



PROVA D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



CONVOCATÒRIA: JUNY 2025 (reserva)	CONVOCATORIA: JUNIO 2025 (reserva)
ASSIGNATURA: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II	ASIGNATURA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES. II

BAREMO DEL EXAMEN: Se ha de contestar un problema del apartado 1, un problema del apartado 2 y el problema del apartado 3. En cada cuestión se indica la puntuación máxima, siendo la nota final la suma de las calificaciones de cada una de ellas.. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Apartado 1. Responda **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

Problema 1. A. En época de regalos navideños, con 225 euros se pueden comprar dos libros, tres plumas estilográficas y un reloj inteligente. Sin embargo, en época de rebajas nos descuentan 5 euros de cada artículo, lo que nos permite comprar un libro más con ese mismo dinero. Después, en febrero, pasada la época de rebajas, cada artículo cuesta 5 euros más que en la época navideña, de manera que, con ese mismo dinero, podemos comprar tres plumas y tres libros, pero ningún reloj inteligente. ¿Cuál es el precio del libro, de la pluma estilográfica y del reloj inteligente en época navideña?

(Planteamiento correcto, 1,5 puntos - Resolución correcta 2 puntos)

Problema 1. B. Un creador de contenido desea invertir en publicidad hasta 10 000 euros. Ha considerado dos empresas, A y B. La empresa de publicidad A es más agresiva, y garantiza un incremento anual en número de seguidores del 10% de lo que se invierte; la B es más tradicional y el incremento en número de seguidores que garantiza es del 7% de lo que se invierte. Así pues, el creador desea invertir al menos 2.000 euros en la empresa B y un máximo de 6.000 euros en la A, invirtiendo siempre en la A al menos lo invertido en la B.

- a) ¿Cuánto dinero tiene que asignar a cada empresa para que el incremento de seguidores sea máximo? (3 puntos)
- b) ¿Cuál es dicho incremento de seguidores máximo? (0,5 puntos)

Apartado 2. Responda **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

Problema 2. A. La temperatura, T , de un motor depende de las revoluciones, r , del mismo de forma que entre 0 y 100 revoluciones evoluciona siguiendo una tendencia lineal tal que:

$$T(r) = \frac{r}{4} + 25.$$

Sin embargo, a partir de 100 revoluciones la temperatura depende del cuadrado

de las revoluciones, de forma que: $T(r) = Ar^2 + B$, siendo A y B números reales.

- a) Teniendo en cuenta que la función debe ser continua y que la derivada de $T(r)$ en $r = 1.600$ vale 4, determina A y B . (1,5 puntos)

- b) ¿Existen máximos o mínimos para la temperatura en función de las revoluciones? Justifica la respuesta. (1 punto)
- c) Un operario utiliza el motor durante 30 minutos de forma que en el minuto m las revoluciones que tiene el motor vienen dadas por la expresión $r(m) = 5m - 0.15m^2$. Determina en qué minutos las revoluciones son máximas y mínimas, el valor de estas y el valor de la temperatura en esos momentos. (1 punto)

Problema 2. B. Se considera la función:

$$f(x) = \frac{x}{1-x^2} - x$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. (0.5 puntos)
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. (0.5 puntos)
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos locales, si existen. (2 puntos)
- d) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. (0.5 puntos)

Apartado 3. Responda el único problema de este apartado.

Problema 3. Una prueba diagnóstica para detectar la artritis reumatoide da positiva en el 96% de los casos cuando se tiene la enfermedad, y da negativa en el 94% de los casos cuando no se tiene la enfermedad. Entre los habitantes de un cierto pueblo, se sabe que uno de cada ciento cuarenta y cinco tiene la enfermedad sin saberlo. Se escoge al azar un habitante de este pueblo y se le aplica la prueba.

- a) Calcula la probabilidad de que el habitante seleccionado padezca artritis reumatoide y la prueba haya dado negativa. (1 punto)
- b) Si el resultado de la prueba ha dado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que el habitante seleccionado padezca artritis reumatoide? (1 punto)
- c) Calcula la probabilidad de que el resultado de la prueba sea correcto. (1 punto)

Soluciones

Problema 1. A. En época de regalos navideños, con 225 euros se pueden comprar dos libros, tres plumas estilográficas y un reloj inteligente. Sin embargo, en época de rebajas nos descuentan 5 euros de cada artículo, lo que nos permite comprar un libro más con ese mismo dinero. Después, en febrero, pasada la época de rebajas, cada artículo cuesta 5 euros más que en la época navideña, de manera que, con ese mismo dinero, podemos comprar tres plumas y tres libros, pero ningún reloj inteligente. ¿Cuál es el precio del libro, de la pluma estilográfica y del reloj inteligente en época navideña?

