



Proves d'accés a la universitat

Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales

Serie 1

El examen consta de CUATRO ejercicios obligatorios. Cada ejercicio vale 2,5 puntos. Realice los ejercicios 1, 2 y 3 respondiendo a TODAS las cuestiones que se plantean. En el ejercicio 4, elija UNA de las dos opciones (A o B) propuestas.

En todas las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. Es necesario que la redacción de la respuesta se haga de forma coherente, con corrección y claridad, utilizando la notación y el vocabulario matemático adecuados y expresando la solución de forma clara.

Puede utilizar la página en blanco del final del cuaderno para realizar esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a algún ejercicio si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página del ejercicio correspondiente.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos que pueden almacenar datos o que pueden transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

Queremos alojar a 10 personas en un hotel que tiene habitaciones individuales, dobles y triples. Sabemos que si reservamos seis habitaciones individuales y dos dobles, debemos pagar 702 €, y si reservamos una individual y tres triples, debemos pagar lo mismo que si reservamos dos dobles y dos triples.

- Determine los precios de la habitación doble y de la triple en función del precio de la individual.
[1,25 puntos]
- Si el precio de la habitación triple es el doble del precio de la individual, ¿cuál es el precio de cada tipo de habitación? De las tres opciones planteadas para alojar a las 10 personas, ¿con cuál obtenemos el precio más bajo y cuál es ese precio?
[1,25 puntos]

Ejercicio 2

Un inversor tiene un dinero invertido en un fondo de inversión muy volátil. El valor de su inversión en euros durante un día determinado es dado por la función

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{35x^2}{2} + 300x + 250,$$

donde $x \in [0, 24]$ representa el tiempo en horas.

- Calcule el valor inicial de la inversión al empezar el día y determine qué beneficio o pérdida habrá tenido al cabo de 24 horas. Encuentre también a qué hora del día el valor de la inversión ha sido máximo y cuál era ese valor máximo.
[1,5 puntos]
- ¿Hay algún momento del día en el que el valor de la inversión es negativo?
[1 punto]

Ejercicio 3

Hace unos años una granja de vacas frisonas dedicada a la producción de leche realizó un estudio sobre el peso de sus vacas y llegó a la conclusión de que esta variable seguía una distribución normal con una media de 580 kg y una desviación típica de 25 kg.

FÓRMULAS PARA RESOLVER EL EJERCICIO:

- $Z \sim \text{normal}(0, 1) \rightarrow P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 0.95$ y $P(-2.58 \leq Z \leq 2.58) = 0.99$
- Intervalos de confianza con un nivel de confianza $\gamma \in (0,1)$
 - para la proporción (muestras grandes):

$$\left[p - z_\gamma \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}, p + z_\gamma \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right]$$
 - para la media (muestras normales con varianza σ^2 desconocida):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$
 - para la media (muestras grandes con la varianza σ^2 desconocida):

$$\left[\bar{x} - z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_\gamma \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$$

- a) Calcule, de forma razonada, la probabilidad de que si tomamos al azar una vaca frisona de esta granja, su peso esté entre 531 y 629 kg.

[1 punto]

- b) Creemos que un cambio en el tipo de forraje que se da a las vacas ha modificado la media del peso. Para comprobarlo, hemos obtenido el peso de una muestra de 10 vacas de la granja escogidas al azar:

569, 575, 611, 581, 583, 614, 589, 555, 566, 571

Encuentre un intervalo de confianza del 95% para la media del peso de las vacas, suponiendo que este peso sigue una distribución normal con una desviación típica de 25 kg. ¿A partir del resultado obtenido, podemos afirmar que la media del peso de las vacas ha cambiado? Justifique la respuesta.

[1.5 puntos]

Ejercicio 4

En el Congreso Catalán de Educación Matemática (C2EM), que se celebrará en Lleida el próximo mes de julio, asistirán docentes de universidad, de educación secundaria y de educación infantil y primaria.

A estas alturas, un 10% de los docentes inscritos son de universidad, un 50% son de secundaria y el resto son de infantil y primaria. Por otra parte, un 40% de los docentes inscritos de universidad, un 52% de los docentes inscritos de secundaria y un 65% de los docentes inscritos de infantil y primaria son mujeres.

