

Pruebas de Acceso para mayores de 25 y 45 años	Convocatoria: 2025	 SISTEMA UNIVERSITARI VALENCIÀ SISTEMA UNIVERSITARIO VALENTINO  GENERALITAT VALENCIANA Conselleria d'Educació, Cultura, Universitats i Ocupació
Asignatura: MATEMÁTICAS		

1. Dada la matriz: $\begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$

- Obtenga, en función de $x \in \mathbb{R}$, el determinante de la matriz A.
- Resuelva la ecuación $\det(A) = 0$.

2. Los vértices de un triángulo rectángulo son: $O(0,0)$, $A(8,0)$, $B(0,8\sqrt{3})$.

- Obtenga razonadamente el seno de los ángulos A y B.
- Obtenga razonadamente la ecuación de la recta que pasa por A y B.
- Calcule $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 8}$.

3. Encuentre los máximos y mínimos relativos de la función $f(x) = 3x^3 - 7x^2$

4. Se recortan las letras de la palabra PROBABILIDAD y se introducen en una urna. Se extrae una letra de la urna. Calculad las probabilidades de que:

- Sea una vocal.
- Sea una consonante.
- No sea una B.
- Sea una T.

Soluciones

1. Dada la matriz: $\begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{pmatrix}, x \in \mathbb{R}$

a. Obtenga, en función de $x \in \mathbb{R}$, el determinante de la matriz A.

b. Resuelva la ecuación $\det(A) = 0$.

a. Obtenemos la expresión del determinante de la matriz A.

$$\det(A) = \begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & x & 1 \\ 1 & 1 & x \end{vmatrix} = x^3 + 1 + 1 - x - x - x = x^3 - 3x + 2$$

b. Averiguamos cuando se anula el determinante de la matriz A.

$$\det(A) = 0 \Rightarrow x^3 - 3x + 2 = 0 \Rightarrow \text{Utilizamos el método de Ruffini}$$

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & -3 & 2 \\ & 1 & 1 & -2 & \\ \hline & 1 & 1 & -2 & 0 \end{array} \Rightarrow x = 1 \text{ es raíz del polinomio} \Rightarrow x^3 - 3x + 2 = (x-1)(x^2 + x - 2)$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-2)}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{-1+3}{2} = 1 = x \\ \frac{-1-3}{2} = -2 = x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^3 - 3x + 2 = (x-1)(x-1)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ raíz doble} \\ x = -2 \text{ raíz} \end{cases}$$

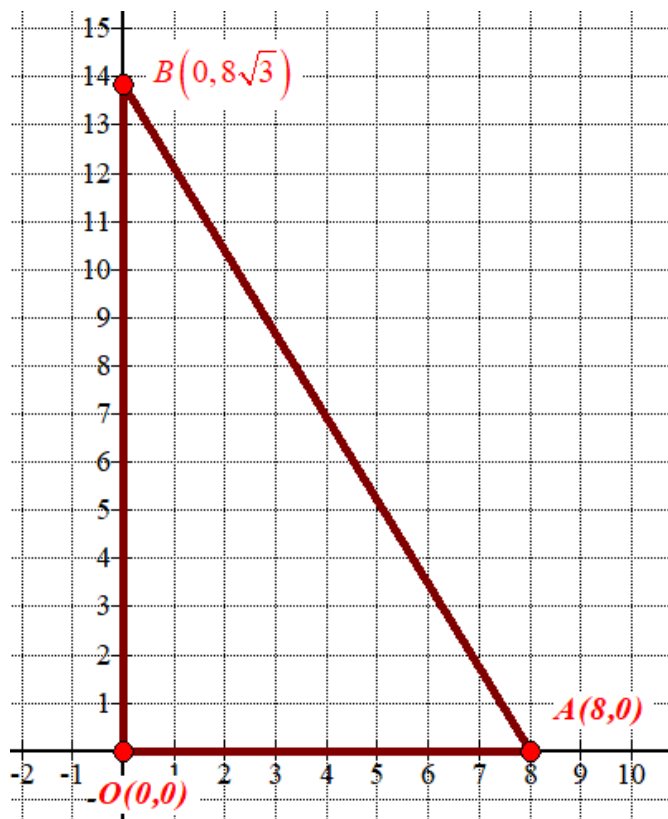
Las soluciones de la ecuación $\det(A) = 0$ son $x = -2$ y $x = 1$.