Llamamos “x” al precio de un libro, “y” al precio de una pluma estilográfica, y “z” al precio de un reloj inteligente.

“Con 225 euros se pueden comprar dos libros, tres plumas estilográficas y un reloj inteligente” $\rightarrow 2x + 3y + z = 225$.

“En época de rebajas nos descuentan 5 euros de cada artículo, lo que nos permite comprar un libro más con ese mismo dinero” $\rightarrow 3(x - 5) + 3(y - 5) + z - 5 = 225$.

“Pasada la época de rebajas, cada artículo cuesta 5 euros más que en la época navideña, de manera que, con ese mismo dinero, podemos comprar tres plumas y tres libros, pero ningún reloj inteligente” $\rightarrow 3(x + 5) + 3(y + 5) = 225$.

Reunimos las ecuaciones obtenidas en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y + z = 225 \\ 3(x - 5) + 3(y - 5) + z - 5 = 225 \\ 3(x + 5) + 3(y + 5) = 225 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + 3y + z = 225 \\ 3x - 15 + 3y - 15 + z - 5 = 225 \\ 3x + 15 + 3y + 15 = 225 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y + z = 225 \\ \Rightarrow 3x + 3y + z = 260 \\ 3x + 3y = 195 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} z = 225 - 2x - 3y \\ 3x + 3y + z = 260 \\ x + y = 65 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x + 3y + 225 - 2x - 3y = 260 \\ x + y = 65 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \boxed{x = 35} \\ x + y = 65 \end{array} \right\} \Rightarrow 35 + y = 65 \Rightarrow \boxed{y = 30} \Rightarrow \boxed{z = 225 - 2 \cdot 35 - 3 \cdot 30 = 65}$$

En época de regalos navideños un libro cuesta 35 euros, una pluma estilográfica cuesta 30 € y un reloj inteligente cuesta 65 euros.

Problema 1. B. Un creador de contenido desea invertir en publicidad hasta 10 000 euros. Ha considerado dos empresas, A y B. La empresa de publicidad A es más agresiva, y garantiza un incremento anual en número de seguidores del 10% de lo que se invierte; la B es más tradicional y el incremento en número de seguidores que garantiza es del 7% de lo que se invierte. Así pues, el creador desea invertir al menos 2.000 euros en la empresa B y un máximo de 6.000 euros en la A, invirtiendo siempre en la A al menos lo invertido en la B.

- a) ¿Cuánto dinero tiene que asignar a cada empresa para que el incremento de seguidores sea máximo? (3 puntos)
 b) ¿Cuál es dicho incremento de seguidores máximo? (0,5 puntos)

a) Llamamos “x” al dinero asignado a la empresa A e “y” al dinero asignado a la empresa B.

La función a maximizar es el incremento de seguidores: $I(x, y) = 0.1x + 0.07y$.

Las restricciones del problema que definen la región factible son:

“Un creador de contenido desea invertir en publicidad hasta 10 000 euros” $\rightarrow$

$$x + y \leq 10000.$$

“El creador desea invertir al menos 2.000 euros en la empresa B y un máximo de 6.000 euros en la A, invirtiendo siempre en la A al menos lo invertido en la B” $\rightarrow$

$$y \geq 3000, x \leq 6000, x \geq y.$$

Las cantidades deben ser positivas $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0$

Reunimos las inecuaciones en un sistema:

$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 10000 \\ y \geq 3000 \\ x \leq 6000 \\ x \geq y \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Dibujamos las rectas asociadas a las inecuaciones.

