



**PROVA D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT**  
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



|                                                                      |                                                                      |
|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------|
| <b>CONVOCATÒRIA: JULIOL 2025 (reserva)</b>                           | <b>CONVOCATORIA: JULIO 2025 (reserva)</b>                            |
| <b>ASSIGNATURA: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II</b> | <b>ASIGNATURA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES. II</b> |

**BAREMO DEL EXAMEN: Se ha de contestar un problema del apartado 1, un problema del apartado 2 y el problema del apartado 3.** En cada cuestión se indica la puntuación máxima, siendo la nota final la suma de las calificaciones de cada una de ellas. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

**Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.**

**Apartado 1.** Responda **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

**Problema 1. A.** Esta semana una chica ha consumido 1.470 megabytes de datos de su móvil conectándose a redes sociales, a periódicos y a la universidad. La chica ha pasado 10 horas conectada a redes sociales, 4 horas conectada a periódicos y 6 horas conectada a la universidad. Se sabe que en una hora de conexión a redes sociales se consume un 20% más de megabytes que en una hora de conexión a periódicos. Se sabe también que en una hora de conexión a periódicos se consume 30 megabytes más que en una hora de conexión a la universidad. ¿Cuántos megabytes consume una hora de conexión a redes sociales?; ¿cuántos una hora de conexión a periódicos?; ¿cuántos una hora de conexión a la universidad?

*(Planteamiento correcto 1,5 puntos --- Resolución correcta 2 puntos)*

**Problema 1. B.** Consideramos las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

- Calcula el producto  $AC^t$ , siendo  $C^t$  la matriz traspuesta de  $C$ . (0,75 puntos)
- Calcula la inversa de la matriz  $B - A$ . (1,25 puntos)
- Obtén la matriz  $X$  que verifica la ecuación  $X^t A + C = X^t B$ , siendo  $X^t$  la matriz traspuesta de  $X$ . (1,5 puntos)

**Apartado 2.** Responda **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

**Problema 2. A.** El valor de una empresa (en millones de euros) se expresa en función del tiempo  $t$  (en años) según la función  $B(t) = -t^2 + 12t - 11$ , para  $t$  entre 2 y 9.

- ¿En qué momento alcanza la empresa su valor máximo y cuál es este valor? (0,75 puntos)
- ¿En qué momento alcanza la empresa su valor mínimo y cuál es este valor? (0,75 puntos)
- ¿En qué periodo el valor de la empresa es superior a 24 millones de euros? (1,25 puntos)
- Calcula la siguiente integral: (0,75 puntos)

$$\int_3^8 B(t) dt$$

**Problema 2. B.** Se considera la función:

$$f(x) = \frac{3x^2 - 27}{x^2 + x - 2}$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. (0.5 puntos)
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. (0.5 puntos)
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos locales, si existen. (2 puntos)
- d) La representación gráfica de la función a partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores. (0.5 puntos)

**Apartado 3.** Responda el único problema de este apartado.

**Problema 3.** Una empresa de mantenimiento de automóviles evalúa los coches haciéndoles dos controles; si los dos salen negativos entonces el coche se califica como no adecuado y si los dos salen positivos entonces se califica como adecuado. Sin embargo, si uno de los controles sale positivo y el otro negativo, entonces se le hace un tercer control; si este sale positivo la calificación es de coche adecuado, y en caso contrario la calificación es de no adecuado. Se sabe que una determinada marca pasa correctamente el primer control con una probabilidad de 0,8 y que la probabilidad de que pase el control disminuye en 0,1 cada vez que se le hace un control. Seleccionamos al azar un coche de esta marca para su evaluación.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el coche seleccionado sea calificado como adecuado? (1 punto)
- b) Si se sabe que el coche seleccionado ha sido calificado como adecuado, ¿cuál es la probabilidad de que haya pasado el primer control? (1 punto)
- c) Si se sabe que al coche seleccionado solo se le han hecho dos controles, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido calificado como adecuado? (1 punto)

## Soluciones

**Problema 1. A.** Esta semana una chica ha consumido 1.470 megabytes de datos de su móvil conectándose a redes sociales, a periódicos y a la universidad. La chica ha pasado 10 horas conectada a redes sociales, 4 horas conectada a periódicos y 6 horas conectada a la universidad. Se sabe que en una hora de conexión a redes sociales se consume un 20% más de megabytes que en una hora de conexión a periódicos. Se sabe también que en una hora de conexión a periódicos se consume 30 megabytes más que en una hora de conexión a la universidad. ¿Cuántos megabytes consume una hora de conexión a redes sociales?; ¿cuántos una hora de conexión a periódicos?; ¿cuántos una hora de conexión a la universidad?

