



**PRUEBA DE EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL
ACCESO A LA UNIVERSIDAD Y PRUEBAS DE ADMISIÓN
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA Y CENTROS en MARRUECOS**

**MATEMÁTICAS
APLICADAS A LAS
CIENCIAS SOCIALES II**

Instrucciones:

- a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
- b) **Esta prueba consta de 4 ejercicios.**
- c) **En algunos ejercicios se da la posibilidad de elegir entre apartado a) o b). Responda sólo el apartado que elija. En caso de responder a más apartados de los que deba realizar, sólo se corregirá el que aparezca en primer lugar**
- d) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima asignada.
- e) Todos los resultados deben estar **suficientemente justificados**.
- f) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos.
- g) La valoración de la corrección gramatical, léxica y ortográfica, así como la presentación del texto no será inferior al 10 %.

EJERCICIO 1 Elija sólo uno de los apartados:

- a) **(3 puntos)** Después de aplicar un descuento del 10% a cada uno de los precios originales, se ha pagado por un rotulador, un cuaderno y una carpeta 3.96 euros. Se sabe que el precio del cuaderno es la mitad del precio del rotulador y que el precio de la carpeta es igual al precio del cuaderno más el 20% del precio del rotulador. Determine el precio original de cada objeto.
- b) **(3 puntos)** La capacidad máxima de trabajo de un taller que se dedica a la confección de pañuelos y corbatas es de 60 horas semanales. Cada pañuelo que confecciona le supone 2 horas de trabajo y le reporta un beneficio de 4 euros. En el caso de las corbatas son 3 horas y 6 euros respectivamente por unidad. Contrae el compromiso de que el número de corbatas confeccionadas más el doble del número de pañuelos debe ser, como mínimo, 28. Con estas condiciones, ¿cuántas unidades de cada tipo de prenda debe confeccionar para obtener el máximo beneficio económico?

EJERCICIO 2 Elija sólo uno de los apartados:

- a) La cotización en bolsa de una empresa en un determinado día viene expresada, en euros, por la función $c(t)$, con $t \in [0, 24]$, medido en horas. La variación instantánea de esta función es la derivada de c , que viene dada por $c'(t) = 0.03t^2 - 0.9t + 6$, con $t \in (0, 24)$.
 - i) **(1 punto)** Estudie los intervalos en los que la función c es creciente.
 - ii) **(0.75 puntos)** Analice los puntos críticos de la función c , indicando en cuáles se alcanza el máximo y el mínimo relativos.
 - iii) **(0.75 puntos)** Halle la expresión analítica de la función c , sabiendo que la cotización en bolsa de la empresa era de 50 euros en el instante inicial.
 - iv) **(0.5 puntos)** Halle el valor con que se inicia la cotización el día siguiente.
- b) La región que se quiere sembrar con una verdura, coincide con el área de la región acotada delimitada por las gráficas de las funciones $f(x) = (x-1)^2$ y $g(x) = 5 - 2x$.
 - i) **(1 punto)** Represente gráficamente la región acotada delimitada por las gráficas de las funciones $f(x)$ y $g(x)$.
 - ii) **(1.5 puntos)** Para realizar dicha siembra, se ha de utilizar simiente cuyo coste es de 150 euros por hectómetro cuadrado. Si en la siembra se desperdicia la tercera parte de la simiente comprada, ¿cuánto costará la simiente que hay que comprar para sembrar toda la región?
 - iii) **(0.5 puntos)** Si la venta de la verdura producida en cada hectómetro cuadrado supone un ingreso de 300 euros, halle el beneficio obtenido con la venta de toda la cosecha.