$$x + y = 10000$$

x	y = 10000 - x
0	10000
5000	5000
6000	4000
10000	0

$$y = 3000$$

x	y = 3000
0	3000
3000	3000
6000	3000
7000	3000

$$x = 6000$$

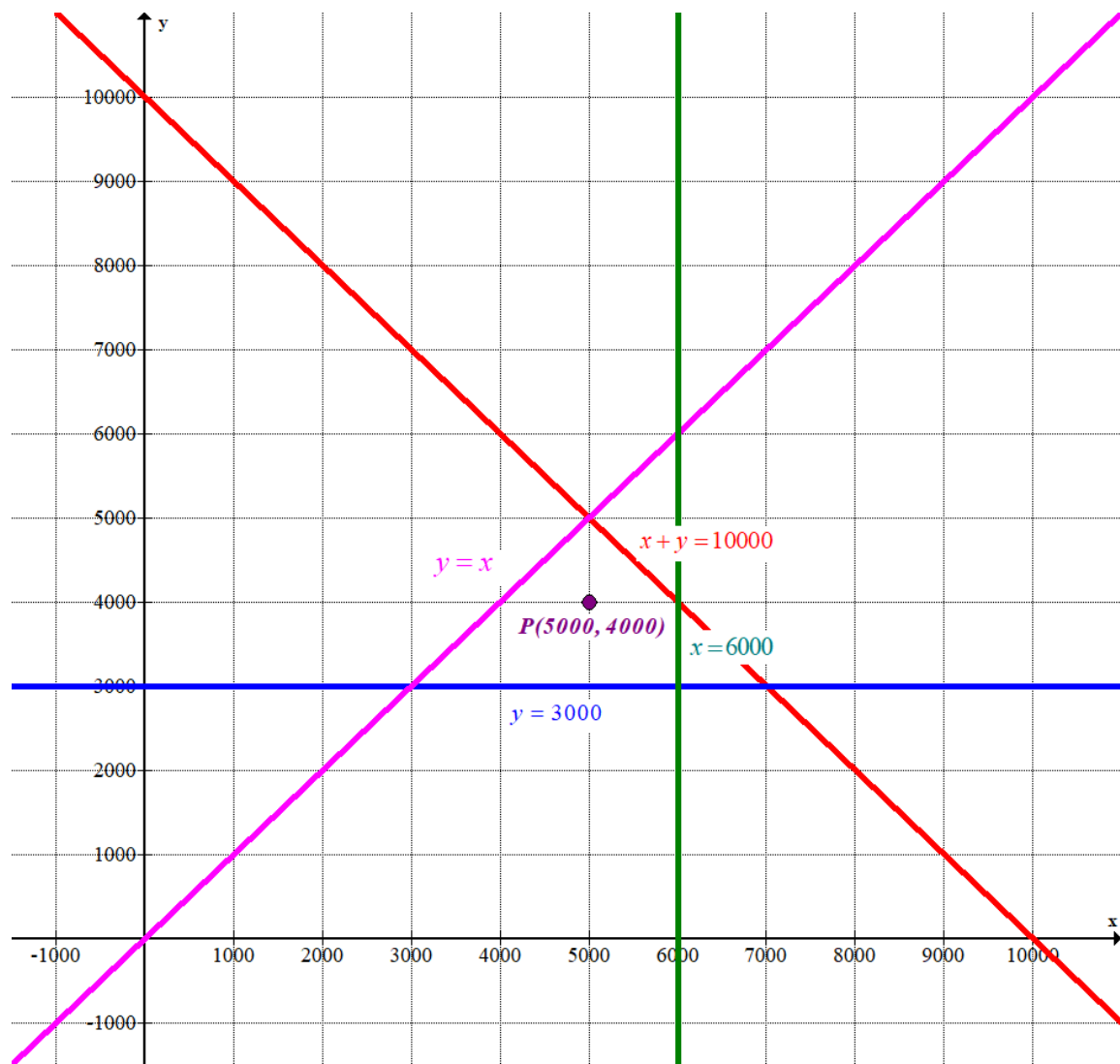
x = 6000	y
6000	0
6000	3000
6000	4000

$$y = x$$

x	y = x
0	0
3000	3000
5000	5000
6000	6000

$$x \geq 0; y \geq 0$$

Primer
cuadrante



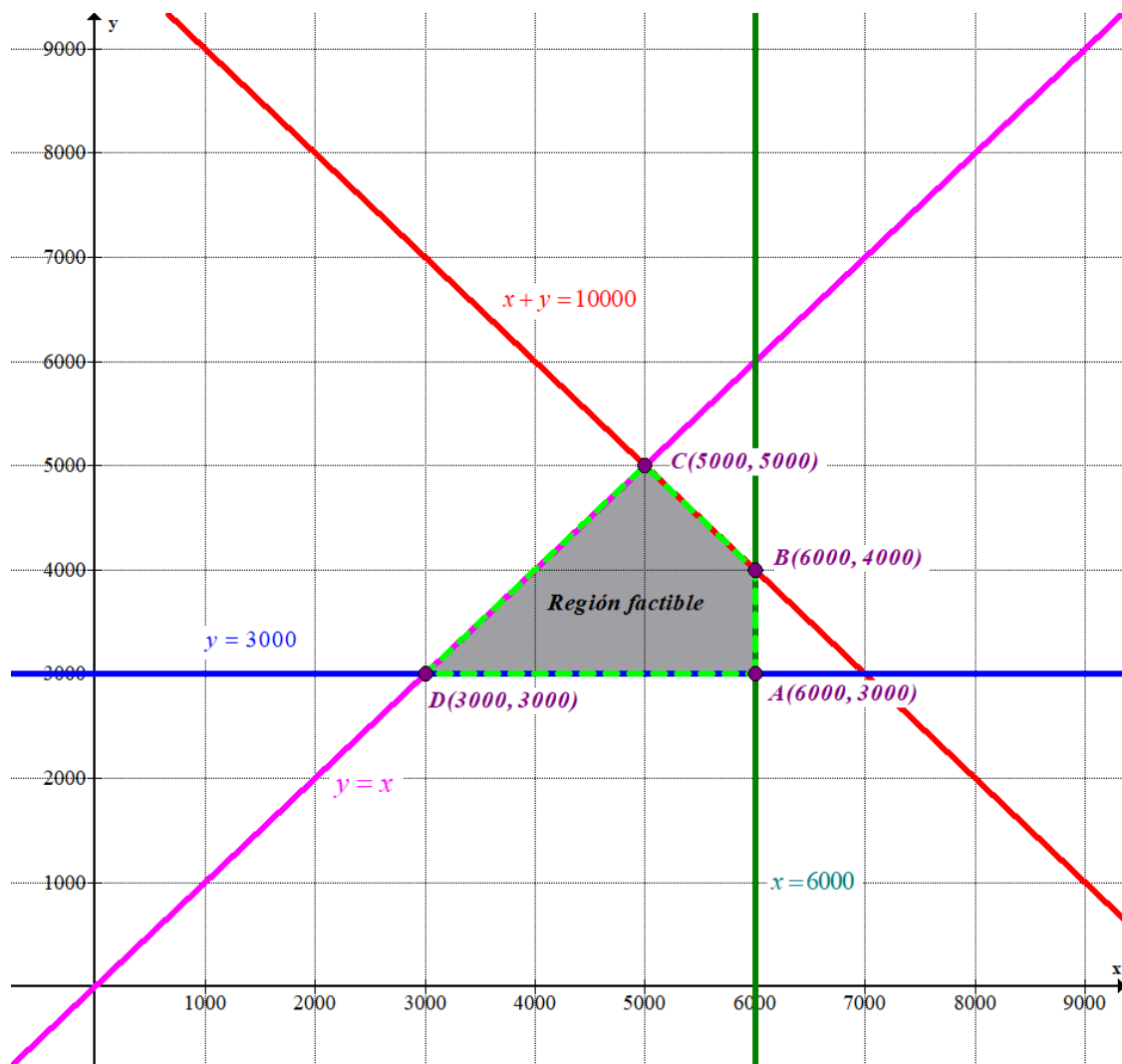
$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 10000 \\ y \geq 3000 \\ x \leq 6000 \\ x \geq y \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ la región factible es la región del primer cuadrante}$$

situada por encima de la recta azul, por debajo de las rectas rosa y roja, y a la izquierda de la recta vertical verde.

Comprobamos que el punto $P(5000, 4000)$ perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 5000 + 4000 \leq 10000 \\ 4000 \geq 3000 \\ 5000 \leq 6000 \\ 5000 \geq 4000 \\ 5000 \geq 0; 4000 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de gris la región factible en el siguiente dibujo.



Valoramos la función $I(x, y) = 0.1x + 0.07y$ en cada uno de los vértices de la región factible en busca del valor máximo.

