



PROVA D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



CONVOCATÒRIA: JULIOL 2025	CONVOCATORIA: JULIO 2025
ASSIGNATURA: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II	ASIGNATURA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES. II

BAREMO DEL EXAMEN: Se ha de contestar un problema del apartado 1, un problema del apartado 2 y el problema del apartado 3. En cada cuestión se indica la puntuación máxima, siendo la nota final la suma de las calificaciones de cada una de ellas. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Apartado 1. Responda **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

Problema 1. A. Una agencia de viajes organiza excursiones a la montaña y a la playa. La agencia obtiene 700 euros de beneficio por cada excursión a la montaña y 500 euros por cada excursión a la playa. La agencia dispone de un total de 10 autobuses y 8 guías turísticos para las excursiones. Cada excursión a la montaña requiere 2 autobuses y 2 guías, mientras que cada excursión a la playa requiere 2 autobuses y 1 guía.

- ¿Cuántas excursiones a la montaña y cuántas a la playa tiene que organizar la agencia para obtener el máximo beneficio posible? (3 puntos)
- ¿Cuál es dicho beneficio máximo? (0,5 puntos)

Problema 1. B. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

- Determina la matriz X que es solución de la ecuación $2XA + B^t C = I$, siendo I la matriz identidad de orden 3 y B^t la traspuesta de la matriz B . (2,5 puntos)

- Consideremos la matriz $D = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & z \end{pmatrix}$. Calcula para qué valores de z la matriz AD es diagonal. (1 punto)

Apartado 2. Responda **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

Problema 2. A. Una empresa que fabrica neumáticos para coches ha estudiado su desgaste, medido en una escala de 0 a 1, en función del tiempo de uso. La empresa fabrica dos tipos de neumáticos: A y B. Para un neumático A, su desgaste D_A tras x meses de uso, para x entre 0 y 50, viene dado por la función $D_A(x) = \frac{1}{100} + \frac{29x}{3000}$. Por su parte, el desgaste D_B para un

neumático B tras x meses de uso, para x entre 0 y 50, viene dado por la función $D_B(x) = \frac{x^2}{3000}$.

- a) Determina el número de meses para el cual el desgaste es el mismo para los dos tipos de neumáticos. (1 punto)
- b) Determina para qué intervalo de meses el desgaste es menor para el neumático A y para qué intervalo de meses el desgaste es menor para el B. (1 punto)
- c) Calcula el área comprendida entre las dos funciones en el intervalo en que el desgaste es menor para el neumático A, y calcula el área comprendida entre las dos funciones en el intervalo en que el desgaste es menor para el B. (1,5 puntos)

Problema 2. B. Se considera la función:

$$f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1+x^2}{x(2x+4)+2}$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. (0.5 puntos)
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. (0.5 puntos)
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos locales, si existen. (2 puntos)
- d) La representación gráfica de la función a partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores. (0.5 puntos)

Apartado 3. Responda el único problema de este apartado.

Problema 3. Una ciudad está implementando un programa de sostenibilidad ambiental. Como parte de este programa, los residentes tienen la opción de participar en dos actividades: limpieza de parques y plantación de árboles. Para evaluar el impacto de esta iniciativa, se realizó una encuesta a 2.000 ciudadanos, de los cuales 800 participaron en la limpieza de parques, 1.400 en la plantación de árboles, 300 en las dos actividades y 100 en ninguna de ellas. Seleccionamos al azar a uno de estos ciudadanos.

- a) Calcula la probabilidad de que el ciudadano seleccionado participe en al menos una de las dos actividades. (0,75 puntos)
- b) Calcula la probabilidad de que el ciudadano seleccionado participe en limpieza de parques, pero no en plantación de árboles. (0,75 puntos)
- c) Calcula la probabilidad de que el ciudadano seleccionado participe en exactamente una de las dos actividades. (0,75 puntos)
- d) Si el ciudadano seleccionado no ha participado en la plantación de árboles, calcula la probabilidad de que tampoco haya participado en la limpieza de parques. (0,75 puntos)

Soluciones

Problema 1. A. Una agencia de viajes organiza excursiones a la montaña y a la playa. La agencia obtiene 700 euros de beneficio por cada excursión a la montaña y 500 euros por cada excursión a la playa. La agencia dispone de un total de 10 autobuses y 8 guías turísticos para las excursiones. Cada excursión a la montaña requiere 2 autobuses y 2 guías, mientras que cada excursión a la playa requiere 2 autobuses y 1 guía.