EJERCICIO 3

En un experimento aleatorio se sabe que un suceso A verifica que $P(A) = 0.8$. Si se realiza dicho experimento 6 veces, halle la probabilidad de que:

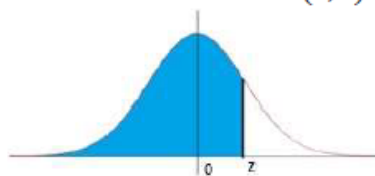
- (0.75 puntos) El suceso A ocurra exactamente cuatro veces.
- (0.5 puntos) El suceso A ocurra al menos cuatro veces.
- (0.25 puntos) El suceso A no ocurra en ninguna ocasión.
- (0.5 puntos) El suceso A ocurra menos de tres veces sabiendo que ha ocurrido al menos en una ocasión.

EJERCICIO 4

Sea X una variable aleatoria que sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 3 días.

- (1 punto) Determine un intervalo de confianza para estimar la media poblacional, a un nivel de confianza del 97%, a partir de una muestra aleatoria de tamaño 100 cuya media es 8.1 días.
- (1 punto) ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar la media poblacional con un error inferior a 1 día y un nivel de confianza del 92%?

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE $Z \approx N(0, 1)$. $P(Z \leq z)$



z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5754
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7258	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7518	0.7549
0.7	0.7580	0.7612	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7996	0.8023	0.8051	0.8079	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9430	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9485	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9700	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9762	0.9767
2.0	0.9773	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9865	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9975	0.9976	0.9977	0.9978	0.9979	0.9980	0.9981	0.9982	0.9983	0.9984
2.9	0.9985	0.9986	0.9987	0.9988	0.9989	0.9990	0.9991	0.9992	0.9993	0.9994
3.0	0.9995	0.9996	0.9997	0.9998	0.9999	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
3.1	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.2	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.3	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.4	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.5	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.6	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
4.0	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

Nota: En el interior de la tabla se da la probabilidad de que la variable aleatoria Z , esté por debajo del valor z .

SOLUCIONES

Probabilidad y Estadística 40%	Álgebra 30 %	Análisis 30%
---------------------------------------	---------------------	---------------------

Ejercicio 1. (Con optatividad - 3 puntos) Álgebra.

Ejercicio 2. (Con optatividad – 3 puntos) Análisis.

Ejercicio 3. (Obligatorio – 2 puntos) Probabilidad y Estadística.

Ejercicio 4. (Obligatorio – 2 puntos) Probabilidad y Estadística.

EJERCICIO 1

a) **(2.5 puntos)** Después de aplicar un descuento del 10% a cada uno de los precios originales, se ha pagado por un rotulador, un cuaderno y una carpeta 3.96 euros. Se sabe que el precio del cuaderno es la mitad del precio del rotulador y que el precio de la carpeta es igual al precio del cuaderno más el 20% del precio del rotulador. Determine el precio original de cada objeto.

Llamamos “x” al precio de un rotulador, “y” al de un cuaderno y “z” al de una carpeta.

“Después de aplicar un descuento del 10% (pago el 90 %) a cada uno de los precios originales, se ha pagado por un rotulador, un cuaderno y una carpeta 3.96 euros” $\rightarrow 0.90x + 0.90y + 0.90z = 3.96$

“El precio del cuaderno es la mitad del precio del rotulador” $\rightarrow y = \frac{x}{2}$

“El precio de la carpeta es igual al precio del cuaderno más el 20% del precio del rotulador” $\rightarrow z = y + 0.20x$.

Reunimos las ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} 0.90x + 0.90y + 0.90z = 3.96 \\ y = \frac{x}{2} \\ z = y + 0.20x \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 4.4 \\ 2y = x \\ z = y + 0.20x \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2y + y + z = 4.4 \\ z = y + 0.20(2y) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3y + z = 4.4 \\ z = y + 0.4y = 1.4y \end{array} \right\} \Rightarrow 3y + 1.4y = 4.4 \Rightarrow 4.4y = 4.4 \Rightarrow \boxed{y = 1} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \boxed{x = 2 \cdot 1 = 2} \\ \boxed{z = 1.4 \cdot 1 = 1.4} \end{array} \right.$$

El rotulador cuesta 2 euros, el cuaderno 1 euro y la carpeta 1.4 euros.