$$A(6000, 3000) \rightarrow I(6000, 3000) = 0.1 \cdot 6000 + 0.07 \cdot 3000 = 810$$

$$B(6000, 4000) \rightarrow I(6000, 4000) = 0.1 \cdot 6000 + 0.07 \cdot 4000 = 880 \text{ Máximo}$$

$$C(5000, 5000) \rightarrow I(5000, 5000) = 0.1 \cdot 5000 + 0.07 \cdot 5000 = 850$$

$$D(3000, 3000) \rightarrow I(3000, 3000) = 0.1 \cdot 3000 + 0.07 \cdot 3000 = 510$$

El máximo incremento de seguidores que se puede obtener en la región factible son de 880 y se obtiene en el punto B(6000, 4000).

El máximo incremento de seguidores que se puede obtener es de 880 seguidores y se consiguen con la inversión de 6000 euros en la empresa A y 4000 en la empresa B.

- b) El máximo incremento de seguidores que se puede obtener cumpliendo con las restricciones planteadas es de 880 seguidores.

Problema 2. A. La temperatura, T , de un motor depende de las revoluciones, r , del mismo de forma que entre 0 y 100 revoluciones evoluciona siguiendo una tendencia lineal tal que:

$$T(r) = \frac{r}{4} + 25. \text{ Sin embargo, a partir de 100 revoluciones la temperatura depende del cuadrado}$$

de las revoluciones, de forma que: $T(r) = Ar^2 + B$, siendo A y B números reales.