- a) ¿Cuántas excursiones a la montaña y cuántas a la playa tiene que organizar la agencia para obtener el máximo beneficio posible? (3 puntos)
- b) ¿Cuál es dicho beneficio máximo? (0,5 puntos)

a) Llamamos “x” al número de excursiones a la montaña e “y” al número de excursiones a la playa.

Hacemos una tabla con los datos del ejercicio.

	Autobuses	Guías	Beneficio
Excursiones a montaña (x)	2x	2x	700x €
Excursiones a playa (y)	2y	y	500y €
TOTALES	2x + 2y	2x + y	700x + 500y

La función a maximizar son los beneficios: $B(x, y) = 700x + 500y$.

Las restricciones del problema que definen la región factible son:

“La agencia dispone de un total de 10 autobuses y 8 guías turísticos para las excursiones”

→ $2x + 2y \leq 10$, $2x + y \leq 8$.

Las cantidades deben ser positivas → $x \geq 0$; $y \geq 0$

Reunimos las inecuaciones en un sistema:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y \leq 10 \\ 2x + y \leq 8 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y \leq 5 \\ 2x + y \leq 8 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Dibujamos las rectas asociadas a las inecuaciones.

$$x + y = 5$$

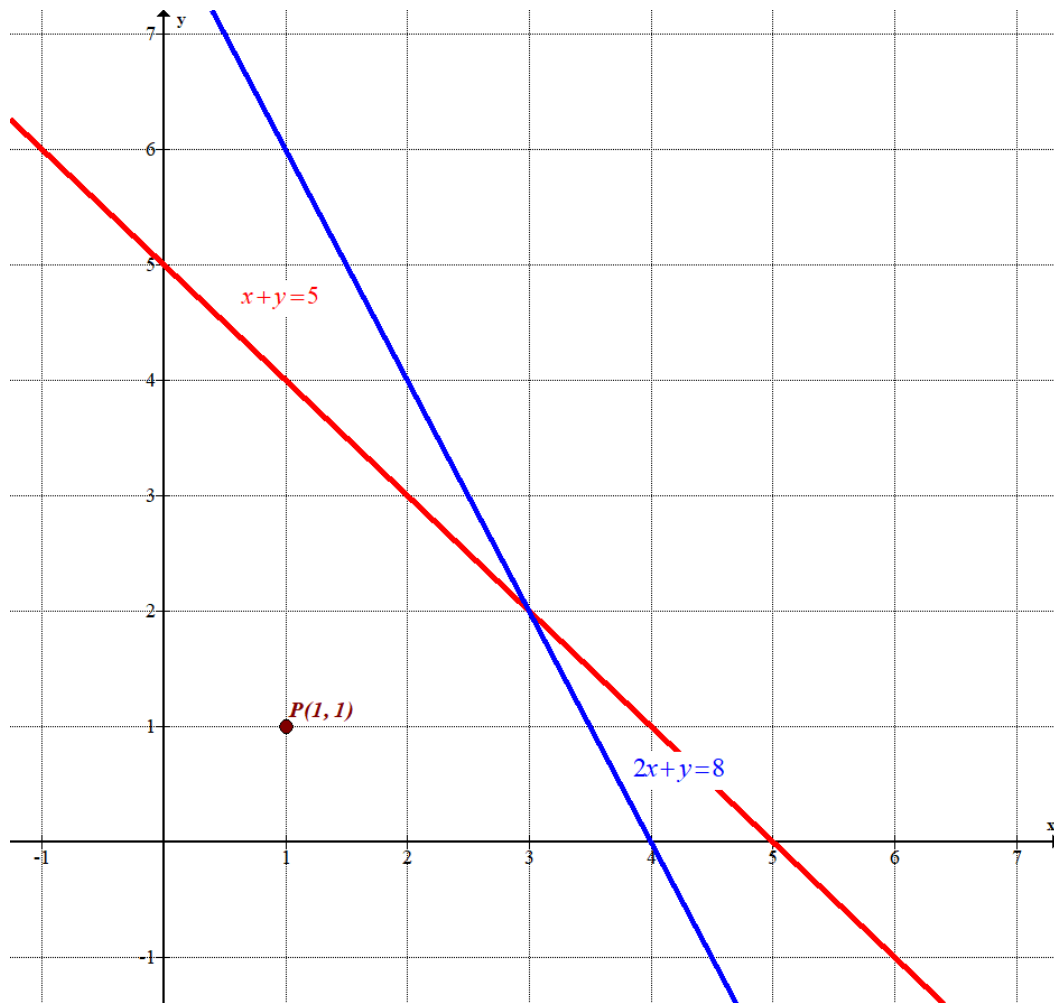
$$2x + y = 8$$

$$x \geq 0; y \geq 0$$

x	y = 5 - x
0	5
3	2
5	0

x	y = 8 - 2x
0	8
3	2
4	0

Primer
cuadrante



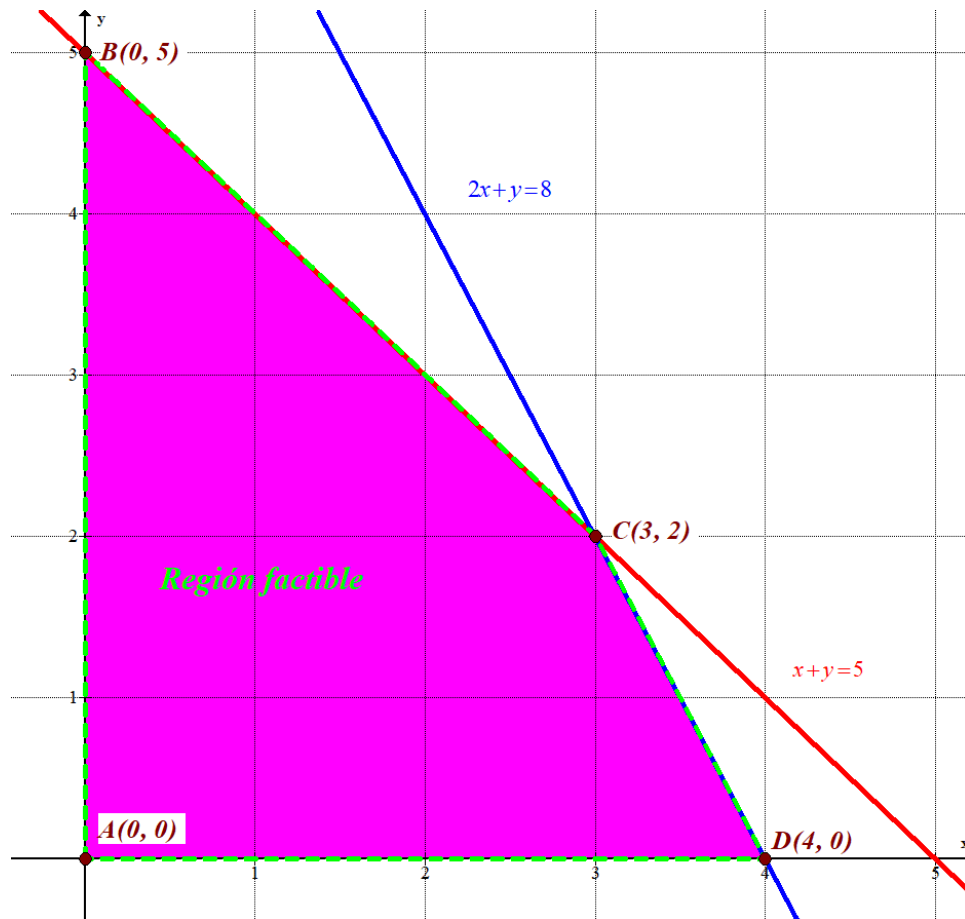
Como las restricciones son $\left. \begin{array}{l} x + y \leq 5 \\ 2x + y \leq 8 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante

situada por debajo de las rectas azul y roja.

Comprobamos que el punto $P(1, 1)$ perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 1 + 1 \leq 5 \\ 2 + 1 \leq 8 \\ 1 \geq 0; 1 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas! }$$

Coloreamos de rosa la región factible en el siguiente dibujo.



Valoramos la función beneficio $B(x,y) = 700x + 500y$ en cada uno de los vértices de la región factible en busca del valor máximo.

$$A(0,0) \rightarrow B(0,0) = 0$$

$$B(0,5) \rightarrow B(0,5) = 700 \cdot 0 + 500 \cdot 5 = 2500$$

$$C(3,2) \rightarrow B(3,2) = 700 \cdot 3 + 500 \cdot 2 = 3100 \text{ Máximo}$$

$$D(4,0) \rightarrow B(4,0) = 700 \cdot 4 + 500 \cdot 0 = 2800$$

El valor más alto que se pueden obtener en la región factible es 3100 y se obtiene en el punto $C(3,2)$.

