



PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
PARA MAYORES DE 25 Y 45 AÑOS
2025

184 - MATEMÁTICAS APLIC. CC. SOCIALES

NOTA IMPORTANTE: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en el que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las cuatro primeras, en el orden en el que se hayan respondido. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

CUESTIÓN 1. En los tres másteres A, B y C que imparte una facultad hay matriculados 176 alumnos. Los matriculados en C son la cuarta parte de los matriculados en B y el número de alumnos de B menos el de alumnos de A es inferior en una unidad al doble de matriculados en C. Averiguar el número de alumnos matriculados en cada uno de los tres másteres. **(2,5 puntos)**

CUESTIÓN 2. Sea el sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \geq 3x \\ x + y \leq 4 \end{array} \right\}$$

- a) Representar gráficamente el conjunto de soluciones. **(2 puntos)**
 b) Considerar la función $f(x, y) = 2x + 3y$. Calcular, si existen, los puntos que dan el valor mínimo de la función $f(x, y)$ en la región dada por el sistema. **(0,5 puntos)**.

CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) Dada la curva de ecuación $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ calcular:

- a) El dominio de definición. **(0,5 puntos)**
 b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento. **(1,5 puntos)**
 c) Los máximos y los mínimos. **(0,5 puntos)**

CUESTIÓN 4. Dada la función definida a trozos

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 2 & \text{si } x < 2 \\ ax^2 - 6x + 8a & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

- a) Hallar a para que la función sea continua en $x = 2$. **(1,25 puntos)**
 b) Para $a = 1$ hacer una representación gráfica de la función. **(1,25 puntos)**

CUESTIÓN 5. Calcular las siguientes integrales:

- a) $\int_0^1 (x^3 - 2x + 3) dx$. **(1,25 puntos)**
 b) $\int x e^x dx$. **(1,25 puntos)**

CUESTIÓN 6. (2,5 puntos) Calcular el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $f(x) = 2x^2 + 3x + 5$, el eje OX, la recta $x = 1$ y la recta $x = 2$.

CUESTIÓN 7. Se sabe que el 35% de una población son graduados y, de ellos, el 40 % son hombres. Además, de la parte de la población que no son graduados, el 55% son hombres.

- a) Calcular la probabilidad de que un individuo, elegido al azar, sea hombre. **(1,25 puntos)**
- b) Se ha elegido un individuo al azar, y es hombre; calcular la probabilidad de que sea graduado. **(1,25 puntos)**

CUESTIÓN 8. (2,5 puntos) En una población se ha determinado que, de cada 100 usuarios de teléfonos móviles, 20 son clientes de la compañía A, 30 de la compañía B, y el resto, de la compañía C. Sabiendo que el 35% de los clientes de A, el 40% de los de B y el 45% de los de C tienen sistema de prepago, determinar la probabilidad de que seleccionado al azar un usuario de teléfono móvil, tenga sistema de prepago.

SOLUCIONES

CUESTIÓN 1. En los tres másteres A, B y C que imparte una facultad hay matriculados 176 alumnos. Los matriculados en C son la cuarta parte de los matriculados en B y el número de alumnos de B menos el de alumnos de A es inferior en una unidad al doble de matriculados en C. Averiguar el número de alumnos matriculados en cada uno de los tres másteres. **(2,5 puntos)**

Llamamos “a”, “b” y “c” a los alumnos matriculados en cada uno de los tres másteres.

En los tres másteres A, B y C que imparte una facultad hay matriculados 176 alumnos $\rightarrow a + b + c = 176$

Los matriculados en C son la cuarta parte de los matriculados en B $\rightarrow c = \frac{b}{4}$.

El número de alumnos de B menos el de alumnos de A es inferior en una unidad al doble de matriculados en C $\rightarrow b - a = 2c - 1$.

Reunimos las tres ecuaciones obtenidas en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} a + b + c = 176 \\ c = \frac{b}{4} \\ b - a = 2c - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a + b + c = 176 \\ 4c = b \\ b - a = 2c - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a + 4c + c = 176 \\ 4c - a = 2c - 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} a + 5c = 176 \\ 2c + 1 = a \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2c + 1 + 5c = 176 \Rightarrow 7c = 175 \Rightarrow c = \frac{175}{7} = 25 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \cdot 25 + 1 = 51 \\ b = 4 \cdot 25 = 100 \end{cases}$$

En la facultad hay 51 alumnos matriculados en el máster A, 100 en el B y 25 en el C.

