

	UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25 Cód 29- MATEMÁTICAS	Convocatoria 2023
---	--	---

OBSERVACIONES:

- El alumno deberá **responder a cuatro de las ocho cuestiones** que se plantean.
- Responda razonadamente a cada cuestión. Una respuesta acertada pero sin el razonamiento que conduce a la respuesta, no será dada como válida.
- Expresar las soluciones de manera simplificada y sin utilizar la calculadora, es decir, si la solución es $\sqrt{2}$ utilice este valor y no su valor aproximado 1.414...
- Utilice bolígrafo azul o negro.

Cuestión 1 [2.5 puntos] Consideremos la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ \lambda & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- (a) **[0.75 puntos]** Encontrar los valores de la constante λ para los cuales la matriz A tiene inversa.
- (b) **[0.75 puntos]** Calcular la inversa de la matriz A para $\lambda = 1$.
- (c) **[1.0 puntos]** Para $\lambda = 1$, comprobar que se verifica la siguiente identidad:

$$A^2 - A = 2I$$

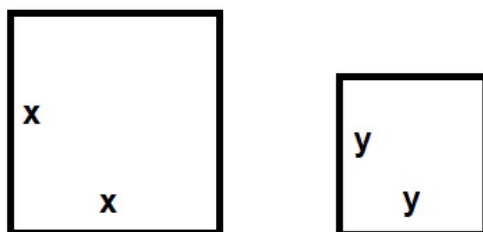
siendo I la matriz identidad de 3×3 .

Cuestión 2 [2.5 puntos] Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales homogéneo:

$$\begin{cases} 4x - y + z = 0 \\ x + y - 3z = 0 \\ 3x - 2y - az = 0 \end{cases}$$

- (a) **[1.5 puntos]** Discutir el sistema para los diferentes valores del parámetro a .
- (b) **[1.0 puntos]** Obtener las soluciones para cualquier valor del parámetro a .

Cuestión 3 [2.5 puntos] Se dispone de una tela metálica de 144 metros de longitud para vallar dos parcelas cuadradas situadas en una región como la de la figura, es decir, se encuentran separadas.



Asumiendo que se han de utilizar exactamente los 144 metros de valla, determinar los valores de x e y que hacen que la suma de las áreas encerradas sea mínima.

Cuestión 4 [2.5 puntos] Consideremos la función racional $f(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$

- (a) **[0.75 puntos]** Determine los puntos de corte con el eje OX y calcule su derivada.
- (b) **[0.75 puntos]** Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de dicha función, así como sus extremos relativos.
- (c) **[1.0 punto]** Determine el área de la región encerrada entre el eje de abscisas ($y = 0$), la función $f(x)$ y las rectas $x = -2$ y $x = 2$.

Cuestión 5 [2.5 puntos] Dadas las rectas:

$$r: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2} \quad s: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}$$

se pide:

- (a) **[1.0 puntos]** Determinar la posición relativa de ambas rectas.
- (b) **[1.5 puntos]** En caso de que se corten, obtener el punto de corte entre ambas rectas. En caso contrario determinar la distancia entre ambas rectas.

Cuestión 6 [2.5 puntos] Consideremos los planos $\pi : 3x - y + 2z - 1 = 0$ y $\pi' : 2x - 2y + 4z - 3 = 0$. Se pide:

- (a) **[1.5 puntos]** Determinar el ángulo entre ambos planos
- (b) **[1.0 puntos]** Determinar la distancia del punto $A = (2, 3, 1)$ al plano π .

Cuestión 7 [2.5 puntos] La Concejalía de Tráfico ha realizado un estudio estadístico en una capital sobre el uso del casco por parte de usuarios de bicicletas y patinetes. El estudio concluye que el 70 % de los usuarios de estos sistemas de movilidad son hombres y, de estos, el 60 % usa casco, mientras que, entre las mujeres, solo el 40 % de ellas usan casco. A partir de esta información, se pide:

- (a) **[0.75 puntos]** Calcular la probabilidad de que un usuario de estos sistemas de movilidad, elegido al azar, use casco.
- (b) **[0.75 puntos]** Si se detecta un usuario con casco, ¿cuál es la probabilidad de que dicho usuario sea un hombre?
- (c) **[1.0 punto]** Determinar la probabilidad de detectar un usuario sin casco y que no sea hombre.

Cuestión 8 [2.5 puntos] Se sabe que el tiempo de espera en una determinada cola del supermercado se puede asumir que sigue una distribución normal. Por otro lado se sabe que en el 84.13% de las ocasiones se espera menos de 1.4 minutos, mientras que en el 50% de los casos el tiempo de espera es inferior a 1.2 minutos. A partir de esa información, se pide:

- (a) **[1.0 puntos]** Determinar la media y la desviación típica que caracteriza a la variable $X = \text{"tiempo de espera en la cola"}$.
- (b) **[0.75 puntos]** Asumamos que el tiempo de espera sigue un modelo $N(\mu = 1.2, \sigma = 0.2)$. Determinar la probabilidad de que el tiempo de espera sea superior a 1.3 minutos.
- (c) **[0.75 puntos]** Supongamos que en un momento determinado se encuentran 4 personas en la cola. Determinar la probabilidad de al menos 3 de ellos esperen más de 1.3 minutos.