2. Los vértices de un triángulo rectángulo son: $O(0,0)$, $A(8,0)$, $B(0,8\sqrt{3})$.

a. Obtenga razonadamente el seno de los ángulos A y B.

b. Obtenga razonadamente la ecuación de la recta que pasa por A y B.

c. Calcule $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 8}$.



a. Los catetos del triángulo OAB miden 8 y $8\sqrt{3}$. Calculamos el valor de la hipotenusa, utilizando el teorema de Pitágoras.

$$h^2 = 8^2 + (8\sqrt{3})^2 = 64 + 64 \cdot 3 = 256 \Rightarrow h = \sqrt{256} = 16$$

La hipotenusa mide 16.

$$\operatorname{sen} A = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{8\sqrt{3}}{16} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{sen} B = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

b. Hallamos la pendiente de la recta que pasa por A y B.

$$\left. \begin{array}{l} A(8,0) \\ B(0,8\sqrt{3}) \end{array} \right\} \Rightarrow m = \frac{8\sqrt{3} - 0}{0 - 8} = -\sqrt{3}$$

Hallamos la ecuación de la recta que pasa por A y B.

$$\left. \begin{array}{l} A(8,0) \in r \\ m = -\sqrt{3} \end{array} \right\} \Rightarrow y - 0 = -\sqrt{3}(x - 8) \Rightarrow \boxed{y = -\sqrt{3}x + 8\sqrt{3}}$$

La ecuación de la recta que pasa por A y B es $y = -\sqrt{3}x + 8\sqrt{3}$.

c. Calculamos el límite pedido.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 8} = \frac{(-2)^2 - 4}{(-2)^3 + 8} = \frac{0}{0} = \text{Indeterminación} = \dots$$

1	0	-4	
<u>-2</u>	-2	4	$\Rightarrow x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$
1	-2	<u>0</u>	
1	0	0	8
<u>-2</u>	-2	4	-8
1	-2	4	<u>0</u>

$$\Rightarrow x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$$

$$\dots = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\cancel{(x+2)}(x-2)}{\cancel{(x+2)}(x^2 - 2x + 4)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x-2}{x^2 - 2x + 4} = \frac{-2-2}{(-2)^2 - 2(-2) + 4} = \frac{-4}{12} = \boxed{\frac{-1}{3}}$$

3. Encuentre los máximos y mínimos relativos de la función $f(x) = 3x^3 - 7x^2$

Hallamos los valores que anulan la derivada de la función (puntos críticos).

