



## Proves d'accés a la universitat

---

# Matemàtiques

## Serie 3

| Qualificació           |  |
|------------------------|--|
| Exercici 1             |  |
| Exercici 2             |  |
| Exercici 3             |  |
| Exercici 4. Opció ____ |  |
| Suma de notes parcials |  |
| Qualificació final     |  |

| Comprovació | 2a correcció |
|-------------|--------------|
|             |              |
|             |              |
|             |              |
|             |              |
|             |              |
|             |              |

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal .....

Número del tribunal .....

---

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

El examen consta de CUATRO ejercicios obligatorios. Cada ejercicio vale 2,5 puntos. Realice los ejercicios 1, 2 y 3 respondiendo a TODAS las cuestiones que se plantean. En el ejercicio 4, elija UNA de las dos opciones (A o B) propuestas.

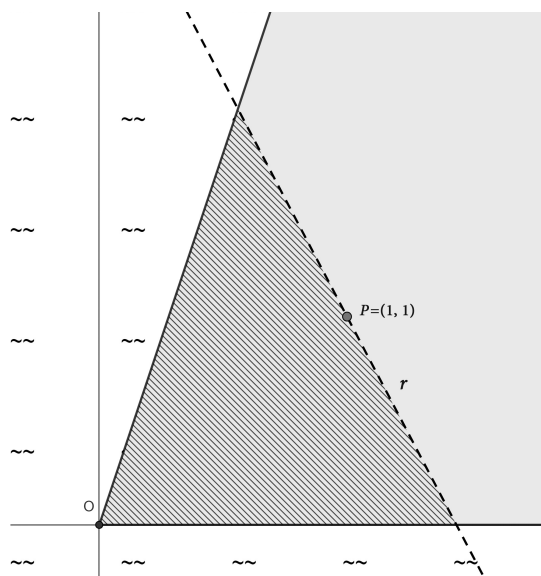
En todas las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. La redacción de la respuesta debe realizarse de manera coherente, con corrección y claridad, empleando la notación y el vocabulario matemático adecuados y expresando la solución de forma clara.

Puede utilizar las páginas en blanco del final del cuaderno para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a algún ejercicio si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página del ejercicio correspondiente.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos capaces de almacenar datos o de transmitir o recibir información.

### Ejercicio 1

Una familia quiere comprar un terreno para construir una casa rodeada de acantilados con vistas al mar. En aquella zona de la costa, los acantilados siguen las rectas  $y = 0$  e  $y = 3x$ . Además, la familia quiere que el terreno sea triangular y que el tercer lado del triángulo pase por el punto  $P = (1, 1)$ , tal como puede verse en la figura.



a) Plantee la ecuación de la recta  $r$  que define el tercer lado del triángulo en función de su

pendiente  $m$ , y compruebe que el área del terreno viene dada por  $A(m) = \frac{3}{2} \cdot \frac{m^2 - 2m + 1}{m^2 - 3m}$ .

[1 punto]

- b)** Calcule el valor de  $m$  que hace que el área de este terreno (y, por tanto, su precio) sea mínima. ¿Cuál es el valor de esta área?

[1,5 puntos]

| Espai per a la correcció |       |  |
|--------------------------|-------|--|
| Exercici 1               | $a$   |  |
|                          | $b$   |  |
|                          | Total |  |

## Ejercicio 2

Considere el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left. \begin{array}{l} x + 3y + z = 5 \\ mx + 2z = 0 \\ my - z = m \end{array} \right\}$$

- a)** Discuta el sistema para los diferentes valores del parámetro  $m$ .  
[1,25 puntos]

- b)** Resuelva el sistema para  $m = 1$ .  
[0,5 puntos]

- c)** Resuelva el sistema cuando este tenga infinitas soluciones.  
[0,75 puntos]

| Espai per a la correcció |          |  |
|--------------------------|----------|--|
| Exercici 2               | <i>a</i> |  |
|                          | <i>b</i> |  |
|                          | <i>c</i> |  |
|                          | Total    |  |

### Ejercicio 3

La lesión per sesamoiditis (inflamación del hueso sesamoide del pie) es relativamente habitual entre la población que practica deportes de impacto (atletismo, baloncesto, tenis...). En una población de deportistas, se ha realizado un estudio diferenciando entre los que practican deportes de impacto y los que practican deportes sin impacto brusco (como natación, pilates, senderismo...). Se ha podido determinar que el 45 % practican deportes de impacto. Entre ellos, un 10 % padecen lesiones por sesamoiditis, mientras que entre los que no practican deportes de impacto solamente un 3 % presentan esta lesión. Escogemos a un deportista al azar.

