

Prueba de Acceso a la Universidad

CURSO: 2024-2025

upna

Universidad Pública de Navarra
Nafarroako Unibertsitate Publikoa

ASIGNATURA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Instrucciones: las tres primeras preguntas son obligatorias. En la cuarta pregunta debe seleccionar sólo una opción (A o B) y contestar a todos sus apartados.

PREGUNTA 1:

Una empresa produce dos modelos de cristales, C1 y C2. Para su fabricación utiliza dos tipos de materia prima (M1 y M2), de las que dispone diariamente de 135 kg y 60 kg, respectivamente. La siguiente tabla recoge, para cada modelo de cristal, la cantidad de materia prima de cada tipo necesaria para su fabricación y el tiempo de fabricación.

	Materia prima M1 (kg/m ²)	Materia prima M2 (kg/m ²)	Tiempo de fabricación (minutos/m ²)
C1	3	2	22
C2	6	1	14

Sabiendo que la empresa quiere fabricar diariamente al menos 20 m² de cristal, determine la cantidad diaria que se deberá fabricar de cada modelo de cristal si la empresa desea minimizar el tiempo de fabricación.

i) Plantee el problema. (1.25 puntos)

ii) Resuélvalo gráficamente e interprete la solución en el contexto del problema.

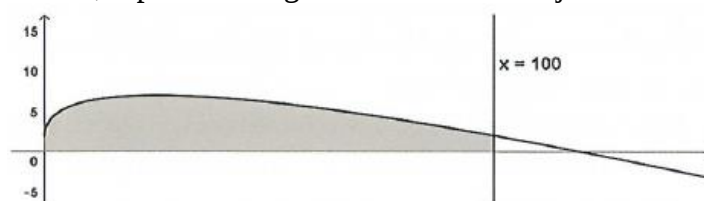
(1.25 puntos)

PREGUNTA 2:

La siguiente figura muestra el ala de una maqueta de avión de aeromodelismo.



El corte transversal del ala, representado gráficamente en los ejes de coordenadas, es:



La parte sombreada del corte transversal es la región del plano delimitada por el eje X y la curva que vienen dada por la función: $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{x}{5} + 2$, para $0 \leq x \leq 100$, donde x es la

distancia horizontal (en cm) desde la parte delantera del ala e y es la altura (en cm) respecto al eje horizontal.

i) Calcule la altura máxima del ala y a qué distancia horizontal se alcanza. Razone analíticamente por qué es un máximo relativo. (1.25 puntos)

ii) Calcule el área de la parte sombreada del corte transversal. (1.25 puntos)

PREGUNTA 3:

Un estudio realizado en una comunidad autónoma concluyó que el tiempo de espera para una intervención de cirugía cardíaca sigue una distribución normal. A partir de una muestra de 100 pacientes operados, se calculó el siguiente intervalo de confianza al 97% para el tiempo medio (en días) de espera para la cirugía: $[28.264, 31.736]$.

- i) Calcule la varianza poblacional y calcule el tiempo medido de espera para la cirugía de la muestra de 100 pacientes. (1.25 puntos)
- ii) Construya un intervalo de confianza al 91% para el tiempo medio de espera para una intervención de cirugía cardíaca. Interprete la solución en el contexto del problema. (1.25 puntos)

PREGUNTA 4**OPCIÓN A:**

- i) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, calcule, si es posible, la matriz inversa de A. (1.75 puntos)

- ii) Calcule y simplifique la derivada de la función $f(x) = \frac{e^{3x}}{2x-5}$. (0.75 puntos)

OPCIÓN B:

- i) Dada la matriz $B = \begin{pmatrix} 2 & a & a \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, calcule los valores de a para los cuales la matriz B tiene inversa. (0.75 puntos)

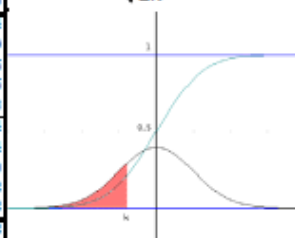
- ii) En un estudio sobre hábitos de compras de libros entre los jóvenes de una región, la mitad de los encuestado hace compras por internet, el 40% compra en tiendas físicas y el 35% combina ambas prácticas. Se elige un joven al azar.

