

Instrucciones: a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir únicamente tres** de entre los seis ejercicios propuestos.

c) Cada ejercicio se puntuará **de 0 a 10 puntos**. La calificación será la media aritmética de los tres ejercicios.

d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente.

e) No se permite el préstamo de calculadoras. Se permite el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

EJERCICIO 1

a) [5 puntos] Halla los valores de a y b sabiendo que el polinomio $x^3 - ax^2 + b$ tiene una raíz en $x = -1$ y que el cociente de dividirlo por $x^2 - 1$ es $x - 3$.

b) [5 puntos] Calcula $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - 5x^4}{3x^3 - 5x^4 - 4x^2}$.

EJERCICIO 2

a) [5 puntos] Estudia y halla las asíntotas de la gráfica de la función $f(x) = \frac{6-x}{(1-x)^2}$, $x \neq 1$.

b) [5 puntos] Calcula el valor de a que verifique la igualdad: $\frac{\sqrt{112a} - \sqrt{7a} + \sqrt{63}\sqrt{100a}}{\sqrt{28a} + 4\sqrt{63a} - \sqrt{175a^3}} = \frac{-1}{2}$.

EJERCICIO 3

a) [5 puntos] Halla la ecuación de una recta que pasa por el punto $(3, 0)$ y es perpendicular a la recta $y = 2x + 5$.

b) [5 puntos] Calcula el valor de a sabiendo que $a > 0$ y que $\int_0^a \frac{2x}{1+x^2} dx = 1$.

EJERCICIO 4

a) [5 puntos] Halla los ángulos α (en radianes) tales que $\cos(2\alpha) - 4\sin(\alpha) = 1$ y $0 \leq \alpha < 2\pi$.

b) [5 puntos] Calcula los intervalos donde la función $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$ es creciente.

EJERCICIO 5

a) [5 puntos] Calcula el valor de a para que la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = x^2 + ax - 1$ en el punto de abscisa $x = 1$, sea paralela a la recta $5x - y - 3 = 0$.

b) [5 puntos] Resuelve la ecuación $5^x = \frac{1}{125} 5^{6-2x}$, y comprueba el resultado.

EJERCICIO 6

a) [5 puntos] Halla el valor de a para que la siguiente función sea continua:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x + 3 & \text{si } x \leq -3, \\ a + 6x + 25 & \text{si } x > -3. \end{cases}$$

b) [5 puntos] Resuelve la ecuación $2 \log_5(x+2) - \log_5(x-2) = 2$, donde $\log_5(x)$ representa al logaritmo en base 5 de x , y comprueba el resultado