Llamamos “x” el consumo en megabytes de una hora de conexión a redes sociales, “y” el consumo en megabytes de una hora de conexión a periódicos y “z” el consumo en megabytes de una hora de conexión a la universidad.

“Una chica ha consumido 1.470 megabytes de datos de su móvil conectándose a redes sociales, a periódicos y a la universidad. La chica ha pasado 10 horas conectada a redes sociales, 4 horas conectada a periódicos y 6 horas conectada a la universidad”  $\rightarrow 10x + 4y + 6z = 1470$ .

“Se sabe que en una hora de conexión a redes sociales se consume un 20% más de megabytes que en una hora de conexión a periódicos”  $\rightarrow x = 1.2y$

“Se sabe también que en una hora de conexión a periódicos se consume 30 megabytes más que en una hora de conexión a la universidad”  $\rightarrow y = 30 + z$ .

Reunimos las ecuaciones obtenidas en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} 10x + 4y + 6z = 1470 \\ x = 1.2y \\ y = 30 + z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 5x + 2y + 3z = 735 \\ x = 1.2y \\ y - 30 = z \end{array} \right\} \Rightarrow 5 \cdot 1.2y + 2y + 3(y - 30) = 735 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6y + 2y + 3y - 90 = 735 \Rightarrow 11y = 825 \Rightarrow y = \frac{825}{11} = 75 \Rightarrow \begin{cases} x = 1.2 \cdot 75 = 90 \\ z = 75 - 30 = 45 \end{cases}$$

Una hora de conexión a redes sociales consume 90 megabytes. Una hora de conexión a periódicos consume 75 megabytes. Una hora de conexión a la universidad consume 45 megabytes.

**Problema 1. B.** Consideramos las matrices  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

- a) Calcula el producto  $AC^t$ , siendo  $C^t$  la matriz traspuesta de  $C$ . (0,75 puntos)  
 b) Calcula la inversa de la matriz  $B-A$ . (1,25 puntos)  
 c) Obtén la matriz  $X$  que verifica la ecuación  $X^t A + C = X^t B$ , siendo  $X^t$  la matriz traspuesta de  $X$ . (1,5 puntos)

a) Calculamos  $AC^t$ .

$$AC^t = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 6+2 & 1 \\ 3+2 & 9+10+4 & 5 \\ 1+1 & 3+6+2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & 1 \\ 5 & 23 & 5 \\ 2 & 11 & 3 \end{pmatrix}$$

b) Comprobamos que la matriz tiene determinante no nulo y calculamos su inversa.

$$B-A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$|B-A| = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix} = -1+0+6+1-3-0 = 3 \neq 0$$

$$(B-A)^{-1} = \frac{\text{Adj}(B-A)^t}{|B-A|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} -1 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}}{3} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ -1 & -2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} -1 & -3 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$(B-A)^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -3 & 0 & -3 \\ 7 & -1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/3 & -1/3 & 1/3 \\ -1 & 0 & -1 \\ 7/3 & -1/3 & 4/3 \end{pmatrix}$$

c) Despejamos  $X^t$  en la ecuación matricial.

$$X^t A + C = X^t B \Rightarrow C = X^t B - X^t A \Rightarrow X^t (B-A) = C \Rightarrow X^t = C (B-A)^{-1}$$

Determinamos la expresión de la matriz  $X^t$ .

$$X^t = C(B-A)^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -3 & 0 & -3 \\ 7 & -1 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1+7 & -1-1 & 1+4 \\ 3-6+14 & -3-2 & 3-6+8 \\ -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 8 & -2 & 5 \\ 11 & -5 & 5 \\ -3 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8/3 & -2/3 & 5/3 \\ 11/3 & -5/3 & 5/3 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Si } X^t = \begin{pmatrix} 8/3 & -2/3 & 5/3 \\ 11/3 & -5/3 & 5/3 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ entonces } X = (X^t)^t = \begin{pmatrix} 8/3 & 11/3 & -1 \\ -2/3 & -5/3 & 0 \\ 5/3 & 5/3 & -1 \end{pmatrix}.$$

**Problema 2. A.** El valor de una empresa (en millones de euros) se expresa en función del tiempo  $t$  (en años) según la función  $B(t) = -t^2 + 12t - 11$ , para  $t$  entre 2 y 9.