- a) Calcule la probabilidad de que compre libros en alguno de los dos formatos. (0.75 puntos)
- b) Calcule la probabilidad de que no compre libros en tiendas físicas, sabiendo que tampoco compra en internet. (1 punto)

Tabla de la distribución normal estándar $Z \sim N(0,1)$

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-3,5	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004
-3,2	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0142
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998

$$P(Z < k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^k e^{-t^2/2} dt$$



SOLUCIONES

PREGUNTA 1:

Una empresa produce dos modelos de cristales, C1 y C2. Para su fabricación utiliza dos tipos de materia prima (M1 y M2), de las que dispone diariamente de 135 kg y 60 kg, respectivamente. La siguiente tabla recoge, para cada modelo de cristal, la cantidad de materia prima de cada tipo necesaria para su fabricación y el tiempo de fabricación.

	Materia prima M1 (kg/m ²)	Materia prima M2 (kg/m ²)	Tiempo de fabricación (minutos/m ²)
C1	3	2	22
C2	6	1	14

Sabiendo que la empresa quiere fabricar diariamente al menos 20 m² de cristal, determine la cantidad diaria que se deberá fabricar de cada modelo de cristal si la empresa desea minimizar el tiempo de fabricación.

i) Plantee el problema. (1.25 puntos)

ii) Resuélvalo gráficamente e interprete la solución en el contexto del problema. (1.25 puntos)

i) Llamamos “x” al número de metros cuadrados fabricados del cristal C1, “y” al número de metros cuadrados fabricados del cristal C2.

	Materia prima M1 (kg/m ²)	Materia prima M2 (kg/m ²)	Tiempo de fabricación (minutos/m ²)
M ² de C1 (x)	3x	2x	22x
M ² de C2 (y)	6y	y	14y
TOTALES	3x + 6y	2x + y	22x + 14y

La función a minimizar es el tiempo de fabricación: $T(x, y) = 22x + 14y$.

Obtenemos las inecuaciones asociadas a las restricciones del problema.

“La empresa quiere fabricar diariamente al menos 20 m² de cristal” $\rightarrow x + y \geq 20$.

“Para su fabricación utiliza dos tipos de materia prima (M1 y M2), de las que dispone diariamente de 135 kg y 60 kg, respectivamente” $\rightarrow 3x + 6y \leq 135; 2x + y \leq 60$.

“Las cantidades son positivas” $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0$.

Reunimos las inecuaciones en un sistema.

$$\left. \begin{array}{l} x + y \geq 20 \\ 3x + 6y \leq 135 \\ 2x + y \leq 60 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y \geq 20 \\ x + 2y \leq 45 \\ 2x + y \leq 60 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