Los beneficios más altos se consiguen con 3 excursiones a la montaña y 2 a la playa.

b) Los beneficios más altos que se pueden conseguir son de 3100 euros.

Problema 1. B. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Determina la matriz X que es solución de la ecuación $2XA + B^t C = I$, siendo I la matriz identidad de orden 3 y B^t la traspuesta de la matriz B . (2,5 puntos)

b) Consideremos la matriz $D = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & z \end{pmatrix}$. Calcula para qué valores de z la matriz AD es diagonal. (1 punto)

a) Despejamos X en la ecuación matricial.

$$2XA + B^t C = I \Rightarrow 2XA = I - B^t C \Rightarrow XA = \frac{1}{2}(I - B^t C) \Rightarrow X = \frac{1}{2}(I - B^t C)A^{-1}$$

Determinamos, si existe, la inversa de la matriz A .

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 0 - 0 - 0 + 6 = 6 \neq 0$$

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A^t)}{|A|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}}{6} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ -2 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 6 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1/3 \\ 0 & 0 & 1/3 \\ 0 & -1/2 & 1/6 \end{pmatrix}$$

Determinamos la expresión de la matriz X .

$$\begin{aligned} I - B^t C &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 4 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3-4 & 0-2 & 3-0 \\ -1+0 & 0+0 & 1+0 \\ 0-4 & 0-2 & 0+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 X &= \frac{1}{2}(I - B^t C)A^{-1} = \frac{1}{2} \frac{1}{6} \begin{pmatrix} 8 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 6 & -2 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix} = \\
 &= \frac{1}{12} \begin{pmatrix} 48 & 48+9 & -16+4-3 \\ 6 & 6+3 & -2+2-1 \\ 24 & 24-3 & -8+4+1 \end{pmatrix} = \frac{1}{12} \begin{pmatrix} 48 & 57 & -15 \\ 6 & 9 & -1 \\ 24 & 21 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 19/4 & -5/4 \\ 1/2 & 3/4 & -1/12 \\ 2 & 7/4 & -1/4 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

b) Determinamos la expresión de la matriz AD.

$$AD = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -1+2z \\ 0 & 0 & 1-2z \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Para que la matriz AD sea diagonal deben ser nulos los elementos situados fuera de la diagonal principal $\rightarrow -1+2z=0 \rightarrow z=\frac{1}{2}$.

Para $z=\frac{1}{2}$ la matriz queda $AD = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$. Siendo una matriz diagonal.

Problema 2. A. Una empresa que fabrica neumáticos para coches ha estudiado su desgaste, medido en una escala de 0 a 1, en función del tiempo de uso. La empresa fabrica dos tipos de neumáticos: A y B. Para un neumático A, su desgaste D_A tras x meses de uso, para x entre 0 y 50, viene dado por la función $D_A(x) = \frac{1}{100} + \frac{29x}{3000}$. Por su parte, el desgaste D_B para un

neumático B tras x meses de uso, para x entre 0 y 50, viene dado por la función $D_B(x) = \frac{x^2}{3000}$.

- Determina el número de meses para el cual el desgaste es el mismo para los dos tipos de neumáticos. (1 punto)
- Determina para qué intervalo de meses el desgaste es menor para el neumático A y para qué intervalo de meses el desgaste es menor para el B. (1 punto)
- Calcula el área comprendida entre las dos funciones en el intervalo en que el desgaste es menor para el neumático A, y calcula el área comprendida entre las dos funciones en el intervalo en que el desgaste es menor para el B. (1,5 puntos)

a) Averiguamos el valor de x para el que $D_A(x) = D_B(x)$.

$$D_A(x) = D_B(x) \Rightarrow \frac{1}{100} + \frac{29x}{3000} = \frac{x^2}{3000} \Rightarrow 30 + 29x = x^2 \Rightarrow x^2 - 29x - 30 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{29 \pm \sqrt{(-29)^2 - 4(-30)}}{2} = \frac{29 \pm 31}{2} = \begin{cases} \frac{29+31}{2} = \boxed{30 = x} \\ \frac{29-31}{2} = -1 \notin [0, 50] \end{cases}$$

Cuando han pasado 30 meses el desgaste de los dos tipos de neumáticos es el mismo.

b) El desgaste solo coincide en $x = 30$. Averiguamos si $D_A(x) < D_B(x)$ antes de este valor o después de este valor.