EJERCICIO 1

b) (2.5 puntos) La capacidad máxima de trabajo de un taller que se dedica a la confección de pañuelos y corbatas es de 60 horas semanales. Cada pañuelo que confecciona le supone 2 horas de trabajo y le reporta un beneficio de 4 euros. En el caso de las corbatas son 3 horas y 6 euros respectivamente por unidad. Contrae el compromiso de que el número de corbatas confeccionadas más el doble del número de pañuelos debe ser, como mínimo, 28. Con estas condiciones, ¿cuántas unidades de cada tipo de prenda debe confeccionar para obtener el máximo beneficio económico?

Llamamos “x” al número de pañuelos que se confeccionan, “y” al número de corbatas confeccionadas.

Hacemos una tabla para organizar la información proporcionada.

	Nº horas	Beneficio
Número de pañuelos (x)	2x	4x
Número de corbatas (y)	3y	6y
TOTALES	$2x + 3y$	$4x + 6y$

La función que queremos maximizar es el beneficio que viene dado por la expresión $B(x, y) = 4x + 6y$.

Las restricciones son las siguientes.

El taller solo dispone de 60 horas semanales $\rightarrow 2x + 3y \leq 60$

El número de corbatas confeccionadas más el doble del número de pañuelos debe ser, como mínimo, 28 $\rightarrow y + 2x \geq 28$.

Las cantidades deben ser positivas $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0$.

Reunimos las restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y \leq 60 \\ y + 2x \geq 28 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Dibujamos las rectas que delimitan la región factible que contiene la solución del problema.

$$2x + 3y = 60$$

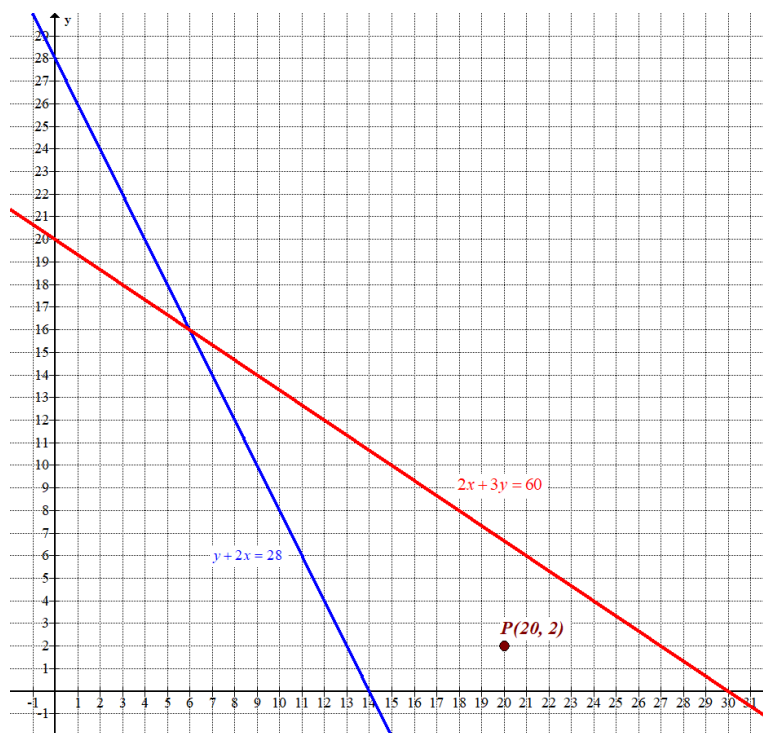
x	$y = \frac{60 - 2x}{3}$
0	20
6	16
30	0