**a)** ¿Cuál es la probabilidad de que padezca sesamoiditis?

[0,75 puntos]

**b)** Si el deportista escogido tiene una lesión por sesamoiditis, ¿cuál es la probabilidad de que practique deportes de impacto?

[0,75 puntos]

Una empresa de calzado deportivo ha creado una zapatilla con amortiguación para minimizar las lesiones por sesamoiditis. Los beneficios generados por la venta de este producto, en miles de euros, siguen una función de la forma  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ , donde  $x$  son los años transcurridos desde que la zapatilla salió a la venta y  $a$ ,  $b$  y  $c$  son constantes reales.

- c) Calcule los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  sabiendo que el primer año se alcanzó el máximo de beneficios, por valor de 8 000 euros, y que en el segundo año hubo un punto de inflexión en los beneficios.

[1 punto]

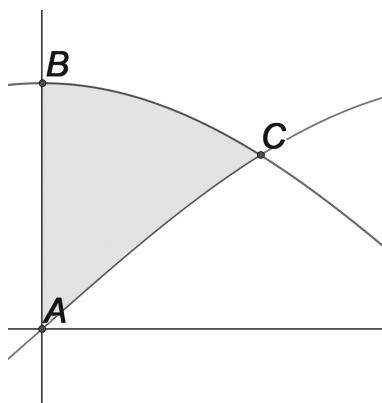
| Espai per a la correcció |       |  |
|--------------------------|-------|--|
| Exercici 3               | $a$   |  |
|                          | $b$   |  |
|                          | $c$   |  |
|                          | Total |  |

#### Ejercicio 4

Escoja UNA de las dos opciones (A o B) y responda a las cuestiones que se plantean.

##### OPCIÓN A

Un vidriero está reparando uno de los vitrales de la Sagrada Familia, cuya forma es la de la parte sombreada de la figura adjunta. Se ha dado cuenta de que Gaudí lo diseñó de modo que uno de los lados sigue la función  $y = 3\sin(x/4)$  y otro sigue la función  $y = 3\cos(x/4)$ , donde  $x$  e  $y$  están expresadas en metros.



- a) Razone a qué función corresponde cada gráfica y calcule las coordenadas de los puntos B y C señalados en la figura (teniendo en cuenta que A es el origen de coordenadas).

[1 punto]

- b) Calcule el precio del vitral sabiendo que cuesta 750 €/m<sup>2</sup>.

[1,5 puntos]

##### OPCIÓN B

Considere el plano  $\pi: 2x - y + z = 5$  y el punto  $P = (0, 1, 3)$ .

- a) Compruebe que la distancia del punto  $P$  al plano  $\pi$  es  $\frac{\sqrt{6}}{2}$ .

[0,5 puntos]

- b) Calcule la ecuación general de un plano  $\pi_1$  paralelo a  $\pi$  y que pase por el punto  $P$ .  
¿Cuál es la distancia entre  $\pi_1$  y  $\pi$ ?

[0,75 puntos]

- c) Calcule la ecuación general de un segundo plano  $\pi_2$ , diferente de  $\pi_1$ , paralelo a  $\pi$  y que esté a una distancia  $\frac{\sqrt{6}}{2}$  de  $\pi$ .

[1,25 puntos]

| Espai per a la correcció |          |  |
|--------------------------|----------|--|
| Exercici 4. Opció ____   | <i>a</i> |  |
|                          | <i>b</i> |  |
|                          | <i>c</i> |  |
|                          | Total    |  |

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a algún ejercicio.]

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a algún ejercicio.]

Comprovació:

2a correcció:

3a correcció:

Etiqueta de l'estudiant



Institut  
d'Estudis  
Catalans