	UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CARTAGENA **PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA MAYORES DE 25** **Cód 29- MATEMÁTICAS**	**Convocatoria 2024**

OBSERVACIONES:

- El alumno deberá **responder a cuatro de las ocho cuestiones** que se plantean.
- Responda razonadamente a cada cuestión. Una respuesta acertada pero sin el razonamiento que conduce a la respuesta, no será dada como válida.
- Exprese las soluciones de manera simplificada y sin utilizar la calculadora, es decir, si la solución es $\sqrt{2}$ utilice este valor y no su valor aproximado 1.414...
- Utilice bolígrafo azul o negro.

Cuestión 1 [**2.5 puntos**] Consideremos la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 3 & \lambda & 1 \\ 0 & -2 & \lambda \end{pmatrix}$$

se pide:

(a) [**1.5 puntos**] Estudiar el rango de la matriz para los diferentres valores del parámetro λ.
(b) [**1.0 puntos**] Calcular la inversa de la matriz A para $\lambda = -1$.

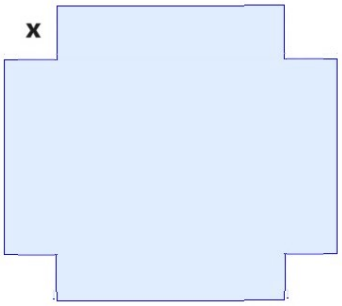
Cuestión 2 [**2.5 puntos**] Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} \mathbf{a}x + z & = 1 \\ x + y + \mathbf{a}z & = 1 \\ x - y + z & = 1 \end{cases}$$

Se pide:

(a) [**1.5 puntos**] Discutir el sistema para los diferentes valores del parámetro a.
(b) [**1.0 puntos**] Resolverlo para $\mathbf{a} = 1$.

Cuestión 3 [**2.5 puntos**] Para hacer una caja abierta por arriba, recortamos en una lámina de cartón cuadrada de $10u.$ de lado, cuatro cuadrados, uno en cada uno de los vértices. Determinar el lado de cada cuadrado para que el volumen de la caja sea máximo.



Cuestión 4 [2.5 puntos] Calcular el área de la región del plano encerrada entre las representaciones gráficas de las funciones:

$$f(x) = x^3 - 3x - 2 \qquad g(x) = x - 2$$

Cuestión 5 [2.5 puntos] Dadas las rectas:

$$r\text{: } x + 1 = y - a = -z \qquad s\text{: } \begin{cases} x = 5 + 2\lambda \\ y = -3 \\ z = 2 - \lambda \end{cases}$$

se pide:

(a) **[1.5 puntos]** Determinar el valor de la constante a para que ambas rectas se corten, y determinar dicho punto de corte.

(b) **[1.0 puntos]** Halla la ecuación del plano que pasa por el punto P(8,-7,2) y contiene a la recta s.

Cuestión 6 [2.5 puntos] Consideremos los planos:

$$\begin{aligned} \pi &: 3x - 2y + z + 5 = 0 \\ \pi' &: y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}z - \frac{21}{4} \end{aligned}$$

Se pide:

(a) **[1.0 puntos]** Determinar un vector perpendicular al plano π y un punto del mismo.

(b) **[1.5 puntos]** Determinar la posición relativa de ambos planos, así como la distancia entre ellos.

Cuestión 7 [2.5 puntos] Una determinada empresa farmaceutica está interesada en desarrollar un test que permita determinar si un individuo ha consumido una determinada sustancia. En las pruebas de laboratorio, en el 98% de los casos, el test clasifica como consumidor de dicha sustancia a aquellos que realmente la han consumido y también, en el 60% de los casos, el test clasifica como no usuarios a aquellos que no la han consumido. Además, se sabe que 15 de cada 100 personas a las que se les va a pasar el test son consumidores de dicha sustancia. A partir de esta información, se pide:

(a) **[1.5 puntos]** Calcular la probabilidad de que se obtenga un resultado positivo, independientemente de si es consumidor o no.

(b) **[1.0 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que una persona realmente consuma la sustancia si ha dado positivo en el test?

Cuestión 8 [2.5 puntos] Un estudiante ha comprobado que el tiempo, en minutos, que le cuesta llegar desde su casa a la universidad sigue una distribución normal de media 30 minutos y desviación típica 5. A partir de esta información, se pide:

(a) **[0.75 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que tarde menos de 40 minutos en llegar a la universidad?

(b) **[0.75 puntos]** ¿Cuál es la probabilidad de que tarde entre 20 y 40 minutos?

(c) **[1.0 puntos]** Calcular la probabilidad de que en una semana (5 días) solo un día tarde entre 29 y 40 minutos en llegar a la universidad.