Elija UNA de las dos opciones (A o B) y responda a las cuestiones que se plantean.

OPCIÓN A

- a) Calcule la probabilidad de que una persona escogida al azar de entre todos los inscritos sea una mujer. Si entre todas las mujeres inscritas escogemos una al azar, ¿qué probabilidad hay de que sea docente de secundaria?

[1.25 puntos]

- b) Calcule el número de docentes que se han inscrito en el Congreso de cada nivel educativo si sabemos que en total hay 476 mujeres inscritas.
[1.25 puntos]

OPCIÓN B

- a) La organización del Congreso quiere dar un detalle diferente a cada grupo de docentes: el detalle tipo D1 para el grupo de docentes universitarios, el detalle tipo D2 para el grupo de docentes de secundaria y el detalle tipo D3 para el grupo de docentes de infantil y primaria. Han pedido presupuesto a tres empresas distintas, que llamaremos E1, E2 y E3. La siguiente matriz nos da los precios unitarios, en euros, de cada detalle de tipos D1, D2 y D3 (filas) según las empresas E1, E2 y E3 (columnas):

$$\begin{pmatrix} 1.25 & 1 & 1.25 \\ 0.75 & 1 & 1.15 \\ 1 & 0.85 & 0.80 \end{pmatrix}$$

El pedido de la organización puede representarse como un vector fila (x, y, z) , en el que x representa la cantidad de detalles de tipo D1, y es la cantidad de detalles de tipo D2 y z corresponde a la cantidad de detalles de tipo D3 a comprar.

La organización trabaja con la previsión de que en el Congreso asistirán 1.000 personas en total y que los porcentajes de cada grupo de docentes respecto al total serán los mismos que los que existen en este momento de la inscripción.

Calcule mediante un producto de matrices qué empresa ofrece el mejor precio y cuál es ese precio.

[1.25 puntos]

- b) Un hotel situado cerca del espacio donde se celebrará el Congreso ha realizado un estudio de mercado. Inicialmente se planteaban ofrecer la habitación doble a un precio de 80€ la noche y con ese precio estimaban que tendrían 100 reservas de habitaciones dobles. Pero el estudio muestra que la relación entre el precio de la habitación doble y el número de reservas es lineal, por lo que por cada euro de descuento sobre el precio de la habitación consiguen dos reservas más. Si llamamos x el número de veces que se aplica el descuento de un euro, escriba la función que da los ingresos del hotel en función de x . ¿Cuál debe ser el precio de la habitación doble para maximizar los ingresos?

[1.25 puntos]

SOLUCIONES

Ejercicio 1

Queremos alojar a 10 personas en un hotel que tiene habitaciones individuales, dobles y triples. Sabemos que si reservamos seis habitaciones individuales y dos dobles, debemos pagar 702 €, y si reservamos una individual y tres triples, debemos pagar lo mismo que si reservamos dos dobles y dos triples.

- a) Determine los precios de la habitación doble y de la triple en función del precio de la individual. [1,25 puntos]
 b) Si el precio de la habitación triple es el doble del precio de la individual, ¿cuál es el precio de cada tipo de habitación? De las tres opciones planteadas para alojar a las 10 personas, ¿con cuál obtenemos el precio más bajo y cuál es ese precio? [1,25 puntos]

- a) Llamamos “x” al precio de la habitación individual, “y” al precio de la habitación doble y “z” al precio de la habitación triple.

“si reservamos seis habitaciones individuales y dos dobles cuesta 702 €” $\rightarrow 6x + 2y = 702$.

“si reservamos una individual y tres triples, debemos pagar lo mismo que si reservamos dos dobles y dos triples” $\rightarrow x + 3z = 2y + 2z$.

Resolvemos el sistema formado por las dos ecuaciones.

$$\left. \begin{array}{l} 6x + 2y = 702 \\ x + 3z = 2y + 2z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x + y = 351 \\ x - 2y + z = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 351 - 3x \\ x - 2(351 - 3x) + z = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x - 2(351 - 3x) + z = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x - 702 + 6x + z = 0 \Rightarrow z = 702 - 7x \Rightarrow \boxed{\begin{cases} y = 351 - 3x \\ z = 702 - 7x \end{cases}}$$

El precio de la habitación doble es 351 € menos el triple del precio de la habitación individual.