CUESTIÓN 2. Sea el sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \geq 3x \\ x + y \leq 4 \end{array} \right\}$$

a) Representar gráficamente el conjunto de soluciones. **(2 puntos)**

b) Considerar la función $f(x, y) = 2x + 3y$. Calcular, si existen, los puntos que dan el valor mínimo de la función $f(x, y)$ en la región dada por el sistema. **(0,5 puntos).**

a) Dibujamos las rectas que delimitan el conjunto de soluciones.

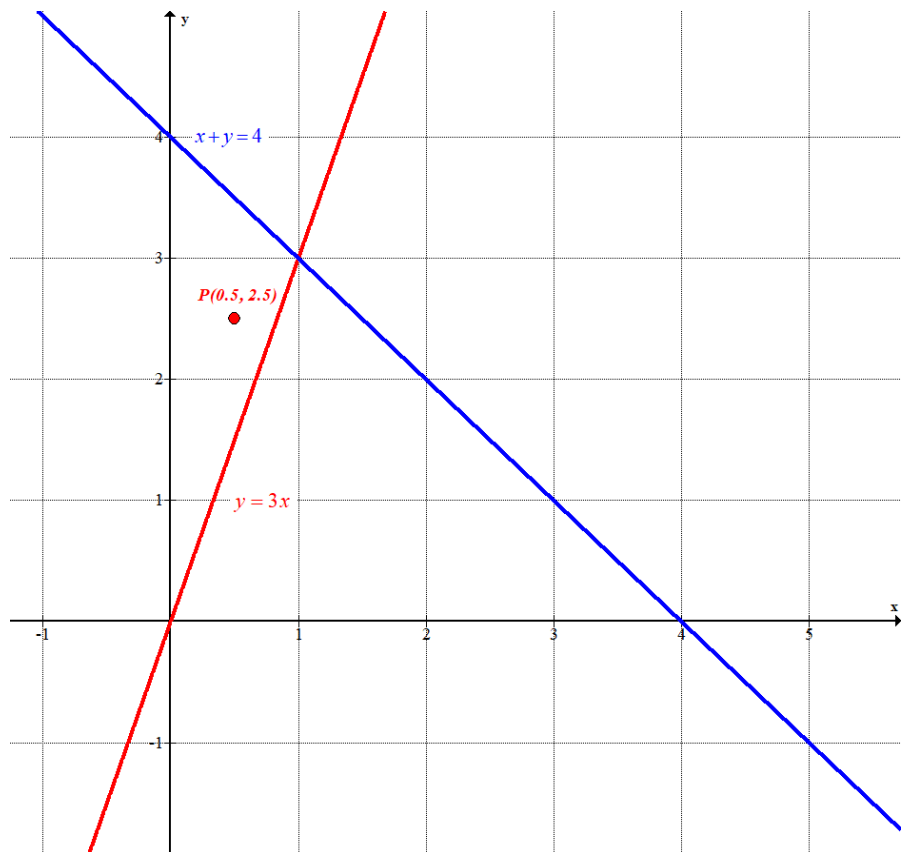
$$y = 3x$$

x	y = 3x
0	0
1	3
4	12

$$x + y = 4$$

x	y = 4 - x
0	4
1	3
4	0

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \text{Primer cuadrante}$$



$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

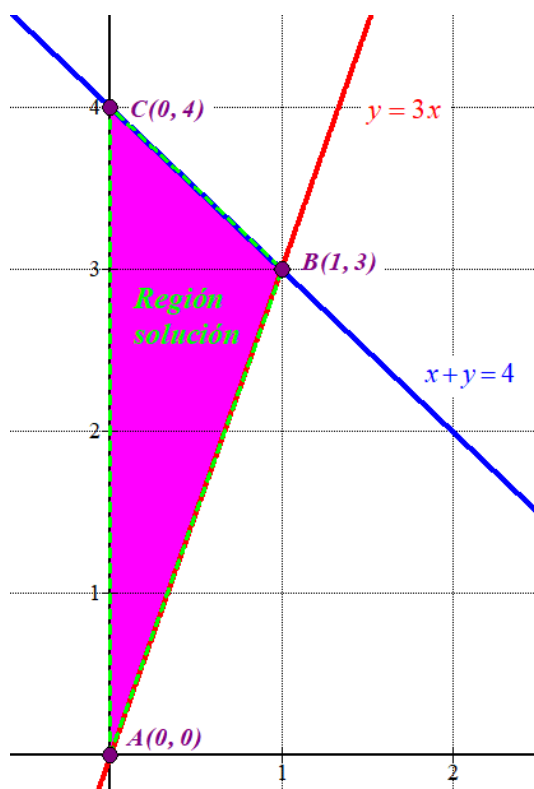
Como las restricciones son $y \geq 3x$ y $x + y \leq 4$ la región factible es la región del primer cuadrante

situada por debajo de la recta azul y por encima de la recta roja.