- a) ¿En qué momento alcanza la empresa su valor máximo y cuál es este valor? (0,75 puntos)  
 b) ¿En qué momento alcanza la empresa su valor mínimo y cuál es este valor? (0,75 puntos)  
 c) ¿En qué periodo el valor de la empresa es superior a 24 millones de euros? (1,25 puntos)  
 d) Calcula la siguiente integral: (0,75 puntos)

$$\int_3^8 B(t) dt$$

a) Derivamos la función y averiguamos cuando se anula la derivada.

$$B(t) = -t^2 + 12t - 11 \Rightarrow B'(t) = -2t + 12$$

$$B'(t) = 0 \Rightarrow -2t + 12 = 0 \Rightarrow t = 6 \in [2, 9]$$

Sustituimos este valor en la segunda derivada.

$$B'(t) = -2t + 12 \Rightarrow B''(t) = -2 \Rightarrow B''(6) = -2 < 0$$

La segunda derivada es negativa para  $t = 6$ , la función tiene un máximo relativo en este valor. Para  $t = 6$  la función vale  $B(6) = -6^2 + 12 \cdot 6 - 11 = 25$ .

La empresa alcanza su valor máximo a los 6 años siendo este valor máximo de 25 millones de euros.

b) La función es continua y alcanza un máximo relativo en  $t = 6$ . La función crece de 2 a 6 y decrece de 6 a 9. Valoramos la función en los extremos del intervalo de definición que es donde se alcanza el mínimo valor de la empresa.

$$\left. \begin{aligned} B(2) &= -2^2 + 12 \cdot 2 - 11 = 9 \\ B(9) &= -9^2 + 12 \cdot 9 - 11 = 16 \end{aligned} \right\}$$

El mínimo valor de la empresa es de 9 millones de euros que se alcanzan en el segundo año.

c) Averiguamos cuando  $B(t) = 24$ .

$$\left. \begin{aligned} B(t) &= 24 \\ B(t) &= -t^2 + 12t - 11 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -t^2 + 12t - 11 = 24 \Rightarrow t^2 - 12t + 35 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 35}}{2} = \frac{12 \pm 2}{2} = \begin{cases} \frac{12-2}{2} = 5 = t \\ \frac{12+2}{2} = 7 = t \end{cases}$$

El valor de la empresa es de 24 millones en el año 5, su valor aumenta hasta el año 6 que alcanza un valor de 25 millones y luego baja hasta el año 7 que vuelve a valer 24 millones de euros.

Del año 5 al 7 la empresa tiene un valor superior a 24 millones de euros.

d) Calculamos la integral pedida.

$$\begin{aligned}\int_3^8 B(t) dt &= \int_3^8 -t^2 + 12t - 11 dt = \left[ \frac{-t^3}{3} + 6t^2 - 11t \right]_3^8 = \\ &= \left[ \frac{-8^3}{3} + 6 \cdot 8^2 - 11 \cdot 8 \right] - \left[ \frac{-3^3}{3} + 6 \cdot 3^2 - 11 \cdot 3 \right] = -\frac{512}{3} + 384 - 88 + 9 - 54 + 33 = \boxed{\frac{340}{3}}\end{aligned}$$

**Problema 2. B.** Se considera la función:

$$f(x) = \frac{3x^2 - 27}{x^2 + x - 2}$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. (0.5 puntos)
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. (0.5 puntos)
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos locales, si existen. (2 puntos)
- d) La representación gráfica de la función a partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores. (0.5 puntos)

- a) El dominio de una función racional son todos los números reales menos los que anulan el denominador.

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4(-2)}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} = \begin{cases} \frac{-1+3}{2} = \boxed{1=x} \\ \frac{-1-3}{2} = \boxed{-2=x} \end{cases}$$

$$\text{Dominio } f(x) = \mathbb{R} - \{-2, 1\}$$

Punto de corte con el eje OY:

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \frac{3x^2 - 27}{x^2 + x - 2} \\ \text{eje OY} &\rightarrow x = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(0) = \frac{3 \cdot 0^2 - 27}{0^2 + 0 - 2} = \frac{27}{2} \Rightarrow \boxed{A\left(0, \frac{27}{2}\right)}$$

Puntos de corte con el eje OX:

$$\left. \begin{aligned} f(x) &= \frac{3x^2 - 27}{x^2 + x - 2} \\ \text{eje OX} &\rightarrow y = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0 = \frac{3x^2 - 27}{x^2 + x - 2} \Rightarrow 3x^2 - 27 = 0 \Rightarrow x^2 - 9 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = 9 \Rightarrow x = \sqrt{9} = \pm 3 \Rightarrow \begin{cases} \boxed{B(-3, 0)} \\ \boxed{C(3, 0)} \end{cases}$$

Los puntos de corte con los ejes coordenados son  $A\left(0, \frac{27}{2}\right)$ ,  $B(-3, 0)$  y  $C(3, 0)$ .

