

Matemáticas II

INDICACIONES

- Para obtener la máxima calificación, se debe responder a una tarea de cada apartado/bloque.
- En aquellos apartados/bloques en los que se ofrece la posibilidad de elegir entre varias tareas, se debe responder solo a una de las opciones. Si se realiza más de una opción, se corregirá la primera de ellas, según el orden en que aparecen resueltas en el cuadernillo de examen.
- Debe exponerse con claridad el planteamiento de la respuesta o el método utilizado para su resolución. Todas las respuestas deben ser razonadas.
- Entre corchetes se indica la puntuación máxima de cada apartado.
- No se permite el uso de calculadoras gráficas ni programables. Tampoco está permitido el uso de dispositivos con acceso a Internet.

APARTADO 1 (Bloque A+D) [2,5 puntos].

Resuelve una de las siguientes cuestiones (1A o 1B):

1A) Considera las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

- a) [0,75 puntos] Si tiene sentido la operación, calcula: $(2A + B)^2$.
- b) [0,75 puntos] Si tiene sentido la operación, calcula: $C(AC)^t$.

- c) [1 punto] Obtén, si es posible, la matriz X que satisface la ecuación matricial:
 $2AX = C$.

1B) Considera el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x - z & = a + \frac{3}{2} \\ 5x + (3 - a)y & = 5 \\ 3x + y + (2a + 2)z & = 0 \end{cases}$$

dependiente del parámetro $a \in \mathbb{R}$.

- a) [1,5 puntos] Determina los valores de a para los cuales el sistema es incompatible.
- b) [1 punto] Considera $a = 0$. Si el sistema es compatible, halla su solución general.

APARTADO 2 (Bloque B) [2,5 puntos].

Resuelve una de las siguientes cuestiones (2A o 2B):

2A) Considera la función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida de la siguiente manera: $f(x) = \sqrt{x}e^{-x}$.

- a) [0,5 puntos] Determina el dominio de definición de $f(x)$.
- b) [1 punto] Calcula el máximo absoluto de $f(x)$.
- c) [1 punto] Halla la expresión de la recta tangente a $f(x)$ en $x = 1$.

2B) Considera la siguiente función: $f(x) = \frac{3x}{x^2+1}$.

- a) [1 punto] Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.
- b) [0,5 puntos] Determina los puntos de corte de $f(x)$ con el eje de abscisas OX.

- c) [1 punto] Calcula el área comprendida entre la curva $y = f(x)$, el eje de abscisas OX y las rectas $x = -1$ y $x = 2$.

APARTADO 3 (Bloque C) [2,5 puntos].

3) Considera la recta $r : \begin{cases} x + y + 2 & = & 0 \\ y + 2z - 5 & = & 0 \end{cases}$ y el plano $\pi : 5x + 3y - 4z + a = 0$,

con $a \in \mathbb{R}$.

- a) [0,5 puntos] Expresa la recta r en forma continua.
- b) [1 punto] Estudia la posición relativa de la recta r y el plano π en función del valor de a .
- c) [1 punto] Si $Q = (1, 0, 0)$ es un punto de π , ¿cuál es la distancia entre r y π ?

APARTADO 4 (Bloque E) [2,5 puntos].

Resuelve una de las siguientes cuestiones (4A o 4B):

4A) En un ensayo clínico, se administró una medicación a un grupo de personas con cierta dolencia. La medicación demostró ser efectiva en el 85% de los casos. Paralelamente, se administró un placebo en un grupo control con el mismo número de personas, en el que solo el 5% de los participantes mejoró de forma espontánea.

- a) [0,5 puntos] ¿Cuál es la probabilidad de que un participante tratado con el medicamento no mejore?
- b) [1 punto] Calcula la probabilidad de que un participante elegido al azar no haya mejorado.

- c) [1 puntos] Si se escoge al azar un participante que haya mejorado, ¿cuál es la probabilidad de que se le haya administrado el placebo?

4B) En una universidad, el 25% de los estudiantes utiliza la bicicleta para ir a clase y el 70% utiliza el transporte público. Solo un 15% de los estudiantes no utiliza ni bicicleta ni transporte público.

- a) [0,5 puntos] Si se escoge a un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que utilice tanto la bicicleta como el transporte público?
- b) [1 punto] Si se escoge a un estudiante al azar, ¿cuál es la probabilidad de que utilice solo la bicicleta o solo el transporte público?
- c) [1 punto] Si se escoge a un estudiante que no utiliza el transporte público, ¿cuál es la probabilidad de que utilice bicicleta?