- Teniendo en cuenta que la función debe ser continua y que la derivada de $T(r)$ en $r = 1.600$ vale 4, determina A y B . (1,5 puntos)
- ¿Existen máximos o mínimos para la temperatura en función de las revoluciones? Justifica la respuesta. (1 punto)
- Un operario utiliza el motor durante 30 minutos de forma que en el minuto m las revoluciones que tiene el motor vienen dadas por la expresión $r(m) = 5m - 0.15m^2$. Determina en qué minutos las revoluciones son máximas y mínimas, el valor de estas y el valor de la temperatura en esos momentos. (1 punto)

a) La función tiene la siguiente expresión.

$$T(r) = \begin{cases} \frac{r}{4} + 25 & \text{si } 0 \leq r \leq 100 \\ Ar^2 + B & \text{si } r > 100 \end{cases}$$

Para que la función sea continua debe serlo en $r = 100$ y para ello se debe cumplir que

$$\lim_{r \rightarrow 100^-} T(r) = \lim_{r \rightarrow 100^+} T(r) = T(100).$$

$$\left. \begin{aligned} T(100) &= \frac{100}{4} + 25 = 50 \\ \lim_{r \rightarrow 100^-} T(r) &= \lim_{r \rightarrow 100^-} \frac{r}{4} + 25 = 50 \\ \lim_{r \rightarrow 100^-} T(r) &= \lim_{r \rightarrow 100^-} Ar^2 + B = A \cdot 100^2 + B = 10000A + B \\ \lim_{r \rightarrow 100^+} T(r) &= \lim_{r \rightarrow 100^+} T(r) = T(100) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \boxed{50 = 10000A + B}$$

También debe cumplirse que la derivada de $T(r)$ en $r = 1.600$ valga 4.

$$\left. \begin{aligned} T'(r) &= \begin{cases} \frac{1}{4} & \text{si } 0 \leq r \leq 100 \\ 2Ar & \text{si } r > 100 \end{cases} \\ T'(1600) &= 4 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4 = 2 \cdot 1600A \Rightarrow \boxed{A = \frac{4}{3200} = \frac{1}{800}}$$

Sustituimos el valor obtenido en la primera ecuación obtenida.

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{800} \\ 50 &= 10000A + B \end{aligned} \right\} \Rightarrow 50 = \frac{10000}{800} + B \Rightarrow \boxed{B = 50 - \frac{25}{2} = \frac{75}{2}}$$

Los valores buscados son $A = \frac{1}{800}$ y $B = \frac{75}{2}$.

b) La función queda $T(r) = \begin{cases} \frac{r}{4} + 25 & \text{si } 0 \leq r \leq 100 \\ \frac{r^2}{800} + \frac{75}{2} & \text{si } r > 100 \end{cases}.$

La función en el intervalo $[0, 100)$ es $T(r) = \frac{r}{4} + 25$ cuya derivada es $T'(r) = \frac{1}{4} > 0$ que es siempre positiva. La función es creciente en el intervalo $[0, 100)$.

La función en el intervalo $(100, +\infty)$ es $T(r) = \frac{r^2}{800} + \frac{75}{2}$ cuya derivada es $T'(r) = \frac{2r}{800} = \frac{r}{400}$ que es siempre positiva en el intervalo $(100, +\infty)$. La función es creciente en el intervalo $(100, +\infty)$.

Como la función es continua y siempre es creciente no presenta máximos. Tiene su valor mínimo para $r = 0$ siendo este valor mínimo de $T(0) = \frac{0}{4} + 25 = 25$.

c) Derivamos la función $r(m) = 5m - 0.15m^2$ y averiguamos cuando se anula.

$$\left. \begin{array}{l} r'(m) = 5 - 0.3m \\ r'(m) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 5 - 0.3m = 0 \Rightarrow 0.3m = 5 \Rightarrow \boxed{m = \frac{5}{0.3} = \frac{50}{3}}$$

Obtenemos el signo de la segunda derivada para $m = \frac{50}{3}$.

$$r''(m) = -0.3 \Rightarrow r''\left(\frac{50}{3}\right) = -0.3 < 0$$

Las revoluciones son máximas en el minuto $\frac{50}{3} \approx 16.6667$.

Valoramos las revoluciones en el minuto 0, en el minuto $\frac{50}{3}$ y en el minuto 30.

$$\left. \begin{array}{l} r(0) = 5 \cdot 0 - 0.15 \cdot 0^2 = 0 \\ r\left(\frac{50}{3}\right) = 5 \cdot \frac{50}{3} - 0.15 \cdot \left(\frac{50}{3}\right)^2 = \frac{125}{3} \approx 41.66 \\ r(30) = 5 \cdot 30 - 0.15 \cdot 30^2 = 15 \end{array} \right\}$$

Las revoluciones máximas son $\frac{125}{3} \approx 41.6667$ y se consiguen en el minuto $\frac{50}{3} \approx 16.667$.