$$y + 2x = 28$$

x	$y = 28 - 2x$
0	28
6	16
14	0

$$x \geq 0; y \geq 0$$

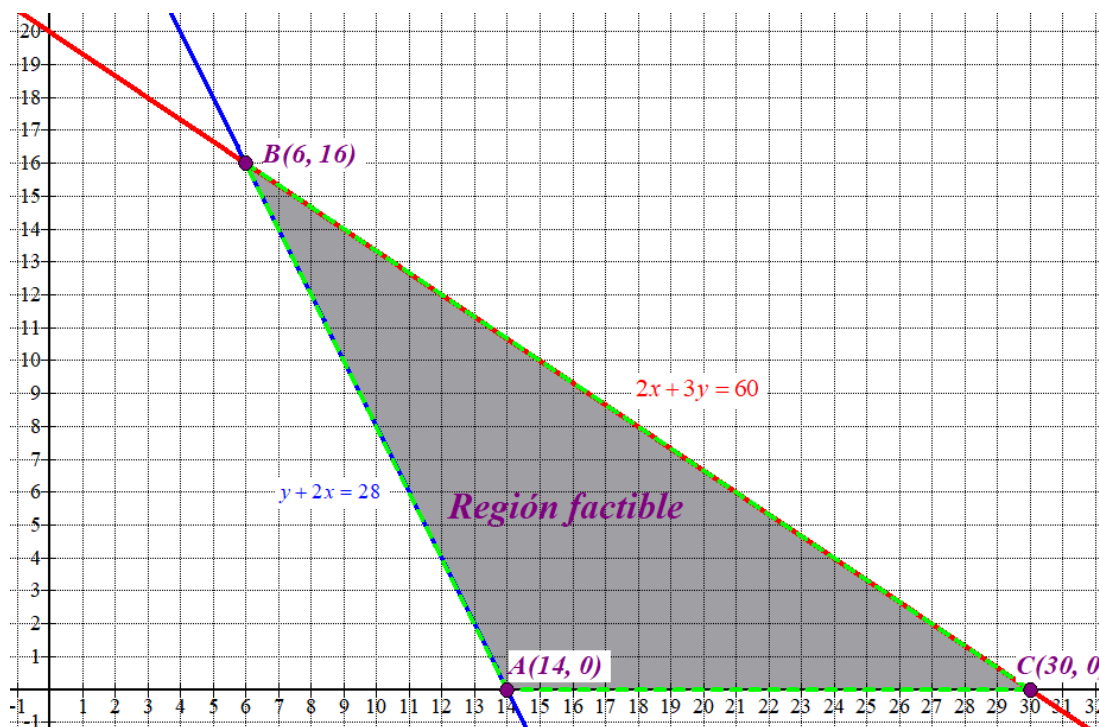
Primer
cuadrante



La región factible está situada en el primer cuadrante por encima de la recta azul y por debajo de la recta roja. Comprobamos que el punto $P(20, 2)$ perteneciente a esta región cumple todas las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 20 + 3 \cdot 2 \leq 60 \\ 2 + 2 \cdot 20 \geq 28 \\ 20 \geq 0; 2 \geq 0 \end{array} \right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de gris la región factible en el siguiente dibujo.



Valoramos la función beneficio $B(x, y) = 4x + 6y$ en cada uno de los vértices en busca del valor máximo.

$$A(14, 0) \rightarrow B(14, 0) = 4 \cdot 14 + 6 \cdot 0 = 56$$

$$B(6, 16) \rightarrow B(6, 16) = 4 \cdot 6 + 6 \cdot 16 = 120 \text{ ¡Máximo!}$$

$$C(30, 0) \rightarrow B(30, 0) = 4 \cdot 30 + 6 \cdot 0 = 120 \text{ ¡Máximo!}$$

El valor máximo es 120 € y se alcanza en los vértices B y C. Se consigue el beneficio máximo de 120 € en cualquier punto con coordenadas enteras del segmento BC: B(6, 16), (9, 14), (12, 12), (18, 8), (21, 6), (24, 4), (27, 2) o C(30, 0).