El precio de la habitación triple es 702 € menos 7 veces el precio de la habitación individual.

- b) Tenemos una nueva ecuación que añadimos al sistema obtenido en el apartado anterior.

“el precio de la habitación triple es el doble del precio de la individual” $\rightarrow z = 2x$.

Resolvemos el nuevo sistema.

$$\left. \begin{array}{l} 6x + 2y = 702 \\ x + 3z = 2y + 2z \\ z = 2x \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 351 - 3x \\ z = 702 - 7x \\ z = 2x \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 351 - 3x \\ 702 - 7x = 2x \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 351 - 3x \\ 702 = 9x \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = \frac{702}{9} = 78 \\ y = 351 - 3 \cdot 78 = 117 \\ z = 2 \cdot 78 = 156 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} y = 351 - 3 \cdot 78 = 117 \\ z = 2 \cdot 78 = 156 \end{cases}}$$

La habitación individual cuesta 78 €, la doble 117 € y la triple 156 €.

Para decidir la opción más barata calculamos el precio de cada opción.

6 habitaciones individuales y 2 dobles cuestan 702 €.

1 individual y 3 triples cuestan $78 + 3 \cdot 156 = 546$ €

2 dobles y 2 triples cuestan $2 \cdot 117 + 2 \cdot 156 = 546$ €

Las opciones más económicas son las dos últimas que cuestan lo mismo 546 €.

Lo más económico es reservar “1 individual + 3 triples” o bien “2 dobles + 2 triples”.

Ejercicio 2

Un inversor tiene un dinero invertido en un fondo de inversión muy volátil. El valor de su inversión en euros durante un día determinado es dado por la función

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{35x^2}{2} + 300x + 250,$$

donde $x \in [0, 24]$ representa el tiempo en horas.

- a) Calcule el valor inicial de la inversión al empezar el día y determine qué beneficio o pérdida habrá tenido al cabo de 24 horas. Encuentre también a qué hora del día el valor de la inversión ha sido máximo y cuál era ese valor máximo.

[1,5 puntos]

- b) ¿Hay algún momento del día en el que el valor de la inversión es negativo?

[1 punto]

- a) Como $f(0) = \frac{0^3}{3} - \frac{35 \cdot 0^2}{2} + 300 \cdot 0 + 250 = 250$ el valor inicial de la inversión es 250 €. Al

acabar el día el valor de su inversión es $f(24) = \frac{24^3}{3} - \frac{35 \cdot 24^2}{2} + 300 \cdot 24 + 250 = 1978$ €. Ha

tenido un beneficio de $1978 - 250 = 1528$ €.

Buscamos los puntos críticos de la función.

$$f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{35x^2}{2} + 300x + 250 \Rightarrow f'(x) = \frac{3x^2}{3} - \frac{70x}{2} + 300 = x^2 - 35x + 300$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 35x + 300 = 0 \Rightarrow x = \frac{35 \pm \sqrt{(-35)^2 - 4 \cdot 300}}{2} = \frac{35 \pm 5}{2} = \begin{cases} \frac{35+5}{2} = 20 = x \\ \frac{35-5}{2} = 15 = x \end{cases}$$

Calculamos el valor de la inversión a las 15 y a las 20 horas y lo comparamos con el valor inicial y final.