- En el intervalo $[0, 30)$ tomamos $x = 10$ y tenemos que $D_A(10) = \frac{1}{100} + \frac{290}{3000} = \frac{320}{3000}$ y

$$D_B(10) = \frac{10^2}{3000} = \frac{100}{3000}, \text{ por lo que } D_A(x) > D_B(x) \text{ para } x \in [0, 30).$$

- En el intervalo $(30, 50]$ tomamos $x = 40$ y tenemos que $D_A(40) = \frac{1}{100} + \frac{1160}{3000} = \frac{1190}{3000}$ y

$$D_B(40) = \frac{40^2}{3000} = \frac{1600}{3000}, \text{ por lo que } D_A(x) < D_B(x) \text{ para } x \in (30, 50].$$

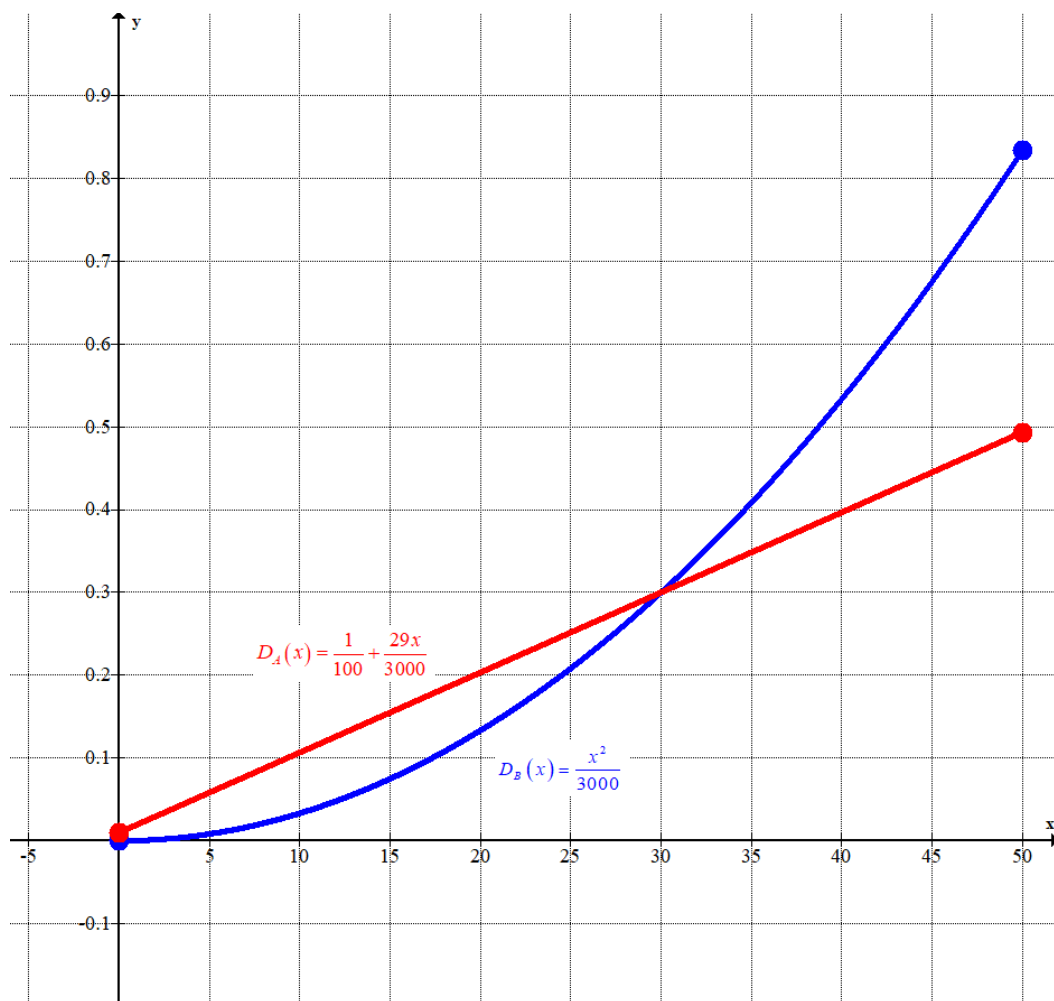
Entre los meses 30 y 50 el desgaste de los neumáticos del tipo A es menor que el desgaste de los de tipo B.

