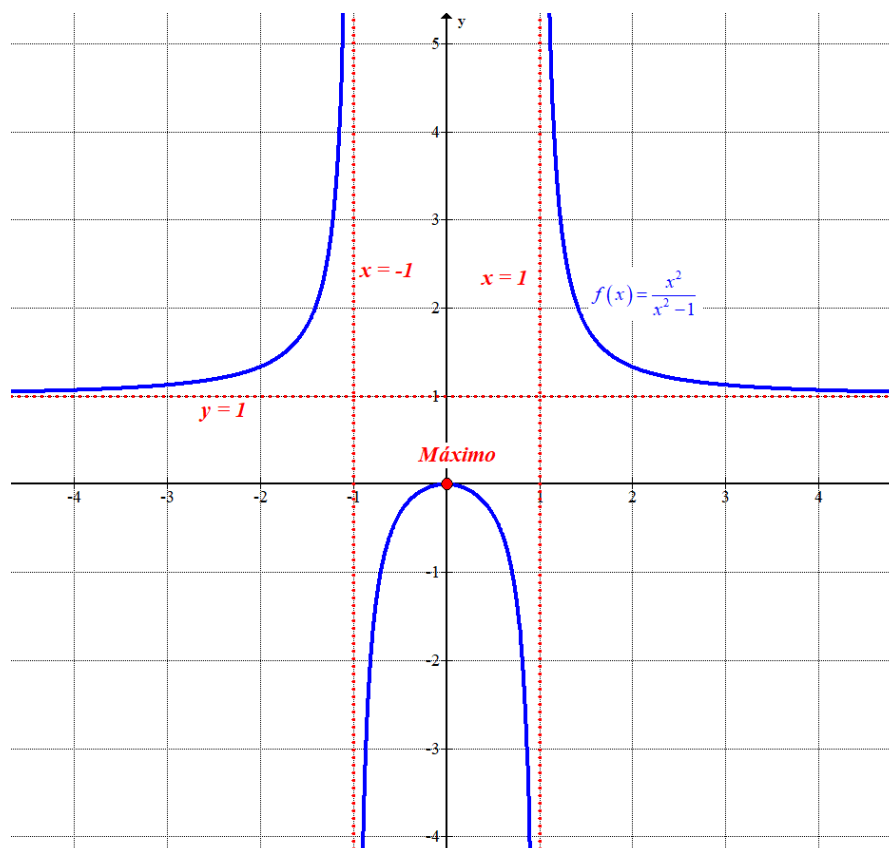
$$f'(0.5) = \frac{-2 \cdot 0.5}{(0.5^2 - 1)^2} = \frac{-16}{9} < 0. \text{ La función decrece en } (0, 1).$$

- En el intervalo $(1, +\infty)$ tomamos $x = 2$ y la derivada vale $f'(2) = \frac{-2 \cdot 2}{(2^2 - 1)^2} = \frac{-4}{9} < 0$.

La función decrece en $(1, +\infty)$.

La función crece en $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$ y decrece en $(0, 1) \cup (1, +\infty)$.

La función tiene un máximo relativo en $x = 0$.



b) La fórmula que nos permite obtener la recta de regresión de Y sobre X es $y - \bar{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x})$.

Calculamos las medias, las desviaciones típicas y la covarianza.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{14} x_i}{n} = \frac{50+100+70+10+120+150+80}{7} = \frac{580}{7} \approx 82.85 \text{ km}$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{14} y_i}{n} = \frac{3+6+5.5+1+7.5+10+6}{7} = \frac{39}{7} \approx 5.57 \text{ litros de gasolina}$$

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{14} x_i y_i}{n} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{50 \cdot 3 + 100 \cdot 6 + 70 \cdot 5.5 + 10 \cdot 1 + 120 \cdot 7.5 + 150 \cdot 10 + 80 \cdot 6}{7} - \frac{580}{7} \cdot \frac{39}{7} =$$

$$= \frac{5555}{49} \approx 113.367$$

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{14} x_i^2}{n} - (\bar{x})^2 = \frac{50^2 + 100^2 + 70^2 + 10^2 + 120^2 + 150^2 + 80^2}{7} - \left(\frac{580}{7}\right)^2 = \frac{89200}{49} \approx 1820.41$$

Calculamos el coeficiente de correlación lineal.

La fórmula que nos permite obtener la recta de regresión de Y sobre X es $y - \bar{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x})$.

$$\left. \begin{array}{l} \bar{x} = \frac{580}{7} \\ \bar{y} = \frac{39}{7} \\ \sigma_x^2 = \frac{89200}{49} \\ \sigma_{xy} = \frac{5555}{49} \\ y - \bar{y} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} (x - \bar{x}) \end{array} \right\} \Rightarrow y - \frac{39}{7} = \frac{\frac{5555}{49}}{\frac{89200}{49}} \left(x - \frac{580}{7}\right) \Rightarrow y - \frac{39}{7} = \frac{5555}{89200} \left(x - \frac{580}{7}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{5555}{89200} x - \frac{32219}{6244} + \frac{39}{7} \Rightarrow \boxed{y = \frac{5555}{89200} x + \frac{367}{892}}$$

La recta de regresión de Y (litros de gasolina) sobre X (kilómetros) es $y = \frac{5555}{89200} x + \frac{367}{892}$.

Para un viaje de 130 km sustituimos en la recta y obtenemos los litros que se espera consuma el coche.

$$y = \frac{5555}{89200} \cdot 130 + \frac{367}{892} = 8.507$$

Se espera un consumo de 8.5 litros de gasolina en un viaje de 130 kilómetros.