

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir únicamente tres** de entre los seis ejercicios propuestos.

c) Cada ejercicio se puntuará **de 0 a 10 puntos**. La calificación será la media aritmética de los tres ejercicios.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente.

e) No se permite el préstamo de calculadoras. Se permite el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

EJERCICIO 1

a) [5 puntos] Racionaliza y simplifica al máximo la expresión $\frac{\sqrt[3]{\frac{216}{125}} : \sqrt[5]{\frac{32}{243}}}{\sqrt{27}}$.

b) [5 puntos] Halla la longitud del lado de un cuadrado sabiendo que la suma de su área más seis veces su perímetro es 145 metros.

EJERCICIO 2

a) [5 puntos] Resuelve la ecuación $\binom{x}{2} + \binom{x-1}{2} + \binom{x-2}{2} = 136$.

b) [5 puntos] Halla los valores a y b sabiendo que el polinomio $x^2 + ax + b$ es divisible por $x + 2$ y que los restos obtenidos al dividirlo entre $x + 1$ y $x + 3$ son iguales.

EJERCICIO 3

a) [5 puntos] Halla $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$ y $\operatorname{tg}(\alpha)$ sabiendo que $\sin(\pi - \alpha) = 1/4$ y $\alpha \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

b) [5 puntos] Resuelve la ecuación $\log(x-1) - \log(\sqrt{5+x}) - \log(\sqrt{5-x}) = 0$, donde $\log$ denota la función logaritmo decimal.

EJERCICIO 4

a) [5 puntos] Halla el valor de m sabiendo que la función $f(x) = \frac{x^2 + m}{x^2 - m}$, $x^2 \neq m$, verifica $f'(1) = 1$.

b) [5 puntos] Halla la ecuación de una recta sabiendo que su pendiente es -1 y que pasa por el punto de intersección de las rectas $x + 2y = 4$ y $x - 2y = 8$.

EJERCICIO 5

a) [5 puntos] Calcula el valor de k para que la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{si } x \neq 1 \\ k & \text{si } x = 1 \end{cases}$ sea continua.

b) [5 puntos] Halla el área de la región limitada por las rectas $y = 3x - 1$, $x = 2$, $x = 6$ y el eje OX.

EJERCICIO 6

a) [5 puntos] Calcula las abscisas de los extremos relativos de la función $f(x) = x^3 - 3x^2 - 45x + 2$ y clasifícalos.

b) [5 puntos] Estudia la posición relativa de la circunferencia de centro $(0,0)$ y radio 5 con la recta que pasa por los puntos $(1,7)$ y $(4,3)$.