$$f(0) = 250 \text{ Mínimo}$$

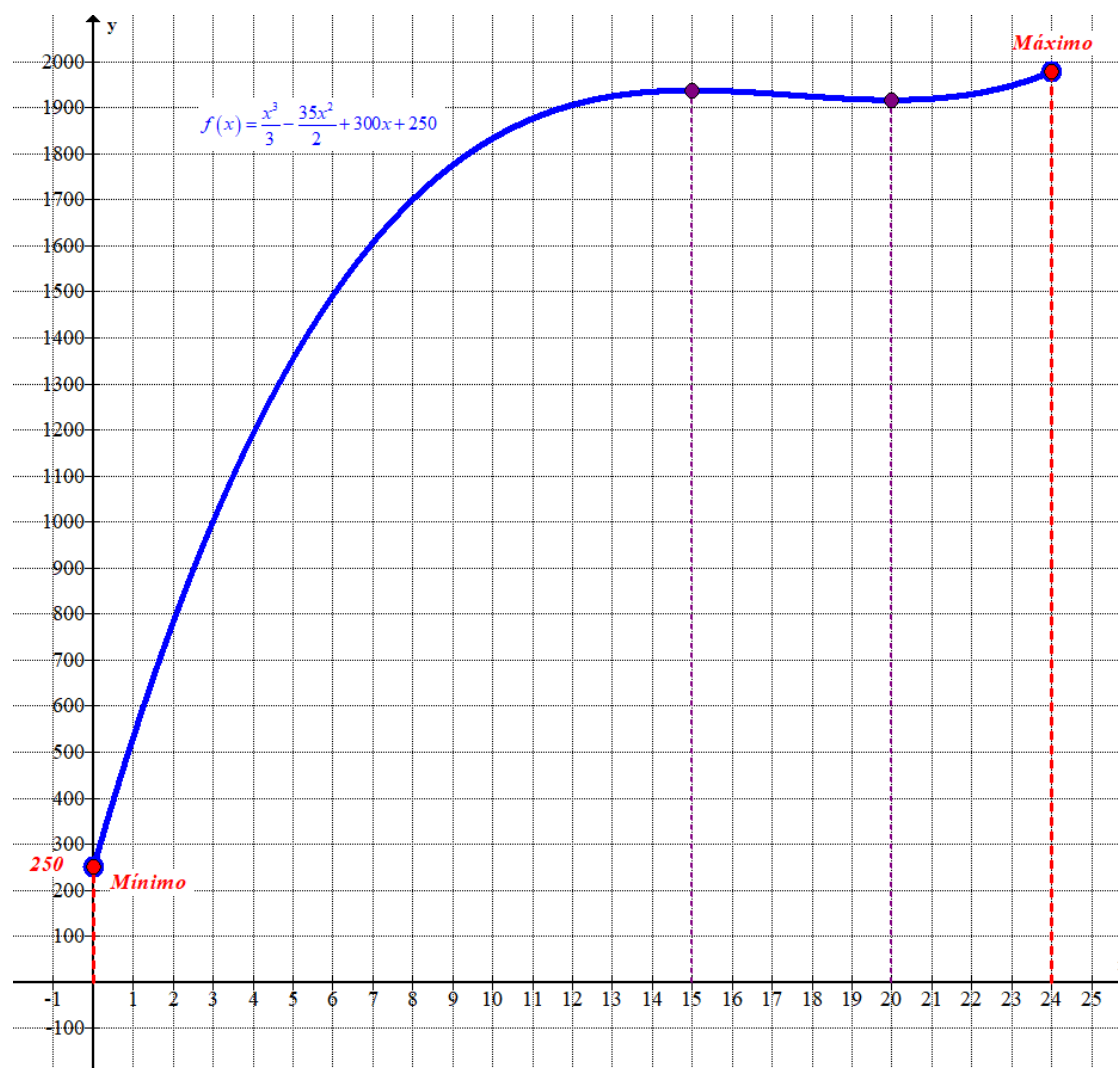
$$f(15) = \frac{15^3}{3} - \frac{35 \cdot 15^2}{2} + 300 \cdot 15 + 250 = 1937.5$$

$$f(20) = \frac{20^3}{3} - \frac{35 \cdot 20^2}{2} + 300 \cdot 20 + 250 = 1916.66$$

$$f(24) = 1978 \text{ Máximo}$$

Al acabar el día se alcanza el valor máximo de 1978 €.

- b) Nunca se alcanza un valor negativo de la inversión pues el valor mínimo es de 250 € al comenzar el día. El valor de la inversión a lo largo del día permanece entre 250 € y 1978 €.



Ejercicio 3

Hace unos años una granja de vacas frisonas dedicada a la producción de leche realizó un estudio sobre el peso de sus vacas y llegó a la conclusión de que esta variable seguía una distribución normal con una media de 580 kg y una desviación típica de 25 kg.

a) Calcule, de forma razonada, la probabilidad de que si tomamos al azar una vaca frisona de esta granja, su peso esté entre 531 y 629 kg.