Comprobamos que el punto $P(0.5, 2.5)$ perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 0.5 \geq 0; 2.5 \geq 0 \\ 2.5 \geq 3 \cdot 0.5 \\ 0.5 + 2.5 \leq 4 \end{array} \right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

Coloreo de rosa la región del plano que contiene las soluciones e indico las coordenadas de los vértices de esta región.



Valoramos la función que se desea minimizar $f(x, y) = 2x + 3y$ en cada uno de los vértices en busca del mínimo valor.

$$A(0, 0) \rightarrow f(0, 0) = 0 \text{ ¡Mínimo!}$$

$$B(1, 3) \rightarrow f(1, 3) = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 11$$

$$C(0, 4) \rightarrow f(0, 4) = 2 \cdot 0 + 3 \cdot 4 = 12$$

El mínimo valor de la función es 0 y se alcanza en el punto $A(0, 0)$.

CUESTIÓN 3. (2,5 puntos) Dada la curva de ecuación $y = \frac{x^2 + 3}{x - 1}$ calcular:

- a) El dominio de definición. **(0,5 puntos)**
 b) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento. **(1,5 puntos)**
 c) Los máximos y los mínimos. **(0,5 puntos)**

a) El dominio de la función son todos los valores reales menos los que anulan el denominador.

$$\rightarrow \text{Dominio} = \mathbb{R} - \{1\}.$$

b) Utilizamos la derivada para encontrar los puntos críticos de la función.

$$y = \frac{x^2 + 3}{x - 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{2x \cdot (x - 1) - 1 \cdot (x^2 + 3)}{(x - 1)^2} = \frac{2x^2 - 2x - x^2 - 3}{(x - 1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2} = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4(-3)}}{2} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} \frac{2+4}{2} = \boxed{3=x} \\ \frac{2-4}{2} = \boxed{-1=x} \end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de los valores $x = -1$ y $x = 3$. Añadimos el valor excluido del dominio: $x = 1$.

- En el intervalo $(-\infty, -1)$ tomamos $x = -2$ y la derivada vale

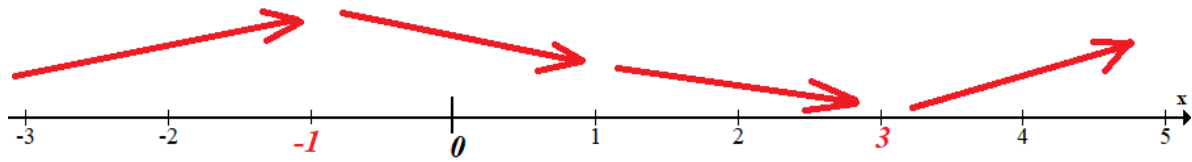
$$f'(-2) = \frac{(-2)^2 - 2(-2) - 3}{(-2 - 1)^2} = \frac{5}{9} > 0. \text{ La función crece en } (-\infty, -1).$$

- En el intervalo $(-1, 1)$ tomamos $x = 0$ y la derivada vale $f'(0) = \frac{0^2 - 2 \cdot 0 - 3}{(0 - 1)^2} = -3 < 0$. La función decrece en $(-1, 1)$.

- En el intervalo $(1, 3)$ tomamos $x = 2$ y la derivada vale $f'(2) = \frac{2^2 - 2 \cdot 2 - 3}{(2 - 1)^2} = -3 < 0$. La función decrece en $(1, 3)$.

- En el intervalo $(3, +\infty)$ tomamos $x = 4$ y la derivada vale $f'(4) = \frac{4^2 - 2 \cdot 4 - 3}{(4 - 1)^2} = \frac{5}{9} > 0$. La función crece en $(3, +\infty)$.