Las revoluciones mínimas son 0 y se consiguen en el minuto 0.

En el minuto $\frac{50}{3}$ se alcanzan unas revoluciones de $\frac{125}{3} \approx 41.6667$. Para estas revoluciones

la temperatura es $T\left(\frac{125}{3}\right) = \frac{125/3}{4} + 25 = \frac{425}{6} \approx 35.4167$.

En el minuto 0 las revoluciones son 0 y la temperatura es 25.

Problema 2. B. Se considera la función:

$$f(x) = \frac{x}{1-x^2} - x$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. (0.5 puntos)
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. (0.5 puntos)
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos locales, si existen. (2 puntos)
- d) La representación gráfica de la función a partir de los resultados anteriores. (0.5 puntos)

- a) El dominio de una función racional son todos los números reales menos los que anulan el denominador.

$$1-x^2 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \sqrt{1} = \pm 1$$

$$\text{Dominio } f(x) = \mathbb{R} - \{-1, +1\}$$

Punto de corte con el eje OY:

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \frac{x}{1-x^2} - x \\ \text{eje OY} &\rightarrow x=0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(0) = \frac{0}{1-0^2} - 0 = 0 \Rightarrow \boxed{A(0,0)}$$

Puntos de corte con el eje OX:

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \frac{x}{1-x^2} - x \\ \text{eje OX} &\rightarrow y=0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{x}{1-x^2} - x = 0 \Rightarrow \frac{x-x+x^3}{1-x^2} = 0 \Rightarrow \frac{x^3}{1-x^2} = 0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow \boxed{A(0,0)}$$

El único punto de corte con los ejes es $A(0,0)$.

- b) **Asíntota vertical.** $x = a$

¿ $x = -1$ es asíntota vertical?

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x}{1-x^2} - x = \frac{-1}{1-(-1)^2} - (-1) = \frac{-1}{0} + 1 = \infty$$

$x = -1$ es asíntota vertical.

¿ $x = 1$ es asíntota vertical?

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{1-x^2} - x = \frac{1}{1-1^2} - 1 = \frac{1}{0} - 1 = \infty$$

$x = 1$ es asíntota vertical.

Asíntota horizontal. $y = b$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{1-x^2} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{1-x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{-x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} -x = \infty$$

La función no tiene asíntota horizontal.

- c) Calculamos la derivada y la igualamos a cero en busca de los puntos críticos.

$$f(x) = \frac{x}{1-x^2} - x = \frac{x^3}{1-x^2} \Rightarrow f'(x) = \frac{3x^2(1-x^2) - (-2x)x^3}{(1-x^2)^2} =$$

$$= \frac{3x^2 - 3x^4 + 2x^4}{(1-x^2)^2} = \frac{3x^2 - x^4}{(1-x^2)^2} = \frac{(3-x^2)x^2}{(1-x^2)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{(3-x^2)x^2}{(1-x^2)^2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 3-x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3} \end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de los valores obtenidos (puntos críticos) y los valores excluidos del dominio.

- En el intervalo $(-\infty, -\sqrt{3})$ tomamos $x = -2$ y la derivada vale

$$f'(-2) = \frac{(3-(-2)^2)(-2)^2}{(1-(-2)^2)^2} = \frac{-4}{9} < 0. \text{ La función decrece en } (-\infty, -\sqrt{3}).$$

- En el intervalo $(-\sqrt{3}, -1)$ tomamos $x = -1.5$ y la derivada vale

$$f'(-1.5) = \frac{(3-(-1.5)^2)(-1.5)^2}{(1-(-1.5)^2)^2} = \frac{27}{25} > 0. \text{ La función crece en } (-\sqrt{3}, -1).$$

- En el intervalo $(-1, 0)$ tomamos $x = -0.5$ y la derivada vale

$$f'(-0.5) = \frac{(3-(-0.5)^2)(-0.5)^2}{(1-(-0.5)^2)^2} = \frac{121}{36} > 0. \text{ La función crece en } (-1, 0).$$

- En el intervalo $(0, 1)$ tomamos $x = 0.5$ y la derivada vale

$$f'(0.5) = \frac{(3-0.5^2)0.5^2}{(1-0.5^2)^2} = \frac{121}{36} > 0. \text{ La función crece en } (0, 1).$$

- En el intervalo $(1, \sqrt{3})$ tomamos $x = 1.5$ y la derivada vale

$$f'(1.5) = \frac{(3-1.5^2)1.5^2}{(1-1.5^2)^2} = \frac{27}{25} > 0. \text{ La función crece en } (1, \sqrt{3}).$$

- En el intervalo $(\sqrt{3}, +\infty)$ tomamos $x = 2$ y la derivada vale

$$f'(2) = \frac{(3-2^2)2^2}{(1-2^2)^2} = \frac{-4}{9} < 0. \text{ La función decrece en } (\sqrt{3}, +\infty).$$

La función decrece en $(-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$ y crece en $(-\sqrt{3}, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \sqrt{3})$.