[1 punto]

b) Creemos que un cambio en el tipo de forraje que se da a las vacas ha modificado la media del peso. Para comprobarlo, hemos obtenido el peso de una muestra de 10 vacas de la granja escogidas al azar:

569, 575, 611, 581, 583, 614, 589, 555, 566, 571

Encuentre un intervalo de confianza del 95% para la media del peso de las vacas, suponiendo que este peso sigue una distribución normal con una desviación típica de 25 kg. ¿A partir del resultado obtenido, podemos afirmar que la media del peso de las vacas ha cambiado? Justifique la respuesta.

[1.5 puntos]

Sea X = el peso de las vacas de una granja. $X = N(580, 25)$

a) Nos piden calcular $P(531 \leq X \leq 629)$.

$$\begin{aligned}
 P(531 \leq X \leq 629) &= \{ \text{Tipificamos} \} = P\left(\frac{531-580}{25} \leq Z \leq \frac{629-580}{25}\right) = \\
 &= P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = P(Z \leq 1.96) - P(Z \leq -1.96) = P(Z \leq 1.96) - P(Z \geq 1.96) = \\
 &= P(Z \leq 1.96) - [1 - P(Z \leq 1.96)] = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = 0.975 - (1 - 0.975) = \boxed{0.95}
 \end{aligned}$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750

b) El tamaño muestral es $n = 10$.

La media muestral es $\frac{569 + 575 + 611 + 581 + 583 + 614 + 589 + 555 + 566 + 571}{10} = 581.4$ kg.

Buscamos en la tabla de la normal para un nivel de confianza del 95% el valor de $z_{\alpha/2}$.



$$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow \alpha/2 = 0,025 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$$

Calculamos el error.

$$Error = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96 \frac{25}{\sqrt{10}} \approx 15,5 \text{ kg}$$

El intervalo de confianza es:

$$\left[\bar{x} - z_{\gamma} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\gamma} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right] = [581,4 - 15,5, 581,4 + 15,5] = [565,9, 596,9]$$

La media dada al principio era de 580 kg que pertenece al intervalo de confianza. Por tanto, podemos decir que no ha cambiado la media del peso de las vacas. De hecho, la diferencia con la media muestral es de solo 1,4 kg.

Ejercicio 4

En el Congreso Catalán de Educación Matemática (C2EM), que se celebrará en Lleida el próximo mes de julio, asistirán docentes de universidad, de educación secundaria y de educación infantil y primaria.

A estas alturas, un 10% de los docentes inscritos son de universidad, un 50% son de secundaria y el resto son de infantil y primaria. Por otra parte, un 40% de los docentes inscritos de universidad, un 52% de los docentes inscritos de secundaria y un 65% de los docentes inscritos de infantil y primaria son mujeres.

Elija UNA de las dos opciones (A o B) y responda a las cuestiones que se plantean.