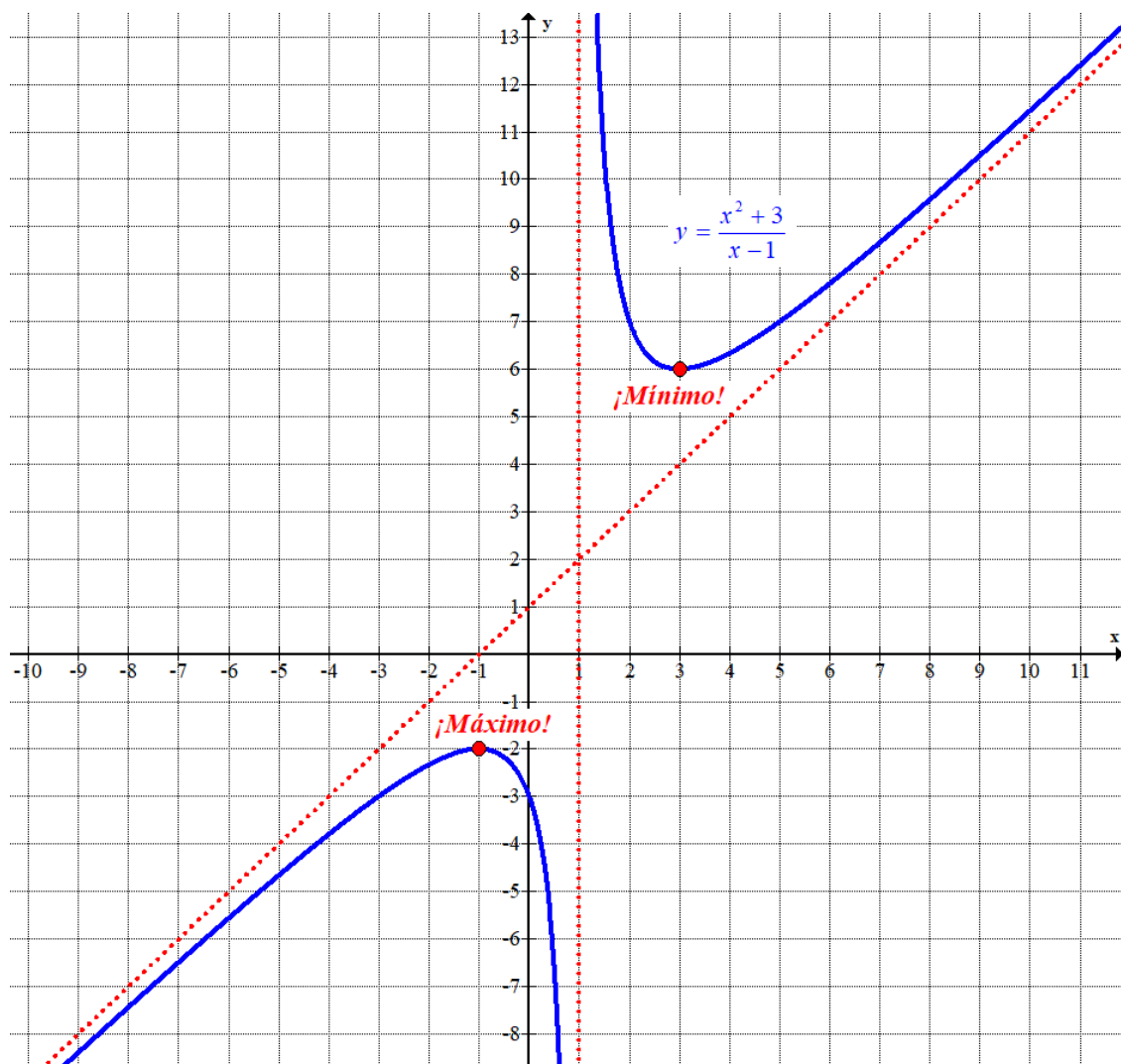
La función sigue el esquema siguiente:



La función crece en $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$ y decrece en $(-1, 1) \cup (1, 3)$.