ii) Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$$x + y = 20$$

x	y = 20 - x
0	20
10	10
20	0

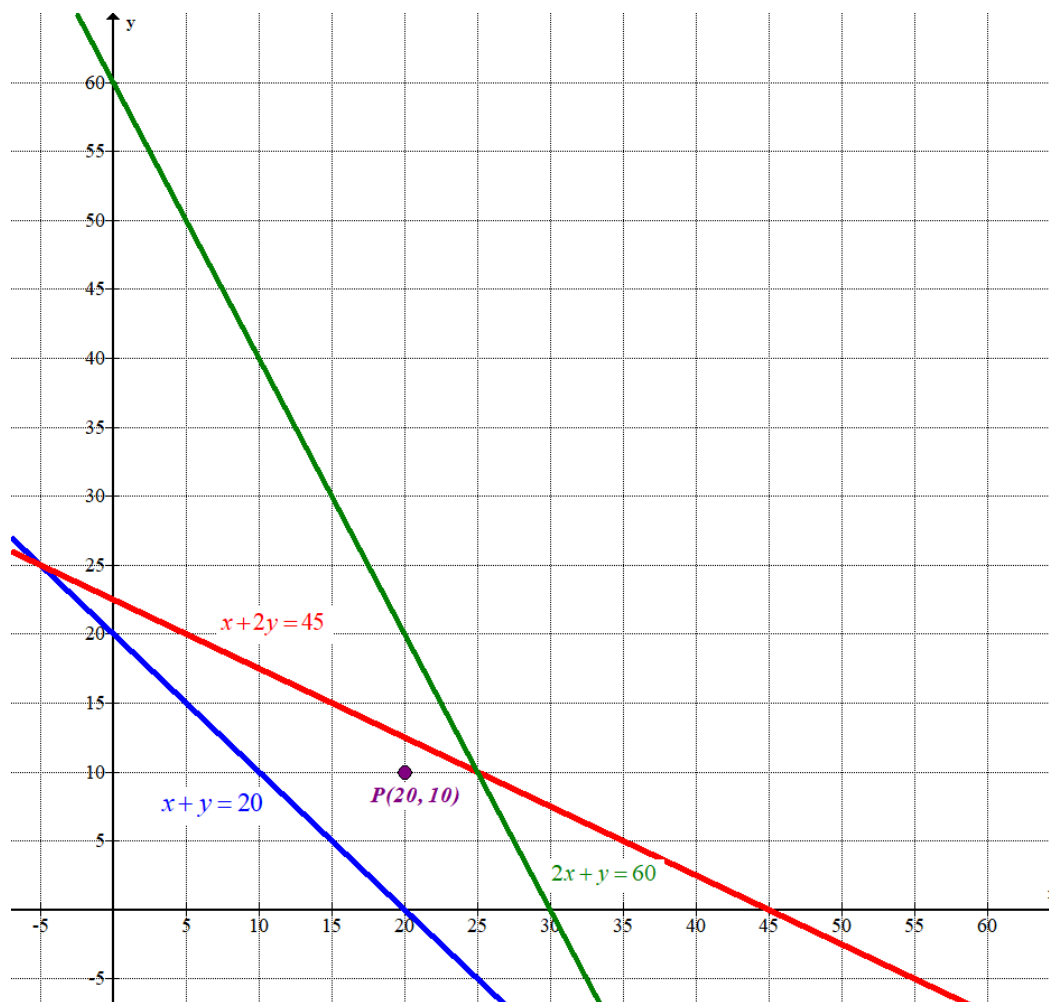
$$x + 2y = 45$$

x	y = $\frac{45-x}{2}$
0	45/2
25	10
45	0

$$2x + y = 60 \quad x \geq 0; y \geq 0$$

x	y = 60 - 2x
0	60
25	10
30	0

Primer
cuadrante



Como las restricciones son $\left. \begin{array}{l} x + y \geq 20 \\ x + 2y \leq 45 \\ 2x + y \leq 60 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$ la región factible son los puntos del primer

cuadrante situados por debajo de las rectas verde y roja, y por encima de la recta azul. Comprobamos que el punto $P(20, 10)$ perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 20 + 10 \geq 20 \\ 20 + 20 \leq 45 \\ 2 \cdot 20 + 10 \leq 60 \\ 20 \geq 0; 10 \geq 0 \end{array} \right\}$$

Se cumplen todas. Coloreamos de gris la región factible en el siguiente dibujo.



Valoramos la función tiempo de fabricación en cada vértice de la región factible en busca del valor mínimo.

$$A(25, 10) \rightarrow T(25, 10) = 22 \cdot 25 + 14 \cdot 10 = 690$$

$$B(0, 45/2) \rightarrow T\left(0, \frac{45}{2}\right) = 22 \cdot 0 + 14 \cdot \frac{45}{2} = 315$$

$$C(0, 20) \rightarrow T(0, 20) = 22 \cdot 0 + 14 \cdot 20 = \mathbf{280 \text{ Mínimo}}$$

$$D(20, 0) \rightarrow T(20, 0) = 22 \cdot 20 + 14 \cdot 0 = 440$$

$$E(30, 0) \rightarrow T(30, 0) = 22 \cdot 30 + 14 \cdot 0 = 660$$

El tiempo mínimo de fabricación se consigue en el punto $C(0, 20)$.

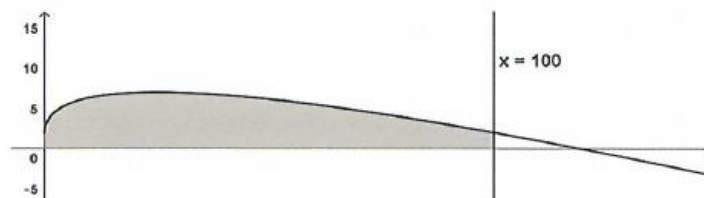
El tiempo mínimo de fabricación es de 280 minutos y se consigue con la fabricación de 0 metros cuadrados del cristal C1 y 20 metros cuadrados del cristal C2.

PREGUNTA 2:

La siguiente figura muestra el ala de una maqueta de avión de aeromodelismo.



El corte transversal del ala, representado gráficamente en los ejes de coordenadas, es:



La parte sombreada del corte transversal es la región del plano delimitada por el eje X y la curva que vienen dada por la función: $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{x}{5} + 2$, para $0 \leq x \leq 100$, donde x es la distancia horizontal (en cm) desde la parte delantera del ala e y es la altura (en cm) respecto al eje horizontal.