- b) **Asíntota vertical.**  $x = a$

¿ $x = -2$  es asíntota vertical?

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 - 27}{x^2 + x - 2} = \frac{3(-2)^2 - 27}{(-2)^2 - 2 - 2} = \frac{-15}{0} = \infty$$

$x = -2$  es asíntota vertical.

¿ $x = 1$  es asíntota vertical?

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 27}{x^2 + x - 2} = \frac{3 \cdot 1^2 - 27}{1^2 + 1 - 2} = \frac{-24}{0} = \infty$$

$x = 1$  es asíntota vertical.



**Asíntota horizontal.**  $y = b$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 27}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{x^2} = 3$$

$y = 3$  es asíntota horizontal.

c) Calculamos la derivada y la igualamos a cero en busca de los puntos críticos.

$$f(x) = \frac{3x^2 - 27}{x^2 + x - 2} \Rightarrow f'(x) = \frac{6x(x^2 + x - 2) - (2x + 1)(3x^2 - 27)}{(x^2 + x - 2)^2} =$$

$$= \frac{6x^3 + 6x^2 - 12x - 6x^3 + 54x - 3x^2 + 27}{(x^2 + x - 2)^2} = \frac{3x^2 + 42x + 27}{(x^2 + x - 2)^2} = \frac{3(x^2 + 14x + 9)}{(x^2 + x - 2)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{3(x^2 + 14x + 9)}{(x^2 + x - 2)^2} = 0 \Rightarrow x^2 + 14x + 9 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-14 \pm \sqrt{14^2 - 4 \cdot 9}}{2} = \frac{-14 \pm 4\sqrt{10}}{2} = \begin{cases} x = -7 + 2\sqrt{10} = -0.67 \\ x = -7 - 2\sqrt{10} = -13.32 \end{cases}$$

La función presenta dos puntos críticos. Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de los puntos críticos, 1 y -2 (excluidos del dominio).

- En el intervalo  $(-\infty, -7 - 2\sqrt{10})$  tomamos  $x = -20$  y la derivada vale

$$f'(-20) = \frac{3((-20)^2 + 14(-20) + 9)}{((-20)^2 - 20 - 2)^2} = 0.002 > 0. \text{ La función crece en } (-\infty, -7 - 2\sqrt{10})$$

- En el intervalo  $(-7 - 2\sqrt{10}, -2)$  tomamos  $x = -3$  y la derivada vale

$$f'(-3) = \frac{3((-3)^2 + 14(-3) + 9)}{((-3)^2 - 3 - 2)^2} = -8 < 0. \text{ La función decrece en } (-7 - 2\sqrt{10}, -2).$$

- En el intervalo  $(-2, -7 + 2\sqrt{10})$  tomamos  $x = -1$  y la derivada vale

$$f'(-1) = \frac{3((-1)^2 + 14(-1) + 9)}{((-1)^2 - 1 - 2)^2} = -3 < 0. \text{ La función decrece en } (-2, -7 + 2\sqrt{10}).$$

- En el intervalo  $(-7 + 2\sqrt{10}, 1)$  tomamos  $x = 0$  y la derivada vale

$$f'(0) = \frac{3(0^2 + 14 \cdot 0 + 9)}{(0^2 + 0 - 2)^2} = \frac{27}{4} > 0. \text{ La función crece en } (-7 + 2\sqrt{10}, 1).$$

- En el intervalo  $(1, +\infty)$  tomamos  $x = 2$  y la derivada vale

$$f'(2) = \frac{3(2^2 + 14 \cdot 2 + 9)}{(2^2 + 2 - 2)^2} = \frac{+}{16} > 0. \text{ La función crece en } (1, +\infty).$$

La función decrece en  $(-7 - 2\sqrt{10}, -2) \cup (-2, -7 + 2\sqrt{10})$  y crece en  $(-\infty, -7 - 2\sqrt{10}) \cup (-7 + 2\sqrt{10}, 1) \cup (1, +\infty)$ .