$$f(x) = 3x^3 - 7x^2 \Rightarrow f'(x) = 9x^2 - 14x$$

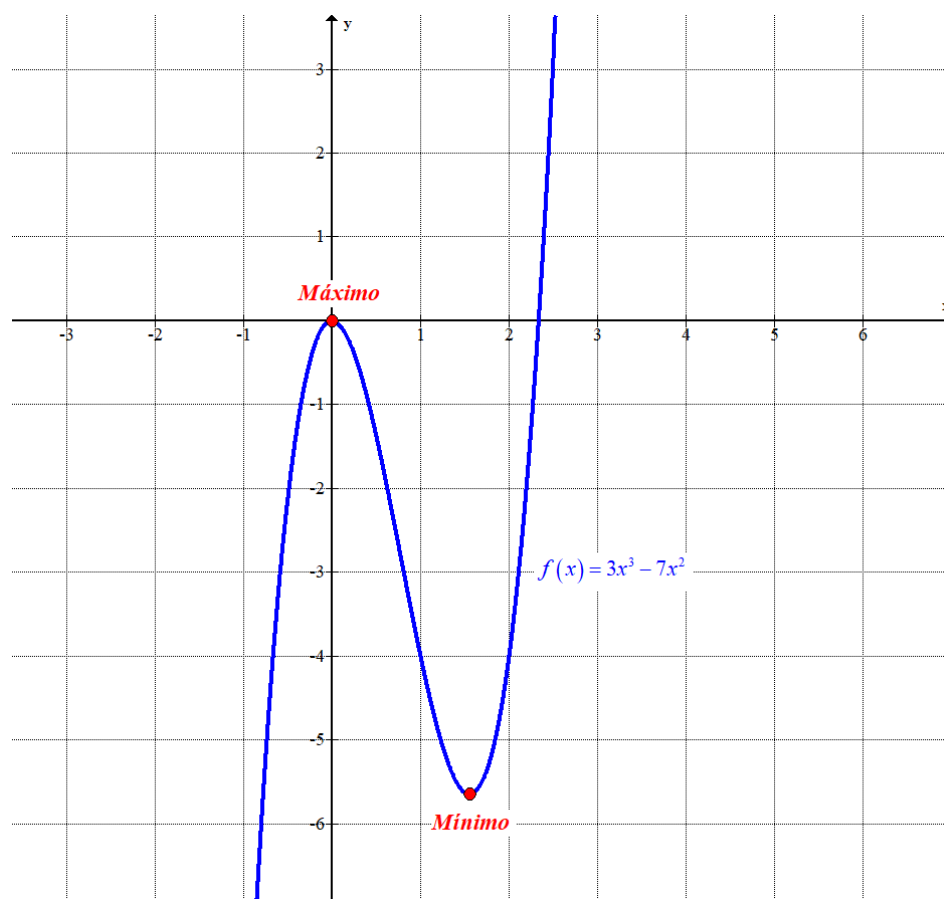
$$f'(x) = 0 \Rightarrow 9x^2 - 14x = 0 \Rightarrow x(9x - 14) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 9x - 14 = 0 \rightarrow x = \frac{14}{9} \approx 1.55 \end{cases}$$

Sustituimos los valores obtenidos en la segunda derivada.

$$f'(x) = 9x^2 - 14x \Rightarrow f''(x) = 18x - 14 \Rightarrow \begin{cases} f''(0) = 18 \cdot 0 - 14 = -14 < 0 \rightarrow \text{Máximo} \\ f''\left(\frac{14}{9}\right) = 18 \cdot \frac{14}{9} - 14 = 14 > 0 \rightarrow \text{Mínimo} \end{cases}$$

La función tiene un máximo relativo en $x = 0$ y un mínimo relativo en $x = \frac{14}{9}$.

Como $f(0) = 3 \cdot 0^3 - 7 \cdot 0^2 = 0$ y $f\left(\frac{14}{9}\right) = 3\left(\frac{14}{9}\right)^3 - 7\left(\frac{14}{9}\right)^2 = \frac{-1372}{243}$ las coordenadas del máximo relativo son $(0, 0)$ y las del mínimo relativo son $\left(\frac{14}{9}, \frac{-1372}{243}\right)$.



4. Se recortan las letras de la palabra PROBABILIDAD y se introducen en una urna. Se extrae una letra de la urna. Calculad las probabilidades de que:

- a. Sea una vocal.
- b. Sea una consonante.
- c. No sea una B.
- d. Sea una T.

a. La palabra PROBABILIDAD tiene 12 letras y de ellas son 5 vocales y 7 consonantes.

Aplicando la regla de Laplace la probabilidad de que al elegir una letra esta sea vocal tiene un valor de $\frac{5}{12} \approx 0.4167$.

b. Obtener una consonante al extraer una letra es el suceso complementario de sacar una vocal, por

lo que la probabilidad de extraer consonante vale $1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12} \approx 0.5833$.

c. La palabra PROBABILIDAD contiene 12 letras, siendo dos las letras B que contiene.

Aplicando la regla de Laplace la probabilidad de que al elegir una letra esta sea una B tiene un valor de $\frac{2}{12} = \frac{1}{6} \approx 0.1667$.

d. La palabra PROBABILIDAD contiene 12 letras, no conteniendo ninguna T. La probabilidad de extraer una T vale 0.