La función decrece antes de $x = -\sqrt{3}$ y crece después. La función tiene un mínimo local en

$x = -\sqrt{3}$. Como $f(-\sqrt{3}) = \frac{(-\sqrt{3})^3}{1-(-\sqrt{3})^2} = \frac{-3\sqrt{3}}{1-3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ las coordenadas del mínimo local son

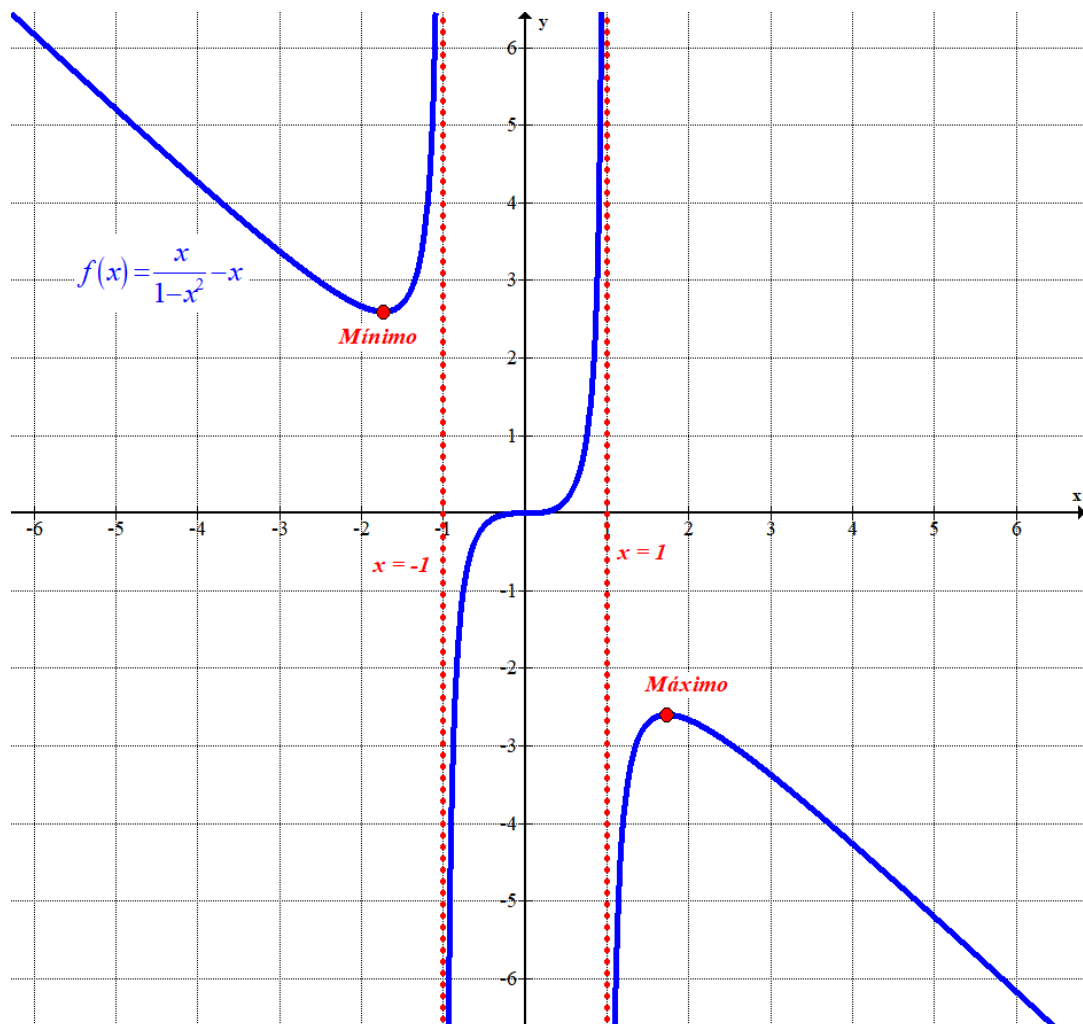
$$\left(-\sqrt{3}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right).$$

La función crece antes de $x = \sqrt{3}$ y decrece después. La función tiene un máximo local en $x = \sqrt{3}$. Como $f(\sqrt{3}) = \frac{\sqrt{3}^3}{1 - (\sqrt{3})^2} = \frac{3\sqrt{3}}{1-3} = \frac{-3\sqrt{3}}{2}$ las coordenadas del máximo local son

$$\left(\sqrt{3}, \frac{-3\sqrt{3}}{2} \right).$$

d) Para realizar la representación gráfica hacemos una tabla de valores.