c) Calculamos el área del recinto limitado por las dos gráficas entre 30 y 50. Como las gráficas solo se cortan en $x = 30$ el área es el valor de la integral definida entre 30 y 50 de $D_B(x) - D_A(x)$.

$$\begin{aligned}
 \text{Área} &= \int_{30}^{50} D_B(x) - D_A(x) dx = \int_{30}^{50} \frac{x^2}{3000} - \frac{1}{100} - \frac{29x}{3000} dx = \left[\frac{x^3}{9000} - \frac{x}{100} - \frac{29x^2}{6000} \right]_{30}^{50} = \\
 &= \left[\frac{50^3}{9000} - \frac{50}{100} - \frac{29 \cdot 50^2}{6000} \right] - \left[\frac{30^3}{9000} - \frac{30}{100} - \frac{29 \cdot 30^2}{6000} \right] = \\
 &= \frac{250000 - 9000 - 217500 - 54000 + 5400 + 78300}{18000} = \boxed{\frac{133}{45} \approx 2.9556 \text{ u}^2}
 \end{aligned}$$

Calculamos el área del recinto limitado por las dos gráficas entre 0 y 30. Obtenemos el área como el valor de la integral definida entre 0 y 30 de $D_A(x) - D_B(x)$.

$$\begin{aligned}
 \text{Área} &= \int_0^{30} D_A(x) - D_B(x) dx = \int_0^{30} \frac{1}{100} + \frac{29x}{3000} - \frac{x^2}{3000} dx = \left[\frac{x}{100} + \frac{29x^2}{6000} - \frac{x^3}{9000} \right]_0^{30} = \\
 &= \left[\frac{30}{100} + \frac{29 \cdot 30^2}{6000} - \frac{30^3}{9000} \right] - \left[\frac{0}{100} + \frac{29 \cdot 0^2}{6000} - \frac{0^3}{9000} \right] = \frac{5400 + 78300 - 54000}{18000} = \boxed{\frac{33}{20} = 1.65 \text{ u}^2}
 \end{aligned}$$



Problema 2. B. Se considera la función:

$$f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1+x^2}{x(2x+4)+2}$$

Se pide:

- a) Su dominio y los puntos de corte con los ejes coordenados. (0.5 puntos)
- b) Las asíntotas horizontales y verticales, si existen. (0.5 puntos)
- c) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los máximos y mínimos locales, si existen. (2 puntos)
- d) La representación gráfica de la función a partir de los resultados obtenidos en los apartados anteriores. (0.5 puntos)

a) El dominio de una función racional son todos los números reales menos los que anulan el denominador.

$$x(2x+4)+2 \Rightarrow 2x^2+4x+2=0 \Rightarrow x^2+2x+1=0 \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2-4}}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

$$\text{Dominio } f(x) = \mathbb{R} - \{-1\}$$

Punto de corte con el eje OY:

$$\left. f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1+x^2}{x(2x+4)+2} \right\} \Rightarrow f(0) = \frac{1}{2} - \frac{1+0^2}{0(2 \cdot 0+4)+2} = 0 \Rightarrow \boxed{A(0,0)}$$

eje OY $\rightarrow x=0$

Puntos de corte con el eje OX:

$$\left. f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1+x^2}{x(2x+4)+2} \right\} \Rightarrow 0 = \frac{1}{2} - \frac{1+x^2}{x(2x+4)+2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1+x^2}{2x^2+4x+2} \Rightarrow$$

eje OX $\rightarrow y=0$

$$\Rightarrow 2x^2+4x+2 = 2+2x^2 \Rightarrow 4x=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow \boxed{A(0,0)}$$

El único punto de corte con los ejes coordenados es $A(0,0)$.

b) **Asíntota vertical.** $x=a$

¿ $x=-1$ es asíntota vertical?

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{1}{2} - \frac{1+x^2}{x(2x+4)+2} = \frac{1}{2} - \frac{1+(-1)^2}{(-1)(2(-1)+4)+2} = \frac{1}{2} - \frac{2}{0} = \frac{1}{2} - \infty = \infty$$

$x=-1$ es asíntota vertical.