Se puede conseguir el máximo beneficio de 120 € cumpliendo las restricciones de muchas formas: confeccionado 6 pañuelos y 16 corbatas, o bien con 9 pañuelos y 14 corbatas,, o bien 30 pañuelos y 0 corbatas.

EJERCICIO 2

a) La cotización en bolsa de una empresa en un determinado día viene expresada, en euros, por la función $c(t)$, con $t \in [0, 24]$, medido en horas.

La variación instantánea de esta función es la derivada de c , que viene dada por $c'(t) = 0.03t^2 - 0.9t + 6$, con $t \in (0, 24)$.

i) **(1.25 puntos)** Estudie los intervalos en los que la función c es creciente.

ii) **(0.5 puntos)** Analice los puntos críticos de la función c , indicando en cuáles se alcanza el máximo y el mínimo relativos.

iii) **(0.75 puntos)** Halle la expresión analítica de la función c , sabiendo que la cotización en bolsa de la empresa era de 50 euros en el instante inicial.

iv) **(0.5 puntos)** Halle el valor con que se inicia la cotización el día siguiente.

i) Averiguamos donde se anula la derivada:

$$c'(t) = 0 \Rightarrow 0.03t^2 - 0.9t + 6 = 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{multiplico por 100} \\ \text{y divido por 3} \end{array} \right\} \Rightarrow t^2 - 30t + 200 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{30 \pm \sqrt{(-30)^2 - 4(200)}}{2} = \frac{30 \pm 10}{2} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{30+10}{2} = 20 = t \in (0, 24) \\ \frac{30-10}{2} = 10 = t \in (0, 24) \end{array} \right.$$

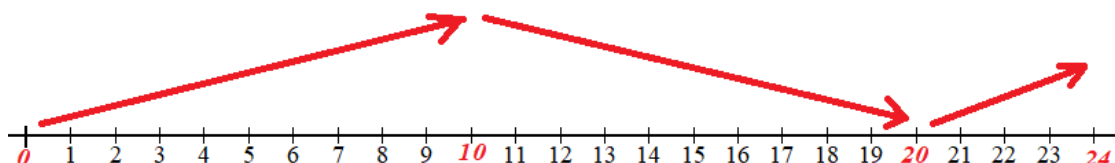
Estudiamos la evolución del signo de la derivada antes, entre y después de estos dos valores.

- En el intervalo $(0, 10)$ tomamos $t = 5$ y la derivada vale $c'(5) = 0.03 \cdot 5^2 - 0.9 \cdot 5 + 6 = 2.25 > 0$. La función crece en $(0, 10)$.
- En el intervalo $(10, 20)$ tomamos $t = 15$ y la derivada vale $c'(15) = 0.03 \cdot 15^2 - 0.9 \cdot 15 + 6 = -0.75 < 0$. La función decrece en $(10, 20)$.
- En el intervalo $(20, 24)$ tomamos $t = 21$ y la derivada vale $c'(21) = 0.03 \cdot 21^2 - 0.9 \cdot 21 + 6 = 0.33 > 0$. La función crece en $(20, 24)$.

La función c es creciente en $(0, 10) \cup (20, 24)$, durante las diez primeras horas del día y las cuatro últimas horas.

ii) Los puntos críticos son $t = 10$ y $t = 20$.

Por lo visto en el apartado anterior en $t = 10$ hay un máximo relativo y en $t = 20$ hay un mínimo relativo.



iii) Hallamos la integral de la derivada y obtendremos la función salvo un parámetro.

$$c(t) = \int c'(t) dt = \int 0.03t^2 - 0.9t + 6 dt = \frac{0.03}{3}t^3 - \frac{0.9}{2}t^2 + 6t = 0.01t^3 - 0.45t^2 + 6t + K$$

Como $c(0) = 50$ lo sustituimos en la función y hallamos el valor de K .