- c) Observando el esquema anterior la función presenta un máximo relativo en $x = -1$ y un mínimo relativo en $x = 3$. Como para $x = -1$ la función vale $y = \frac{(-1)^2 + 3}{-1 - 1} = -2$ y para $x = 3$ la función vale

$$y = \frac{3^2 + 3}{3 - 1} = 6 \text{ las coordenadas del máximo relativo son } (-1, -2) \text{ y las del mínimo son } (3, 6).$$



CUESTIÓN 4. Dada la función definida a trozos

$$f(x) = \begin{cases} 2x-2 & \text{si } x < 2 \\ ax^2 - 6x + 8a & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$$

a) Hallar a para que la función sea continua en $x = 2$. (1,25 puntos)b) Para $a = 1$ hacer una representación gráfica de la función. (1,25 puntos)a) Para que la función sea continua en $x = 2$ debe cumplirse $f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$.

$$\left. \begin{aligned} f(2) &= a \cdot 2^2 - 6 \cdot 2 + 8a = 12a - 12 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} ax^2 - 6x + 8a = 12a - 12 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} 2x - 2 = 4 - 2 = 2 \\ f(2) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 12a - 12 = 2 \Rightarrow 12a = 14 \Rightarrow a = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$$

Para que la función sea continua en $x = 2$ debe ser $a = \frac{7}{6}$.b) Para $a = 1$ la función queda $f(x) = \begin{cases} 2x-2 & \text{si } x < 2 \\ x^2 - 6x + 8 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$. Sabemos que no es continua en $x = 2$.

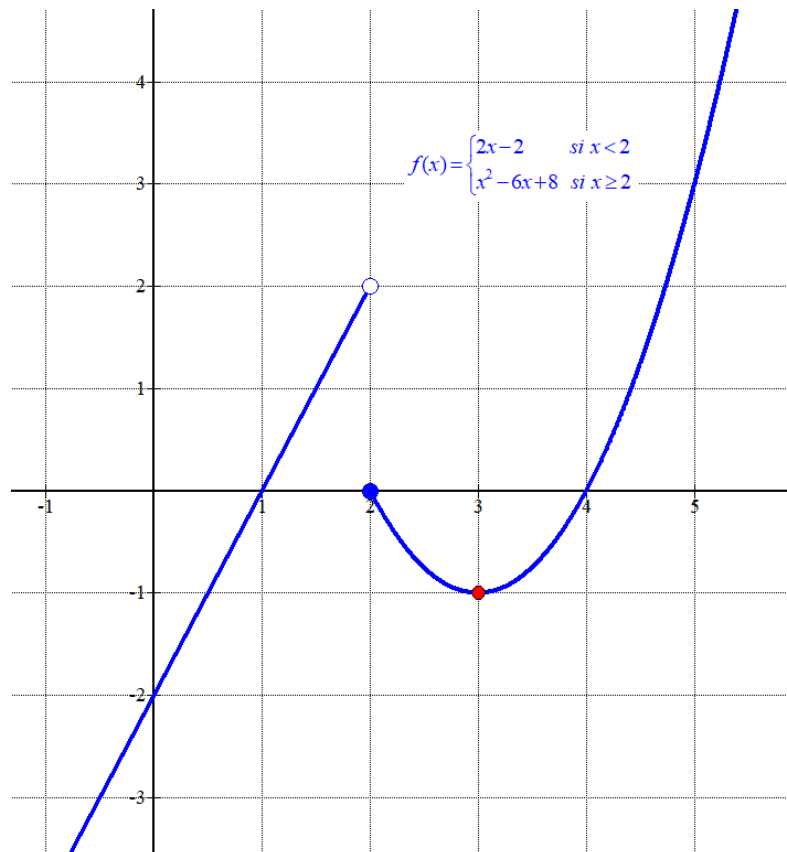
También sabemos que es una función a trozos: un trozo de recta y un trozo de parábola. Hallamos el vértice de la parábola.

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= x^2 - 6x + 8 \Rightarrow f'(x) = 2x - 6 \\ f'(x) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2x - 6 = 0 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{2} = 3$$

Hacemos una tabla de valores y representamos su gráfica.

x	$f(x) = 2x - 2$
0	-2
1	0
2	2 (no incluido)

x	$f(x) = x^2 - 6x + 8$
2	0
3	-1 (Vértice)
4	0



CUESTIÓN 5. Calcular las siguientes integrales:

a) $\int_0^1 (x^3 - 2x + 3) dx$. (1,25 puntos)

b) $\int x e^x dx$. (1,25 puntos)

a) Calculamos la integral definida pedida.

$$\int_0^1 (x^3 - 2x + 3) dx = \left[\frac{x^4}{4} - x^2 + 3x \right]_0^1 = \left[\frac{1^4}{4} - 1^2 + 3 \right] - \left[\frac{0^4}{4} - 0^2 + 3 \cdot 0 \right] = \frac{9}{4} = \boxed{2.25}$$

b) Utilizamos el método de integración por partes.

$$\int x e^x dx = \left\{ \begin{array}{l} u = x \rightarrow du = dx \\ dv = e^x dx \rightarrow v = \int e^x dx = e^x \end{array} \right\} = x e^x - \int e^x dx = \boxed{x e^x - e^x + K}$$

CUESTIÓN 6. (2,5 puntos) Calcular el área del recinto limitado por la parábola de ecuación $f(x) = 2x^2 + 3x + 5$, el eje OX, la recta $x=1$ y la recta $x=2$.