Asíntota horizontal. $y=b$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2} - \frac{1+x^2}{x(2x+4)+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2} - \frac{1+x^2}{2x^2+4x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2} - \frac{x^2}{2x^2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$$

$y=0$ es asíntota horizontal.

c) Calculamos la derivada y la igualamos a cero en busca de los puntos críticos.

$$f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1+x^2}{2x^2+4x+2} = \frac{1}{2} - \frac{1+x^2}{2(x+1)^2} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1+x^2}{(1+x)^2} \right)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \left(0 - \frac{2x(1+x)^2 - 2(1+x)(1+x^2)}{(1+x)^4} \right) = \frac{1}{2} \cdot \left(- \frac{2x(1+x) - 2(1+x^2)}{(1+x)^3} \right) =$$

$$= - \frac{x+x^2-1-x^2}{(1+x)^3} = \frac{1-x}{(1+x)^3}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{1-x}{(1+x)^3} = 0 \Rightarrow 1-x = 0 \Rightarrow \boxed{x=1}$$

La función presenta un punto crítico en $x=1$. Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de 1 y -1 (excluido del dominio).

- En el intervalo $(-\infty, -1)$ tomamos $x=-11$ y la derivada vale

$$f'(-11) = \frac{1-(-11)}{(1-11)^3} = -0.012 < 0. \text{ La función decrece en } (-\infty, -1).$$

- En el intervalo $(-1, 1)$ tomamos $x=0$ y la derivada vale $f'(0) = \frac{1-0}{(1+0)^3} = 1 > 0$. La función crece en $(-1, 1)$.

- En el intervalo $(1, +\infty)$ tomamos $x=9$ y la derivada vale

$$f'(9) = \frac{1-9}{(1+9)^3} = -0.008 < 0. \text{ La función decrece en } (1, +\infty).$$

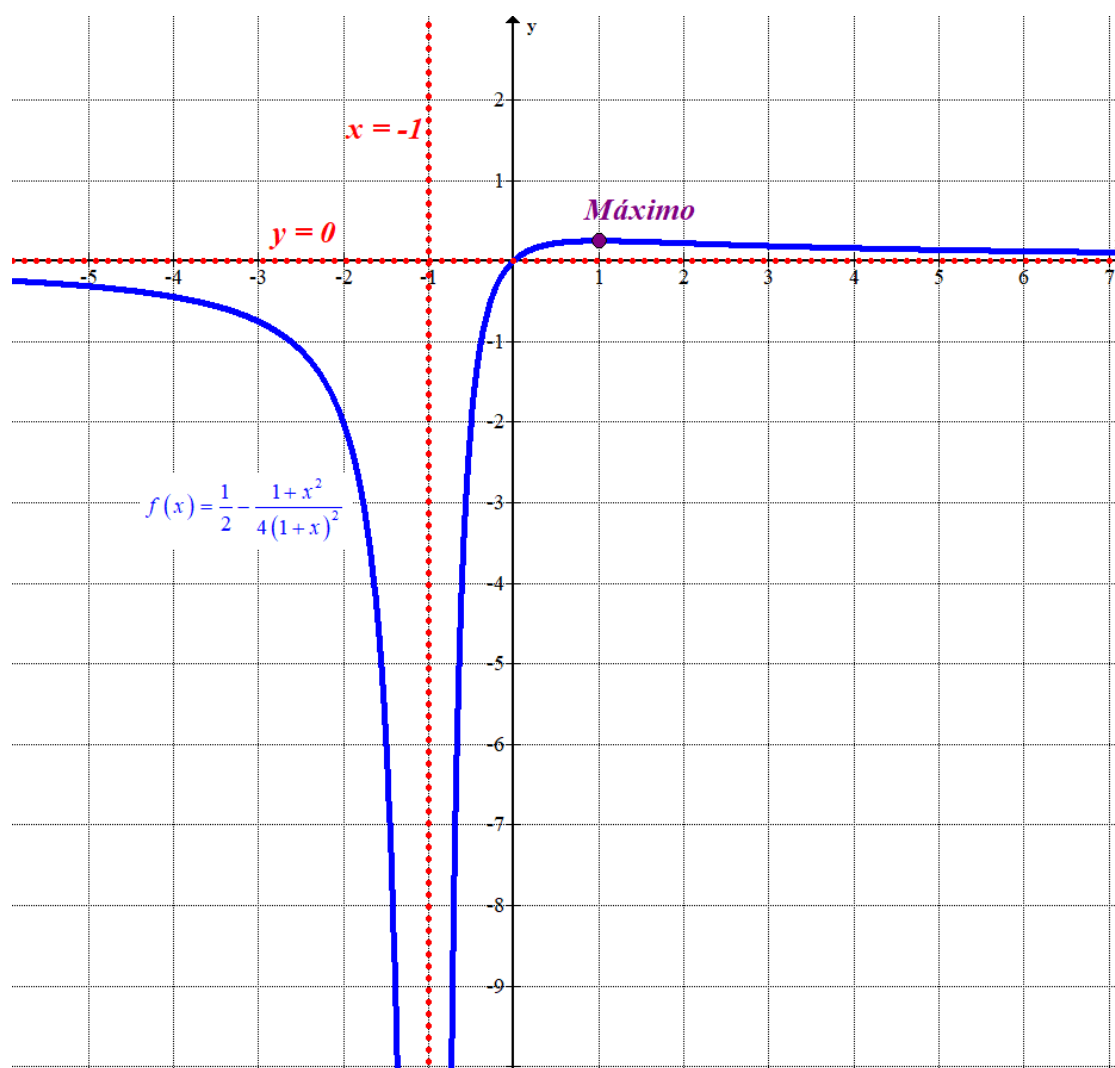
La función decrece en $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ y crece en $(-1, 1)$.