OPCIÓN A

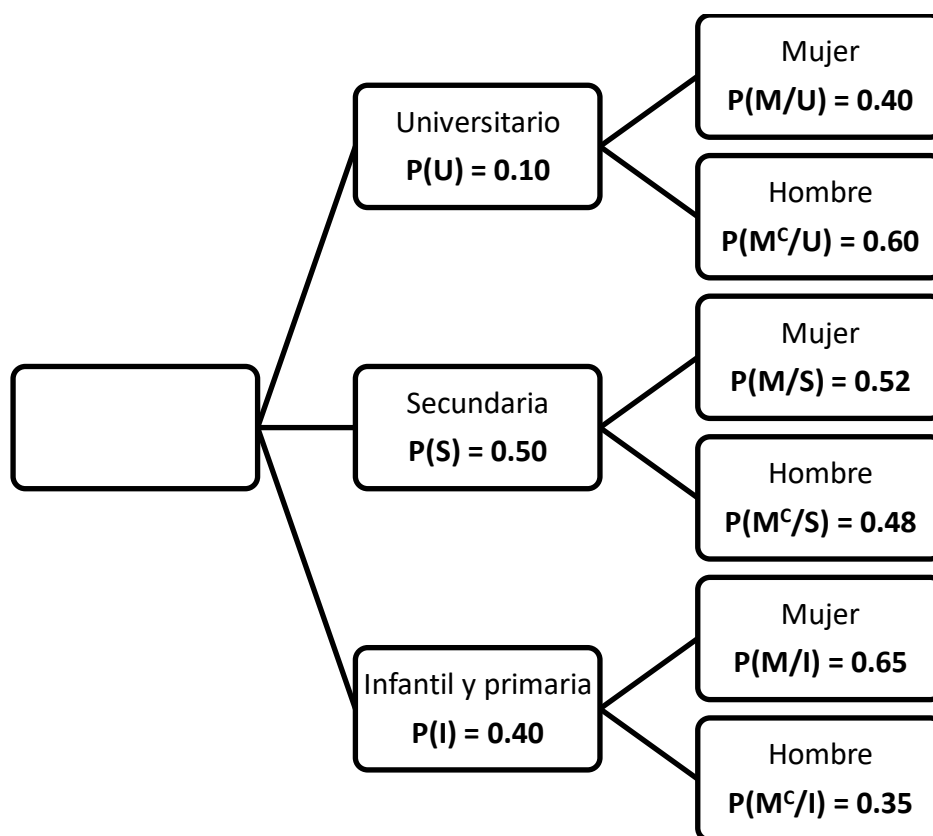
a) Calcule la probabilidad de que una persona escogida al azar de entre todos los inscritos sea una mujer. Si entre todas las mujeres inscritas escogemos una al azar, ¿qué probabilidad hay de que sea docente de secundaria?

[1.25 puntos]

b) Calcule el número de docentes que se han inscrito en el Congreso de cada nivel educativo si sabemos que en total hay 476 mujeres inscritas.

[1.25 puntos]

a) Realizamos un diagrama de árbol.



Nos piden calcular $P(M)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(M) = P(U)P(M/U) + P(S)P(M/S) + P(I)P(M/I) =$$

$$= 0.1 \cdot 0.4 + 0.5 \cdot 0.52 + 0.4 \cdot 0.65 = \boxed{0.56}$$

También nos piden calcular $P(S/M)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(S/M) = \frac{P(S \cap M)}{P(M)} = \frac{P(S)P(M/S)}{P(M)} = \frac{0.5 \cdot 0.52}{0.56} = \boxed{\frac{13}{28} \approx 0.4643}$$

- b) La probabilidad de que al elegir un docente asistente al congreso este sea mujer es de 0.56. Esto se corresponde con un 56% de los asistentes. Hacemos una regla de tres y obtenemos cuantos asistentes hay al congreso viendo lo que representa el 100%.

$$\left. \begin{array}{l} 56\% \longrightarrow 476 \text{ mujeres} \\ 100\% \longrightarrow x \text{ asistentes} \end{array} \right\} \Rightarrow 56x = 476 \cdot 100 \Rightarrow x = \frac{47600}{56} = 850 \text{ asistentes.}$$

El número total de asistentes es de 850 docentes. Como un 10% son universitarios, esto representa $0.10 \cdot 850 = 85$ docentes universitarios. Un 50% son docentes de secundaria, esto representa $0.5 \cdot 850 = 425$ docentes de secundaria. El resto son de infantil y primaria, es decir, $850 - 85 - 425 = 340$ son docentes de infantil y primaria.

OPCIÓN B

- a) La organización del Congreso quiere dar un detalle diferente a cada grupo de docentes: el detalle tipo D1 para el grupo de docentes universitarios, el detalle tipo D2 para el grupo de docentes de secundaria y el detalle tipo D3 para el grupo de docentes de infantil y primaria. Han pedido presupuesto a tres empresas distintas, que llamaremos E1, E2 y E3. La siguiente matriz nos da los precios unitarios, en euros, de cada detalle de tipos D1, D2 y D3 (filas) según las empresas E1, E2 y E3 (columnas):

$$\begin{pmatrix} 1.25 & 1 & 1.25 \\ 0.75 & 1 & 1.15 \\ 1 & 0.85 & 0.80 \end{pmatrix}$$

El pedido de la organización puede representarse como un vector fila (x, y, z) , en el que x representa la cantidad de detalles de tipo D1, y es la cantidad de detalles de tipo D2 y z corresponde a la cantidad de detalles de tipo D3 a comprar.