- Calcule la altura máxima del ala y a qué distancia horizontal se alcanza. Razone analíticamente por qué es un máximo relativo. (1.25 puntos)
- Calcule el área de la parte sombreada del corte transversal. (1.25 puntos)

i) La altura del corte transversal nos la da la función $f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{x}{5} + 2$, para $0 \leq x \leq 100$.

Derivamos la función y buscamos cuando se anula esta derivada.

$$f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{x}{5} + 2 \Rightarrow f'(x) = 2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{5} = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{5}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{5} = 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{5} \Rightarrow \sqrt{x} = 5 \Rightarrow \boxed{x = 5^2 = 25} \in [0, 100]$$

Sustituimos el valor del punto crítico $x = 25$ en la segunda derivada.

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{5} = x^{-1/2} - \frac{1}{5} \Rightarrow f''(x) = \frac{-1}{2} x^{-1/2-1} = \frac{-1}{2} x^{-3/2} = \frac{-1}{2\sqrt{x^3}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f''(25) = \frac{-1}{\sqrt{25^3}} < 0$$

Al ser la segunda derivada negativa la función presenta un máximo relativo para $x = 25$.

Para este valor la altura vale $f(25) = 2\sqrt{25} - \frac{25}{5} + 2 = 10 - 5 + 2 = 7$ centímetros.

La altura máxima del ala es de 7 centímetros y se alcanza a 25 centímetros del comienzo del ala.

ii) El área es el valor de la integral definida entre 0 y 100 de la función.

$$\begin{aligned}
 \text{Área} &= \int_0^{100} f(x) dx = \int_0^{100} 2\sqrt{x} - \frac{x}{5} + 2 dx = \int_0^{100} 2x^{1/2} - \frac{x}{5} + 2 dx = \\
 &= \left[2 \frac{x^{1/2+1}}{1+1/2} - \frac{x^2}{10} + 2x \right]_0^{100} = \left[2 \frac{x^{3/2}}{3/2} - \frac{x^2}{10} + 2x \right]_0^{100} = \left[\frac{4x^{3/2}}{3} - \frac{x^2}{10} + 2x \right]_0^{100} = \\
 &= \left[\frac{4 \cdot 100^{3/2}}{3} - \frac{100^2}{10} + 200 \right] - \left[\frac{4 \cdot 0^{3/2}}{3} - \frac{0^2}{10} + 2 \cdot 0 \right] = \\
 &= \frac{4000}{3} - 1000 + 200 = \boxed{\frac{1600}{3} \approx 533.33 \text{ cm}^2}
 \end{aligned}$$

El área de la parte sombreada del corte transversal vale $\frac{1600}{3}$ centímetros cuadrados.

PREGUNTA 3:

Un estudio realizado en una comunidad autónoma concluyó que el tiempo de espera para una intervención de cirugía cardíaca sigue una distribución normal. A partir de una muestra de 100 pacientes operados, se calculó el siguiente intervalo de confianza al 97% para el tiempo medio (en días) de espera para la cirugía: $[28.264, 31.736]$.

- Calcule la varianza poblacional y calcule el tiempo medido de espera para la cirugía de la muestra de 100 pacientes. (1.25 puntos)
- Construya un intervalo de confianza al 91% para el tiempo medio de espera para una intervención de cirugía cardíaca. Interprete la solución en el contexto del problema. (1.25 puntos)

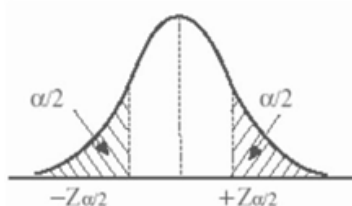
i) X = El tiempo (en días) de espera para una intervención de cirugía cardíaca. $X = N(\mu, \sigma)$

El tamaño de la muestra es $n = 100$.

La media muestral es el valor central del intervalo $\bar{x} = \frac{28.264 + 31.736}{2} = 30$ días.

