



IMPORTANTE: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las 4 primeras, en el orden en que se hayan respondido. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} 2x + ay + 4z = 2 \\ ax + 2y + 6z = 0 \\ 4x + 2ay + 10z = a \end{cases}$$

- a) **[0,75 p.]** Determine para qué valores de a el sistema es compatible determinado.
- b) **[1,25 p.]** Determine para qué valores de a el sistema es compatible indeterminado y para qué valores de a el sistema es incompatible.
- c) **[0,5 p.]** Resuélvalo para $a = 0$.

2: Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) **[1 p.]** Compruebe que la matriz $A + B$ es regular (o invertible) y calcule su matriz inversa.
- b) **[1,5 p.]** Resuelva la ecuación matricial $AX + BX = B^2$.

3: **[2,5 p.]** Considere un rectángulo de lados x e y cuya diagonal mide $6\sqrt{2}$ centímetros.

- a) **[0,5 p.]** Demuestre que su perímetro viene dado por la expresión

$$f(x) = 2x + 2\sqrt{72 - x^2}.$$

- b) **[2 p.]** Calcule las dimensiones que debe tener dicho rectángulo para que su perímetro sea lo mayor posible. ¿Cuál es el valor de dicho perímetro máximo?

4: **[2,5 p.]** Considere la función $f(x) = x^2 \cdot e^x$.

- a) **[1,5 p.]** Calcule la integral indefinida $\int f(x) dx$.
- b) **[1 p.]** Calcule el área de la región delimitada por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX entre los valores $x = 0$ y $x = 1$.

5: Considere la recta r y el plano π dados por las siguientes ecuaciones

$$r: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z-1}{2} \quad y \quad \pi: 2x + 3y + 5z - 4 = 0$$

- a) **[1 p.]** Estudie su posición relativa.
- b) **[1,5 p.]** Encuentre la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano que contiene a r y es perpendicular a π .

6: Considere el punto $P(5, -1, 6)$ y la recta

$$r: \begin{cases} x = 1 - 2\lambda \\ y = -\lambda \\ z = 5 + \lambda \end{cases}$$

- a) **[1 p.]** Calcule la ecuación del plano, π , que pasa por P y es perpendicular a r .
- b) **[1 p.]** Calcule la proyección ortogonal, P' , de P en r .
- c) **[0,5 p.]** Calcule la distancia de P a r .

7: Un examen tipo test consta de diez preguntas, cada una con cuatro respuestas, de las cuales solo una es correcta.

- a) **[0,25 p.]** Si nos preguntamos por el número de preguntas contestadas correctamente por alguien que contesta al azar, ¿de qué tipo será la distribución de probabilidad? Calcule su media y su desviación típica.
- b) **[0,75 p.]** Diga cuál es la probabilidad de que conteste correctamente cuatro preguntas.
- c) **[0,75 p.]** Diga cuál es la probabilidad de que conteste bien al menos tres preguntas.
- d) **[0,75 p.]** Calcule, sin usar la tabla, la probabilidad de que conteste mal alguna pregunta. (Utilice ocho decimales).

8: Se sabe que en un pueblo el 50% de la población tiene coche, el 35% tiene moto y el 22% tiene coche y moto. Se elige a una persona al azar. Halle la probabilidad de que:

- a) **[0,25 p.]** Tenga coche o moto.
- b) **[0,25 p.]** No tenga ni coche ni moto.
- c) **[0,5 p.]** Sabiendo que tiene coche, que tenga moto.
- d) **[0,75 p.]** Sabiendo que tiene moto, que no tenga coche.
- e) **[0,75 p.]** Que tenga solo uno de los dos.



IMPORTANTE: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones y no es necesario hacerlo en el mismo orden en que están enunciadas. Cada cuestión tiene una puntuación de 2,5 puntos. Si se responde a más de 4 cuestiones, sólo se corregirán las 4 primeras, en el orden en que se hayan respondido. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} 2x + ay + 4z = 2 \\ ax + 2y + 6z = 0 \\ 4x + 2ay + 10z = a \end{cases}$$

- a) **[0,75 p.]** Determine para qué valores de a el sistema es compatible determinado.
- b) **[1,25 p.]** Determine para qué valores de a el sistema es compatible indeterminado y para qué valores de a el sistema es incompatible.
- c) **[0,5 p.]** Resuélvalo para $a = 0$.

2: Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) **[1 p.]** Compruebe que la matriz $A + B$ es regular (o invertible) y calcule su matriz inversa.
- b) **[1,5 p.]** Resuelva la ecuación matricial $AX + BX = B^2$.

3: **[2,5 p.]** Considere un rectángulo de lados x e y cuya diagonal mide $6\sqrt{2}$ centímetros.

- a) **[0,5 p.]** Demuestre que su perímetro viene dado por la expresión

$$f(x) = 2x + 2\sqrt{72 - x^2}.$$

- b) **[2 p.]** Calcule las dimensiones que debe tener dicho rectángulo para que su perímetro sea lo mayor posible. ¿Cuál es el valor de dicho perímetro máximo?

4: **[2,5 p.]** Considere la función $f(x) = x^2 \cdot e^x$.

- a) **[1,5 p.]** Calcule la integral indefinida $\int f(x)dx$.
- b) **[1 p.]** Calcule el área de la región delimitada por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX entre los valores $x = 0$ y $x = 1$.

5: Considere la recta r y el plano π dados por las siguientes ecuaciones

$$r: \frac{x}{1} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z-1}{2} \quad y \quad \pi: 2x + 3y + 5z - 4 = 0$$

- a) **[1 p.]** Estudie su posición relativa.
- b) **[1,5 p.]** Encuentre la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano que contiene a r y es perpendicular a π .