$$\left. \begin{array}{l} c(t) = 0.01t^3 - 0.45t^2 + 6t + K \\ c(0) = 50 \end{array} \right\} \Rightarrow 50 = 0.01 \cdot 0^3 - 0.45 \cdot 0^2 + 6 \cdot 0 + K \Rightarrow \boxed{K = 50}$$

La función de cotización es $c(t) = 0.01t^3 - 0.45t^2 + 6t + 50$.

iv) La cotización con que se inicia al día siguiente entiendo que es el valor con que se acabó el día anterior, es decir, $c(24)$.

$$c(24) = 0.01 \cdot 24^3 - 0.45 \cdot 24^2 + 6 \cdot 24 + 50 = 73.04 \text{ euros}$$

EJERCICIO 2

b) La región que se quiere sembrar con una verdura, coincide con el área de la región acotada delimitada por las gráficas de las funciones $f(x) = (x-1)^2$ y $g(x) = 5-2x$.

i) **(1 punto)** Represente gráficamente la región acotada delimitada por las gráficas de las funciones $f(x)$ y $g(x)$.

ii) **(1.5 puntos)** Para realizar dicha siembra, se ha de utilizar simiente cuyo coste es de 150 euros por hectómetro cuadrado. Si en la siembra se desperdicia la tercera parte de la simiente comprada, ¿cuánto costará la simiente que hay que comprar para sembrar toda la región?

iii) **(0.5 puntos)** Si la venta de la verdura producida en cada hectómetro cuadrado supone un ingreso de 300 euros, halle el beneficio obtenido con la venta de toda la cosecha.

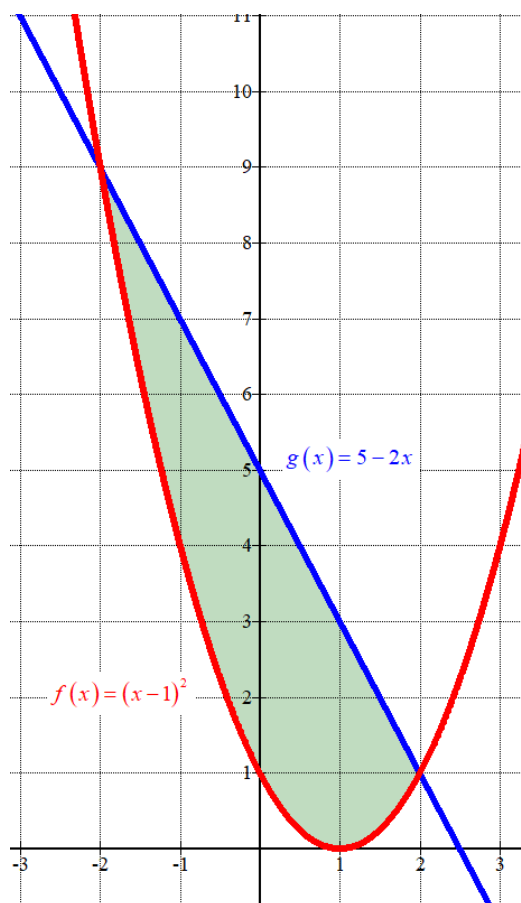
i) Hallamos los puntos de corte de ambas gráficas.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = (x-1)^2 \\ g(x) = 5-2x \\ f(x) = g(x) \end{array} \right\} \Rightarrow (x-1)^2 = 5-2x \Rightarrow x^2 + 1 - 2x = 5 - 2x \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{4} = \pm 2}$$

Hacemos una tabla de valores para cada una de las funciones y dibujamos sus gráficas. Sabemos que es una parábola y una recta.

x	$f(x) = (x-1)^2$
-2	9
-1	4
0	1
1	0
2	1

x	$g(x) = 5-2x$
-2	9
-1	7
0	5
1	3
2	1



ii) Hallamos el área de la región a sembrar. El área de la región coloreada es el valor de la integral definida de -2 a 2 de $g(x) - f(x)$.