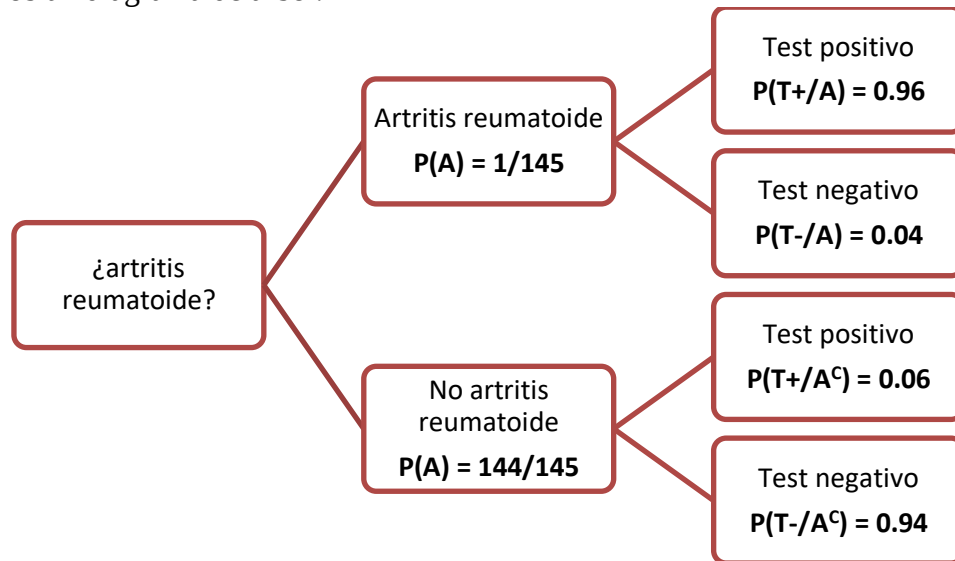
x	$f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$
-3	3.375
-2	2.66
-0.5	-0.16
0	0
0.5	0.16
2	-2.66
3	-3.375



Problema 3. Una prueba diagnóstica para detectar la artritis reumatoide da positiva en el 96% de los casos cuando se tiene la enfermedad, y da negativa en el 94% de los casos cuando no se tiene la enfermedad. Entre los habitantes de un cierto pueblo, se sabe que uno de cada ciento cuarenta y cinco tiene la enfermedad sin saberlo. Se escoge al azar un habitante de este pueblo y se le aplica la prueba.

- Calcula la probabilidad de que el habitante seleccionado padezca artritis reumatoide y la prueba haya dado negativa. (1 punto)
- Si el resultado de la prueba ha dado positivo, ¿cuál es la probabilidad de que el habitante seleccionado padezca artritis reumatoide? (1 punto)
- Calcula la probabilidad de que el resultado de la prueba sea correcto. (1 punto)

Construimos un diagrama de árbol.



- a) Nos piden calcular $P(A \cap T -)$.

$$P(A \cap T -) = P(A)P(T - / A) = \frac{1}{145} \cdot 0.04 = \frac{1}{3625} \approx 0.000276$$

- b) Nos piden calcular $P(A / T +)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$\begin{aligned}
 P(A / T +) &= \frac{P(A / T +)}{P(T +)} = \frac{P(A)P(T + / A)}{P(A)P(T + / A) + P(A^c)P(T + / A^c)} = \\
 &= \frac{\frac{1}{145} \cdot 0.96}{\frac{1}{145} \cdot 0.96 + \frac{144}{145} \cdot 0.06} = \boxed{0.1}
 \end{aligned}$$

- c) Para que el resultado de la prueba sea correcto debe dar el test positivo cuando la persona tiene artritis reumatoide o dar negativo cuando la persona no tiene artritis reumatoide.

$$\begin{aligned}
 P(\text{Resultado correcto}) &= P(A \cap T +) + P(A^c \cap T -) = P(A)P(T + / A) + \\
 &+ P(A^c)P(T - / A^c) = \frac{1}{145} \cdot 0.96 + \frac{144}{145} \cdot 0.94 = \boxed{\frac{3408}{3625} \approx 0.9401}
 \end{aligned}$$