La función presenta un máximo local en  $x = -7 - 2\sqrt{10}$ .

$$\text{Como } f(-7 - 2\sqrt{10}) = \frac{3(-7 - 2\sqrt{10})^2 - 27}{(-7 - 2\sqrt{10})^2 - 7 - 2\sqrt{10} - 2} = \frac{22 - 4\sqrt{10}}{3} \approx 3.117 \text{ el máximo local}$$

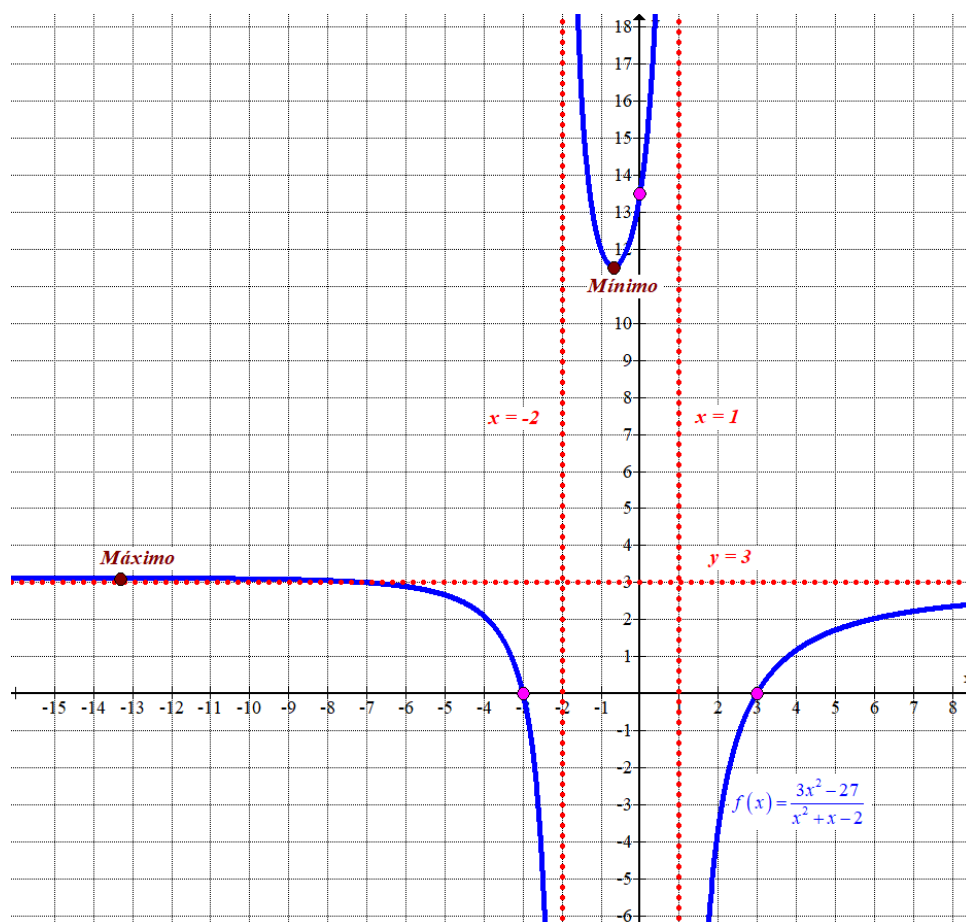
$$\text{tiene coordenadas } \left(-7 - 2\sqrt{10}, \frac{22 - 4\sqrt{10}}{3}\right).$$

La función presenta un mínimo local en  $x = -7 + 2\sqrt{10}$ .

$$\text{Como } f(-7 + 2\sqrt{10}) = \frac{3(-7 + 2\sqrt{10})^2 - 27}{(-7 + 2\sqrt{10})^2 - 7 + 2\sqrt{10} - 2} = \frac{22 + 4\sqrt{10}}{3} \approx 11.55 \text{ el mínimo local}$$

$$\text{tiene coordenadas } \left(-7 + 2\sqrt{10}, \frac{22 + 4\sqrt{10}}{3}\right).$$