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \int_{-2}^2 g(x) - f(x) dx = \int_{-2}^2 5 - 2x - (x-1)^2 dx = \int_{-2}^2 5 - 2x - x^2 - 1 + 2x dx = \\ &= \int_{-2}^2 4 - x^2 dx = \left[4x - \frac{x^3}{3} \right]_{-2}^2 = \left[4 \cdot 2 - \frac{2^3}{3} \right] - \left[4(-2) - \frac{(-2)^3}{3} \right] = 8 - \frac{8}{3} + 8 - \frac{8}{3} = \boxed{\frac{32}{3} \approx 10.66} \end{aligned}$$

Suponemos que las variables x e y vienen expresadas en hectómetros cuadrados y el área de la zona a sembrar es de 10.66 hectómetros cuadrados.

Si se desperdicia la tercera parte de la simiente comprada entonces debemos comprar simiente para que dos tercios de lo comprado nos permita sembrar $\frac{32}{3}$ hectómetros cuadrados.

$$\frac{2}{3}x = \frac{32}{3} \Rightarrow 2x = 32 \Rightarrow \boxed{x=16}$$

Debemos comprar simiente para sembrar 16 hectómetros cuadrados. Como cuesta a 150 euros el hectómetro cuadrado sembrar el terreno nos cuesta $16 \cdot 150 = 2400$ euros.

iii) El beneficio es la diferencia entre los ingresos y los gastos. Tenemos unos gastos de 2400 euros por la siembra y unos ingresos de $\frac{32}{3} \cdot 300 = 3200$ euros.

Los beneficios son de $3200 - 2400 = 800$ euros.

EJERCICIO 3

En un experimento aleatorio se sabe que un suceso A verifica que $P(A) = 0.8$. Si se realiza dicho experimento 6 veces, halle la probabilidad de que:

i) **(0.75 puntos)** El suceso A ocurra exactamente cuatro veces.

ii) **(0.5 puntos)** El suceso A ocurra al menos cuatro veces.

iii) **(0.25 puntos)** El suceso A no ocurra en ninguna ocasión.

iv) **(0.5 puntos)** El suceso A ocurra menos de tres veces sabiendo que ha ocurrido al menos en una ocasión.

Llamamos X a la variable aleatoria que cuenta el número de veces que se cumple A en 6 repeticiones de un experimento. Suponemos que cada repetición es independiente de las otras. Esta variable es una binomial con parámetros $n = 6$ y $p = P(A) = 0.8$. $X = B(6, 0.8)$

i) Nos piden calcular $P(X = 4)$.

$$P(X = 4) = \binom{6}{4} 0.8^4 \cdot 0.2^2 = \frac{6!}{4! \cdot 2!} 0.8^4 \cdot 0.2^2 = \frac{6 \cdot 5}{2} 0.8^4 \cdot 0.2^2 = 15 \cdot 0.8^4 \cdot 0.2^2 = \boxed{0.24576}$$

La probabilidad de que ocurra exactamente cuatro veces vale 0.24576.

ii) Nos piden calcular $P(X \geq 4)$.

$$\begin{aligned} P(X \geq 4) &= P(X = 4) + P(X = 5) + P(X = 6) = \\ &= \binom{6}{4} 0.8^4 \cdot 0.2^2 + \binom{6}{5} 0.8^5 \cdot 0.2^1 + \binom{6}{6} 0.8^6 \cdot 0.2^0 = \\ &= 15 \cdot 0.8^4 \cdot 0.2^2 + 6 \cdot 0.8^5 \cdot 0.2 + 1 \cdot 0.8^6 = \boxed{0.90112} \end{aligned}$$

La probabilidad de que el suceso A ocurra al menos cuatro veces vale 0.90112.

iii) Nos piden calcular $P(X = 0)$.

$$P(X = 0) = \binom{6}{0} 0.8^0 \cdot 0.2^6 = 1 \cdot 0.2^6 = \boxed{0.000064}$$

La probabilidad de que no ocurra ninguna vez el suceso A vale 0.000064.

iv) Nos piden calcular $P((X < 3) / (X \geq 1))$.