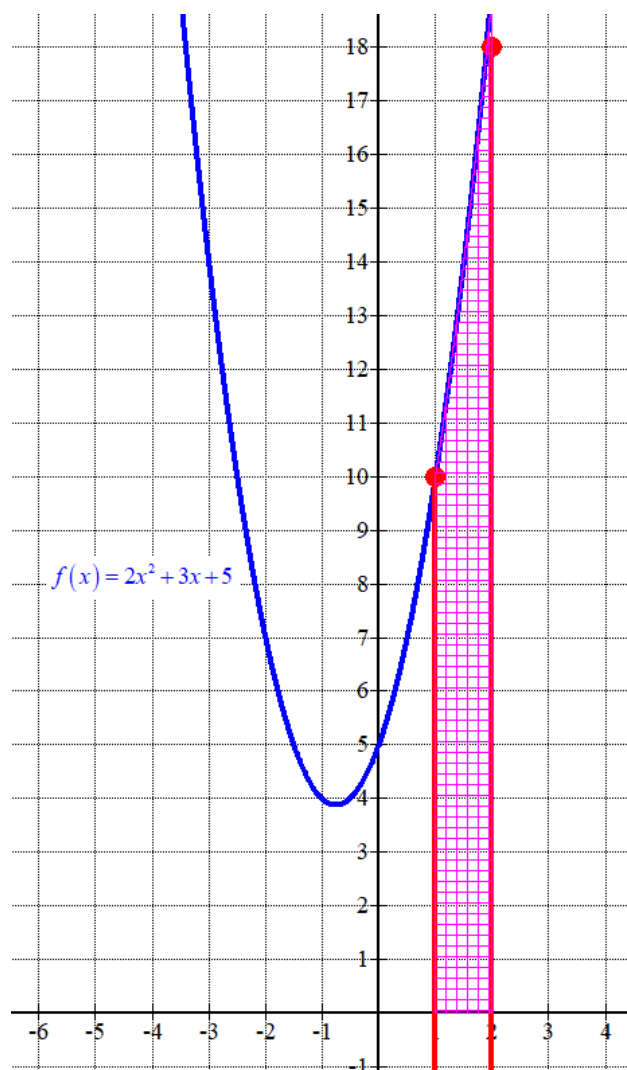
Hallamos los puntos de corte de la curva con el eje OX.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 2x^2 + 3x + 5 \\ \text{Eje OX} \rightarrow y = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 2x^2 + 3x + 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{-31}}{4} = \nexists$$

La curva no corta el eje OX. Como $f(1.5) = 2 \cdot 1.5^2 + 3 \cdot 1.5 + 5 = 14 > 0$ la curva siempre toma valores positivos.

El área del recinto limitado por la parábola de ecuación $f(x) = 2x^2 + 3x + 5$, el eje OX, la recta $x=1$ y la recta $x=2$ es el valor de la integral definida de la función entre 1 y 2.

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 2x^2 + 3x + 5 dx = \left[\frac{2x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 5x \right]_1^2 = \\ &= \left[\frac{2 \cdot 2^3}{3} + \frac{3 \cdot 2^2}{2} + 5 \cdot 2 \right] - \left[\frac{2 \cdot 1^3}{3} + \frac{3 \cdot 1^2}{2} + 5 \cdot 1 \right] = \frac{16}{3} + 6 + 10 - \frac{2}{3} - \frac{3}{2} - 5 = \boxed{\frac{85}{6} \approx 14.16 \text{ u}^2} \end{aligned}$$



CUESTIÓN 7. Se sabe que el 35% de una población son graduados y, de ellos, el 40 % son hombres. Además, de la parte de la población que no son graduados, el 55% son hombres.