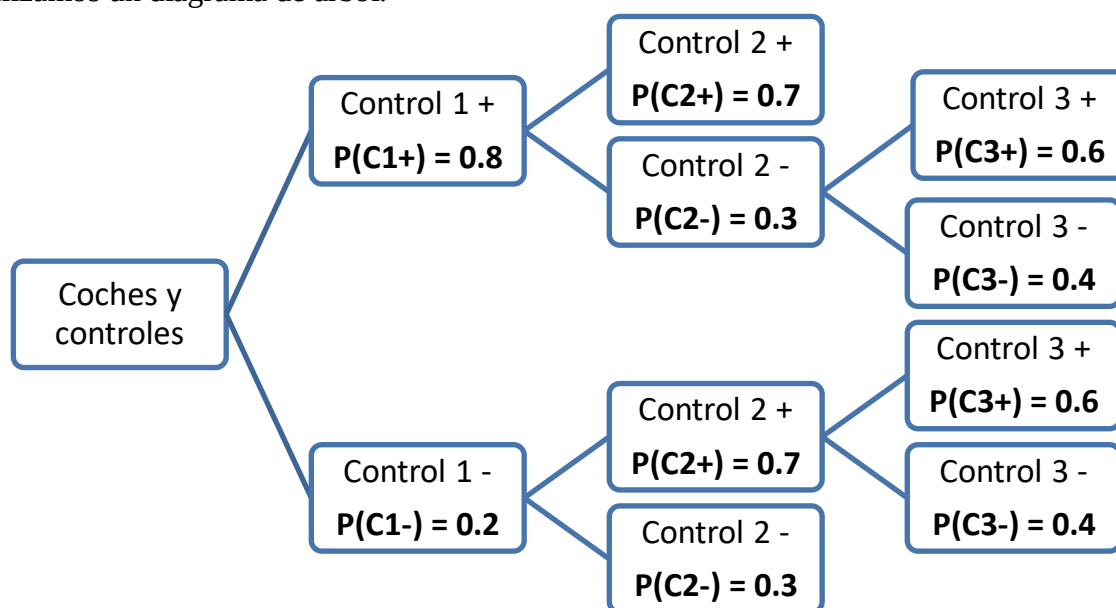
d) Representamos la gráfica de la función.



**Problema 3.** Una empresa de mantenimiento de automóviles evalúa los coches haciéndoles dos controles; si los dos salen negativos entonces el coche se califica como no adecuado y si los dos salen positivos entonces se califica como adecuado. Sin embargo, si uno de los controles sale positivo y el otro negativo, entonces se le hace un tercer control; si este sale positivo la calificación es de coche adecuado, y en caso contrario la calificación es de no adecuado. Se sabe que una determinada marca pasa correctamente el primer control con una probabilidad de 0,8 y que la probabilidad de que pase el control disminuye en 0,1 cada vez que se le hace un control. Seleccionamos al azar un coche de esta marca para su evaluación.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que el coche seleccionado sea calificado como adecuado? (1 punto)
- b) Si se sabe que el coche seleccionado ha sido calificado como adecuado, ¿cuál es la probabilidad de que haya pasado el primer control? (1 punto)
- c) Si se sabe que al coche seleccionado solo se le han hecho dos controles, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido calificado como adecuado? (1 punto)

Realizamos un diagrama de árbol.



- a) Para que sea calificado como adecuado puede pasar de tres formas distintas.

$$P(\text{Adecuado}) = P(C1+)P(C2+) + P(C1-)P(C2+)P(C3+) + P(C1+)P(C2-)P(C3+) =$$

$$= 0.8 \cdot 0.7 + 0.2 \cdot 0.7 \cdot 0.6 + 0.8 \cdot 0.3 \cdot 0.6 = \boxed{0.788}$$

- b) Debemos calcular  $P(C1+ / \text{Adecuado})$ .

$$P(C1+ / \text{Adecuado}) = \frac{P(C1+ \cap \text{Adecuado})}{P(\text{Adecuado})} = \frac{0.8 \cdot 0.7 + 0.8 \cdot 0.3 \cdot 0.6}{0.788} = \frac{176}{197} \approx 0.8934$$

- c) Si solo se le han hecho dos controles es porque han salido los dos negativos o los dos positivos. Para ser calificado como adecuado debe de haber obtenido dos controles positivos.

Nos piden calcular  $P((C1+ \cap C2+) / ((C1+ \cap C2+) \cup (C1- \cap C2-)))$ .

$$P((C1+ \cap C2+) / ((C1+ \cap C2+) \cup (C1- \cap C2-))) = \frac{P(C1+ \cap C2+)}{P((C1+ \cap C2+) \cup (C1- \cap C2-))} =$$

$$= \frac{0.8 \cdot 0.7}{0.8 \cdot 0.7 + 0.2 \cdot 0.3} = \frac{28}{31} \approx 0.9032$$