6: Considere el punto $P(5, -1, 6)$ y la recta

$$r: \begin{cases} x = 1 - 2\lambda \\ y = -\lambda \\ z = 5 + \lambda \end{cases}$$

- a) **[1 p.]** Calcule la ecuación del plano, π , que pasa por P y es perpendicular a r .
- b) **[1 p.]** Calcule la proyección ortogonal, P' , de P en r .
- c) **[0,5 p.]** Calcule la distancia de P a r .

7: Un examen tipo test consta de diez preguntas, cada una con cuatro respuestas, de las cuales solo una es correcta.

- a) **[0,25 p.]** Si nos preguntamos por el número de preguntas contestadas correctamente por alguien que contesta al azar, ¿de qué tipo será la distribución de probabilidad? Calcule su media y su desviación típica.
- b) **[0,75 p.]** Diga cuál es la probabilidad de que conteste correctamente cuatro preguntas.
- c) **[0,75 p.]** Diga cuál es la probabilidad de que conteste bien al menos tres preguntas.
- d) **[0,75 p.]** Calcule, sin usar la tabla, la probabilidad de que conteste mal alguna pregunta. (Utilice ocho decimales).

8: Se sabe que en un pueblo el 50% de la población tiene coche, el 35% tiene moto y el 22% tiene coche y moto. Se elige a una persona al azar. Halle la probabilidad de que:

- a) **[0,25 p.]** Tenga coche o moto.
- b) **[0,25 p.]** No tenga ni coche ni moto.
- c) **[0,5 p.]** Sabiendo que tiene coche, que tenga moto.
- d) **[0,75 p.]** Sabiendo que tiene moto, que no tenga coche.
- e) **[0,75 p.]** Que tenga solo uno de los dos.



CRITERIOS DE CALIFICACIÓN

OBSERVACIONES GENERALES:

El corrector deberá ajustarse a los criterios de evaluación establecidos en este documento y en la reunión correspondiente. En ningún caso se podrá puntuar por encima de la valoración indicada en cada apartado. Se procurará que, en lo posible, los errores en un apartado no afecten a otros apartados.

Los errores simples de cálculo restarán entre 0,1 y 0,25 puntos. Los errores importantes de cálculo o errores simples reiterados pueden conllevar puntuación 0 en ese apartado. Si un error simple ha llevado a un problema más sencillo se disminuirá la puntuación.

Las preguntas contestadas correctamente sin incluir el desarrollo necesario para llegar a su resolución serán valoradas con 0 puntos.

Se valorará el correcto uso del vocabulario y de la notación. El alumno puede elegir el método que considere más oportuno para la resolución de una cuestión pero, si esto demuestra la falta de comprensión de conocimientos básicos, la puntuación final puede ser menor que la indicada para dicha cuestión.

OBSERVACIONES PARTICULARES:

CUESTIÓN 1: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación de que el sistema es compatible determinado cuando $a \neq -1$ y $a \neq 2$ [0,75 p.].

Apartado b) Justificación de que el sistema es compatible indeterminado cuando $a = -1$ o $a = 2$ [0,75 p.]. Justificación de que el sistema nunca es incompatible [0,5 p.].

Apartado c) Cálculo correcto de la solución cuando $a = 0$: $x = 1, y = 0, z = 0$ [0,5 p.].

CUESTIÓN 2: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación de que A es una matriz regular [0,25 p.]. Cálculo correcto de su inversa A^{-1} [0,75 p.].

Apartado b) Cálculo correcto de la solución en términos de A y B : $X = (A^t - B^2) \cdot A^{-1}$ [0,5 p.]. Cálculo correcto de la solución numérica [1 p.].

CUESTIÓN 3: [2,5 p.]

Expresión correcta de la función a maximizar [0,5 p.].

Cálculo correcto de su derivada [0,5 p.].

Cálculo correcto del único punto crítico en el dominio de la función y candidato a ser máximo [0,5 p.].

Justificación de que se trata de un punto de máximo [0,5 p.].

Cálculo correcto de la descomposición de 24 como suma de 6 y 18 [0,25 p.].

Cálculo correcto del valor máximo $6 \times 18^3 = 34992$ [0,25 p.].

CUESTIÓN 4: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto de los dos puntos de corte [0,75 p.].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado de la integral indefinida [1,25 p.]. Cálculo correcto del área del recinto, estudiando la diferencia de las funciones para saber cuál es el valor absoluto de la diferencia [0,5 p.].

CUESTIÓN 5: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación correcta de que las dos rectas se cruzan en el espacio [1 p.].

Apartado b) Justificación razonada de que el punto de origen no está en ninguna de las dos rectas [0,5 p.].

Apartado c) Cálculo correcto y justificado de la recta que pasa por el punto de origen y corta a las otras dos rectas [1 p.].

CUESTIÓN 6: [2,5 p.]

Apartado a) Justificación correcta de que los tres puntos están alineados [0,25 p.]. Cálculo correcto de la ecuación de la recta que los contiene [0,5 p.].

Apartado b) Cálculo correcto de la distancia del punto $P(1, 1, -1)$ a dicha recta. [0,75 p.].

Apartado c) Cálculo de la ecuación general del plano que contiene a dicha recta y pasa por el punto $P(1, 1, -1)$. [1 p.].

CUESTIÓN 7: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto de la probabilidad solicitada [0,75 p.].

Apartado b) Cálculo correcto de la desviación típica [1 p.].

Apartado c) Cálculo correcto de la probabilidad solicitada [0,75 p.].

CUESTIÓN 8: [2,5 p.]

Apartado a) Cálculo correcto y justificado de las dos probabilidades solicitadas [0,5 p.].

Apartado b) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 p.].

Apartado c) Cálculo correcto y justificado de la probabilidad pedida [1 p.].