Utilizamos el teorema de Bayes

$$P((X < 3) / (X \geq 1)) = \frac{P((X < 3) \cap (X \geq 1))}{P(X \geq 1)} = \frac{P((X = 2) \cup (X = 1))}{P(X \geq 1)} = \dots$$

Calculamos el valor de $P((X = 2) \cup (X = 1))$.

$$\begin{aligned}P((X=2) \cup (X=1)) &= P(X=2) + P(X=1) = \binom{6}{2} 0.8^2 \cdot 0.2^4 + \binom{6}{1} 0.8^1 \cdot 0.2^5 = \\&= \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot 0.8^2 \cdot 0.2^4 + 6 \cdot 0.8 \cdot 0.2^5 = \frac{264}{15625} = 0.016896\end{aligned}$$

Para calcular $P(X \geq 1)$ utilizamos el suceso complementario.

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - 0.000064 = 0.999936$$

Terminamos de calcular la probabilidad pedida.

$$P((X < 3) / (X \geq 1)) = \frac{P((X=2) \cup (X=1))}{P(X \geq 1)} = \frac{0.016896}{0.999936} = \boxed{\frac{11}{651} \approx 0.0169}$$

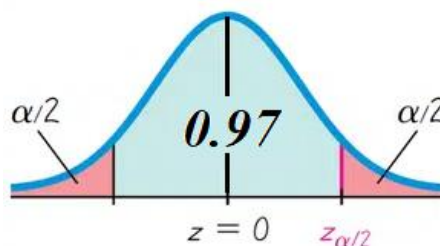
EJERCICIO 4

Sea X una variable aleatoria que sigue una ley Normal de media desconocida y desviación típica 3 días.

- i) **(1 punto)** Determine un intervalo de confianza para estimar la media poblacional, a un nivel de confianza del 97%, a partir de una muestra aleatoria de tamaño 100 cuya media es 8.1 días.
- ii) **(1 punto)** ¿Qué tamaño mínimo debe tener una muestra aleatoria para poder estimar la media poblacional con un error inferior a 1 día y un nivel de confianza del 92%?

i) $X = N(\mu, 3)$. El tamaño de la muestra es $n = 100$. La media muestral es $\bar{x} = 8.1$ días.

Hallamos el valor de $z_{\alpha/2}$ para un nivel de confianza del 97%.



$$1 - \alpha = 0.97 \rightarrow \alpha = 0.03 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.015 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.985 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} \rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$$

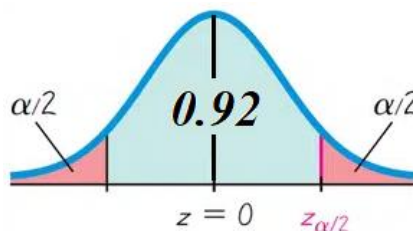
Hallamos el error.

$$\text{Error} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.17 \cdot \frac{3}{\sqrt{100}} = 0.651$$

El intervalo de confianza es:

$$(\bar{x} - \text{Error}, \bar{x} + \text{Error}) = (8.1 - 0.651, 8.1 + 0.651) = (7.449, 8.751)$$

ii) Hallamos el valor de $z_{\alpha/2}$ para un nivel de confianza del 92%.



$$1 - \alpha = 0.92 \rightarrow \alpha = 0.08 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.04 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.96 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.75$$

Utilizamos la fórmula del error para despejar n .

$$\left. \begin{array}{l} \text{Error} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \\ \text{Error} < 1 \end{array} \right\} \Rightarrow 1.75 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}} < 1 \Rightarrow 5.25 < \sqrt{n} \Rightarrow 5.25^2 < n \Rightarrow n > 27.5625$$

El tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria para poder estimar la media poblacional con un error inferior a 1 día y un nivel de confianza del 92% es de 28.