La organización trabaja con la previsión de que en el Congreso asistirán 1.000 personas en total y que los porcentajes de cada grupo de docentes respecto al total serán los mismos que los que existen en este momento de la inscripción.

Calcule mediante un producto de matrices qué empresa ofrece el mejor precio y cuál es ese precio.

[1.25 puntos]

- b) Un hotel situado cerca del espacio donde se celebrará el Congreso ha realizado un estudio de mercado. Inicialmente se planteaban ofrecer la habitación doble a un precio de 80€ la noche y con ese precio estimaban que tendrían 100 reservas de habitaciones dobles. Pero el estudio muestra que la relación entre el precio de la habitación doble y el número de reservas es lineal, por lo que por cada euro de descuento sobre el precio de la habitación consiguen dos reservas más. Si llamamos x el número de veces que se aplica el descuento de un euro, escriba la función que da los ingresos del hotel en función de x . ¿Cuál debe ser el precio de la habitación doble para maximizar los ingresos?

[1.25 puntos]

- a) Como los porcentajes son el 10 % de docentes universitarios serían $0,10 \cdot 1000 = 100$ docentes universitarios, el 50 % de docentes de secundaria, significa $0,5 \cdot 1000 = 500$ docentes de secundaria y el resto $1000 - 100 - 500 = 400$ docentes de infantil y primaria.

La matriz fila que representa el pedido es $(100 \ 500 \ 400)$.

Calculamos el coste del pedido para cada uno de los proveedores.

$$\begin{array}{ccccccc} D1 & D2 & D3 & E1 & E2 & E3 & \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ (100 & 500 & 400) & \begin{pmatrix} 1.25 & 1 & 1.25 \\ 0.75 & 1 & 1.15 \\ 1 & 0.85 & 0.80 \end{pmatrix} & \begin{matrix} \rightarrow D1 \\ \rightarrow D2 \\ \rightarrow D3 \end{matrix} & = & (125 + 375 + 400 \quad 100 + 500 + 340 \quad 125 + 575 + 320) = \end{array}$$

$$1 \times \boxed{3} \cdot 3 \times 3 \longrightarrow 1 \times 3$$

$$\begin{array}{ccc} E1 & E2 & E3 \\ = (900 & 940 & 1020) \end{array}$$

El mejor precio lo ofrece la empresa E1, siendo el precio de 900 €.

b) Con 0 descuentos tenemos 100 reservas que a 80 € cada una representan unos ingresos de 8000 €.

Con 1 € de descuento tenemos $100 + 2$ reservas que a $80 - 1$ € representan unos ingresos de:

$$x = 1 \Rightarrow I(1) = (100 + 2 \cdot 1) \cdot (80 - 1) = 8058$$

Con 2 € de descuento tenemos $100 + 2 \cdot 2$ reservas que a $80 - 2$ € representan unos ingresos de:

$$x = 2 \Rightarrow I(2) = (100 + 2 \cdot 2) \cdot (80 - 2) = 8112$$

Con x € de descuento tenemos $100 + 2x$ reservas que a $80 - x$ € representan unos ingresos de:

$$I(x) = (100 + 2x)(80 - x) = 8000 - 100x + 160x - 2x^2 = -2x^2 + 60x + 8000$$

Hallamos los puntos críticos de la función ingresos.

$$I'(x) = -2x^2 + 60x + 8000 \Rightarrow I'(x) = -4x + 60$$

$$I'(x) = 0 \Rightarrow -4x + 60 = 0 \Rightarrow 4x = 60 \Rightarrow x = \frac{60}{4} = 15$$

En $x = 15$ la función tiene un punto crítico. Sustituimos este valor en la derivada segunda y comprobamos si es un máximo de la función ingresos.

$$I'(x) = -4x + 60 \Rightarrow I''(x) = -4 \Rightarrow I''(15) = -4 < 0$$

Como la segunda derivada es negativa la función ingresos presenta un máximo relativo para $x = 15$. Para este valor los ingresos son $I(15) = (100 + 2 \cdot 15)(80 - 15) = 8450$ €, siendo el precio de la habitación doble que hacen máximos los ingresos de $80 - 15 = 65$ €.