Averiguamos el valor de $z_{\frac{\alpha}{2}}$ para un nivel de confianza el 97 %

$$1 - \alpha = 0.97 \rightarrow \alpha = 0.03 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.015 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.985 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2.17$$



k	0	1	2	3	4	5	6	7
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884

El error es la mitad de la amplitud del intervalo de confianza.

$$Error = \frac{31.736 - 28.264}{2} = 1.736$$

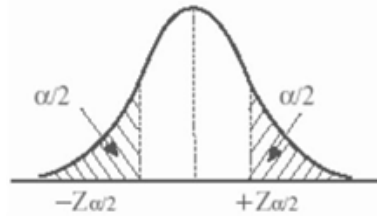
Lo aplicamos en la fórmula del error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 1.736 = 2.17 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{100}} \Rightarrow \sigma = \frac{1.736 \cdot 10}{2.17} = 8 \text{ días}$$

La media muestral es de 30 días de espera. La varianza poblacional es $\sigma^2 = 8^2 = 64$ días².

ii) Averiguamos el valor de $z_{\frac{\alpha}{2}}$ para un nivel de confianza el 91 %

$$1 - \alpha = 0.91 \rightarrow \alpha = 0.09 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.045 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.955 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = \frac{1.69 + 1.70}{2} = 1.695$$



k	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633

Utilizamos la fórmula del error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.695 \cdot \frac{8}{\sqrt{100}} = 1.356 \text{ días}$$

El intervalo de confianza es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (30 - 1.356, 30 + 1.356) = (28.644, 31.356)$$

Podemos afirmar, con un nivel de confianza del 91% que el tiempo medio de espera para una cirugía cardíaca está comprendido entre 28.644 y 31.356 días.

PREGUNTA 4**OPCIÓN A:**

i) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, calcule, si es posible, la matriz inversa de A. (1.75 puntos)

ii) Calcule y simplifique la derivada de la función $f(x) = \frac{e^{3x}}{2x-5}$. (0.75 puntos)

i) Calculamos el determinante de la matriz A.

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -2 & -2 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 2 + 0 + 4 - 0 + 2 = 8 \neq 0$$

El determinante es distinto de cero y existe la inversa de la matriz A. La calculamos.

$$A^{-1} = \frac{Adj(A^T)}{|A|} = \frac{Adj \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -2 & 2 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}}{8} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} -2 & 2 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -2 & -1 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{8} \begin{pmatrix} 1 & -2 & 6 \\ -1 & 2 & 2 \\ -2 & -4 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/8 & -1/4 & 3/4 \\ -1/8 & 1/4 & 1/4 \\ -1/4 & -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

ii) Calculamos la derivada y la simplificamos todo lo posible.

$$f(x) = \frac{e^{3x}}{2x-5} \Rightarrow f'(x) = \frac{3e^{3x}(2x-5) - 2e^{3x}}{(2x-5)^2} = \frac{e^{3x}(6x-15) - 2e^{3x}}{(2x-5)^2} = \frac{e^{3x}(6x-17)}{(2x-5)^2}$$

OPCIÓN B:

i) Dada la matriz $B = \begin{pmatrix} 2 & a & a \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, calcule los valores de a para los cuales la matriz B tiene inversa. (0.75 puntos)

ii) En un estudio sobre hábitos de compras de libros entre los jóvenes de una región, la mitad de los encuestados hace compras por internet, el 40% compra en tiendas físicas y el 35% combina ambas prácticas. Se elige un joven al azar.

- a) Calcule la probabilidad de que compre libros en alguno de los dos formatos. (0.75 puntos)
 b) Calcule la probabilidad de que no compre libros en tiendas físicas, sabiendo que tampoco compra en internet. (1 punto)

i) Para que la matriz tenga inversa su determinante debe ser distinto de cero. Averiguamos cuando se anula el determinante de la matriz B.

$$|B| = \begin{vmatrix} 2 & a & a \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - a + 0 - 2a - 0 + 2 = -3a + 2$$

$$|B| = 0 \Rightarrow -3a + 2 = 0 \Rightarrow 3a = 2 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

El determinante de la matriz B se anula para $a = \frac{2}{3}$.

La matriz B tiene inversa para cualquier valor de a distinto de $\frac{2}{3}$.

ii) Realizamos una tabla de contingencia.

	Tienda física	No compra en tienda física	
Compra por internet	35		50
No compra por internet			
	40		100

Completamos la tabla.

	Tienda física	No compra en tienda física	
Compra por internet	35	15	50
No compra por internet	5	45	50
	40	60	100

a) Hay un 45% de los jóvenes que no compra en ningún formato, por lo que el restante 55% compra en alguno de los formatos. La probabilidad de que la persona elegida al azar compre libros en alguno de los dos formatos es de 0.55.

b) Hay un 50% de los jóvenes encuestados que no compra por internet. De estos un 45% no compra en tiendas físicas. La probabilidad de que el joven elegido al azar entre los que no compran por internet tampoco compre libros en tiendas físicas vale $\frac{45}{50} = 0.9$.