La función presenta un máximo local en $x=1$. Como $f(1) = \frac{1}{2} - \frac{1+1^2}{(2+4)+2} = \frac{1}{2} - \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ el

máximo local tiene coordenadas $\left(1, \frac{1}{4}\right)$.

d) Para realizar la representación gráfica hacemos una tabla de valores.

x	$f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1+x^2}{x(2x+4)+2}$
-3	-0.75
-2	-2
0	0
1	0.25
2	0.22
3	0.1875



Problema 3. Una ciudad está implementando un programa de sostenibilidad ambiental. Como parte de este programa, los residentes tienen la opción de participar en dos actividades: limpieza de parques y plantación de árboles. Para evaluar el impacto de esta iniciativa, se realizó una encuesta a 2.000 ciudadanos, de los cuales 800 participaron en la limpieza de parques, 1.400 en la plantación de árboles, 300 en las dos actividades y 100 en ninguna de ellas. Seleccionamos al azar a uno de estos ciudadanos.

- Calcula la probabilidad de que el ciudadano seleccionado participe en al menos una de las dos actividades. (0,75 puntos)
- Calcula la probabilidad de que el ciudadano seleccionado participe en limpieza de parques, pero no en plantación de árboles. (0,75 puntos)
- Calcula la probabilidad de que el ciudadano seleccionado participe en exactamente una de las dos actividades. (0,75 puntos)
- Si el ciudadano seleccionado no ha participado en la plantación de árboles, calcula la probabilidad de que tampoco haya participado en la limpieza de parques. (0,75 puntos)

Realizamos una tabla de contingencia.

	Plantación de árboles	No plantación	
Limpieza de parques	300		800
No limpieza		100	
TOTALES	1400		2000

Completamos la tabla

	Plantación de árboles	No plantación	
Limpieza de parques	300	500	800
No limpieza	1100	100	1200
TOTALES	1400	600	2000

Con estos datos obtenidos y la regla de Laplace respondemos a las preguntas planteadas.

- Hay 100 ciudadanos que no participan en ninguna actividad, por lo que $2000 - 100 = 1900$ participan en alguna actividad. La probabilidad de que el ciudadano elegido al azar participe en al menos una de las dos actividades vale $\frac{1900}{2000} = \frac{19}{20} = 0.95$.
- De los 2000 ciudadanos hay 500 ciudadanos que participan en la limpieza y no plantan árboles. La probabilidad de que el ciudadano elegido al azar participe en la limpieza y no plante árboles vale $\frac{500}{2000} = \frac{1}{4} = 0.25$.
- De los 2000 ciudadanos 500 participan en la limpieza y no plantan árboles y otros 1100 plantan árboles y no participan en la limpieza. La probabilidad de que el ciudadano elegido al azar participe solo en una de las actividades vale $\frac{500 + 1100}{2000} = \frac{4}{5} = 0.8$.
- Hay 600 ciudadanos que no participan en la plantación de árboles y de estos 100 tampoco han participado en la limpieza. La probabilidad de que el ciudadano elegido entre los que no participan en la plantación de árboles tampoco haya participado en la limpieza de jardines vale $\frac{100}{600} = \frac{1}{6} \approx 0.16667$.