- a) Calcular la probabilidad de que un individuo, elegido al azar, sea hombre. **(1,25 puntos)**
 b) Se ha elegido un individuo al azar, y es hombre; calcular la probabilidad de que sea graduado. **(1,25 puntos)**

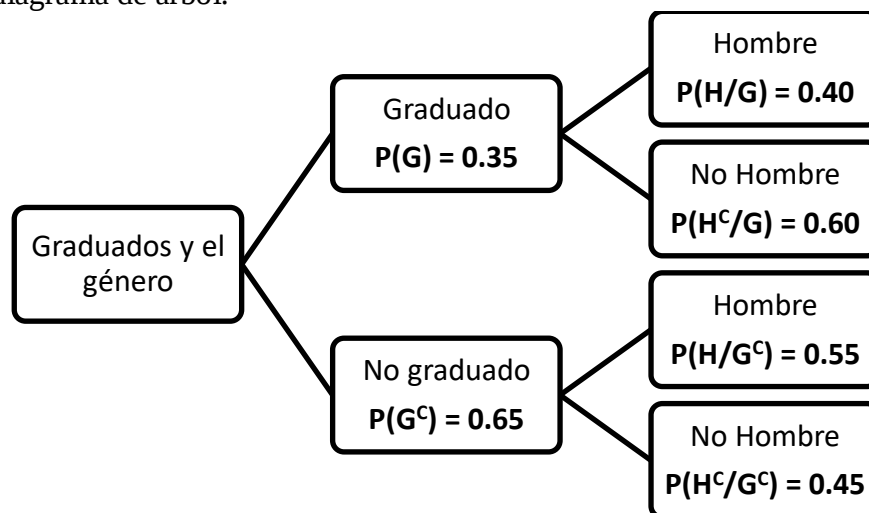
Pasamos estos datos a valores absolutos. Para ello suponemos que son 400 los habitantes de una población.

Se sabe que el 35% de una población (400) son graduados ($0.35 \cdot 400 = 140$) y, de ellos, el 40 % son hombres ($140 \cdot 0.40 = 56$). Además, de la parte de la población que no son graduados ($400 - 140 = 260$), el 55% son hombres ($260 \cdot 0.55 = 143$).

- a) De los 400 habitantes $56 + 143 = 199$ son hombres. Aplicando la regla de Laplace la probabilidad de que al elegir un habitante al azar este sea hombre vale $\frac{199}{400} = 0.4975$.
- b) Hay 199 hombres y de ellos hay 56 graduados. Aplicando la regla de Laplace la probabilidad de que al elegir un hombre este sea graduado vale $\frac{56}{199} \approx 0.2814$.

OTRA FORMA DE RESOLVERLO

Realizamos un diagrama de árbol.



- a) Nos piden calcular $P(H)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(H) = P(G)P(H/G) + P(G^c)P(H/G^c) = 0.35 \cdot 0.40 + 0.65 \cdot 0.55 = \boxed{0.4975}$$

- b) Nos piden calcular $P(G/H)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(G/H) = \frac{P(G \cap H)}{P(H)} = \frac{P(G)P(H/G)}{P(H)} = \frac{0.35 \cdot 0.4}{0.4975} = \boxed{\frac{56}{199} \approx 0.2814}$$

CUESTIÓN 8. (2,5 puntos) En una población se ha determinado que, de cada 100 usuarios de teléfonos móviles, 20 son clientes de la compañía A, 30 de la compañía B, y el resto, de la compañía C. Sabiendo que el 35% de los clientes de A, el 40% de los de B y el 45% de los de C tienen sistema de prepago, determinar la probabilidad de que seleccionado al azar un usuario de teléfono móvil, tenga sistema de prepago.

Si de cada 100 usuarios de teléfonos móviles, 20 son clientes de la compañía A, 30 de la compañía B, y el resto (50), de la compañía C entonces si fuesen 200 habitantes habrían 40 de la compañía A, 60 de la compañía B y 100 de la compañía C.

Como el 35% de los clientes de A ($40 \cdot 0.35 = 14$), el 40% de los de B ($60 \cdot 0.40 = 24$) y el 45% de los de C ($100 \cdot 0.45 = 45$) tienen sistema de prepago, sabemos que son $14 + 24 + 45 = 83$ los usuarios de teléfonos con sistema de prepago del total de 200 usuarios.

Aplicando la regla de Laplace la probabilidad de que seleccionado al azar un usuario de teléfono móvil (200), tenga sistema de prepago (83) tiene un valor de $\frac{83}{200} = 0.415$.