



Proves d'accés a la universitat

Matemáticas

Serie 4

Qualificació	
Exercici 1	
Exercici 2	
Exercici 3	
Exercici 4. Opció ____	
Suma de notes parcials	
Qualificació final	

Comprovació	2a correcció

Etiqueta de l'estudiant

Ubicació del tribunal

Número del tribunal

Etiqueta de qualificació

Etiqueta de correcció

El examen consta de CUATRO ejercicios obligatorios. Cada ejercicio vale 2,5 puntos. Realice los ejercicios 1, 2 y 3 respondiendo a TODAS las cuestiones que se plantean. En el ejercicio 4, elija UNA de las dos opciones (A o B) propuestas.

En todas las respuestas, explique siempre qué quiere hacer y por qué. La redacción de la respuesta debe realizarse de manera coherente, con corrección y claridad, empleando la notación y el vocabulario matemático adecuados y expresando la solución de forma clara.

Puede utilizar las páginas en blanco del final del cuaderno para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a algún ejercicio si necesita más espacio. En este último caso, debe indicarlo claramente al final de la página del ejercicio correspondiente.

Puede utilizar calculadora, pero no se permite el uso de calculadoras u otros aparatos capaces de almacenar datos o de transmitir o recibir información.

Ejercicio 1

Considere la función $f(x) = +\sqrt{1+x^3}$.

a) Indique el dominio de esta función y los cortes de la curva $y=f(x)$ con los ejes de coordenadas.

[0,5 puntos]

b) Resuelva la ecuación $f'(x) = 0$ y estudie las zonas de crecimiento y decrecimiento de la función $f(x)$, así como sus máximos y mínimos locales.

[1 punto]

- c) Encuentre cuál debe ser el valor de a para que el punto $(a, 3)$ pertenezca a la gráfica de la función y calcule la ecuación de la recta tangente a la curva $y = f(x)$ en este punto.
[1 punto]

Espai per a la correcció		
Exercici 1	a	
	b	
	c	
	Total	

Ejercicio 2

Considere el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{l} x + 3y + az = 1 \\ -2x - 6y + 2z = 2a \\ ax + 3y + z = 3 \end{array} \right\},$$

donde a es un parámetro real, y sean π_1 el plano determinado por la primera ecuación, π_2 el determinado por la segunda, y π_3 el determinado por la tercera.

a) Discuta el sistema en función del valor de a .

[1 punto]

- b)** Describa la posición relativa de los tres planos π_1 , π_2 y π_3 en función del valor de a .
[0,75 puntos]

- c)** ¿En algún caso la intersección de los tres planos es una recta? En caso afirmativo, diga para qué valor del parámetro, y dé un vector director y un punto de esta recta.
[0,75 puntos]

Espai per a la correcció		
Exercici 2	a	
	b	
	c	
	Total	

Ejercicio 3

Un usuario de Internet ha estimado que el 25 % de los correos electrónicos que recibe son correo basura, mientras los demás no lo son. Para facilitar la clasificación del correo, se ha instalado un filtro que envía a la carpeta de correo basura el 95 % de los mensajes que efectivamente lo son. Desgraciadamente, este filtro deja en la bandeja de entrada solo el 90 % de los mensajes buenos (y el resto los envía a la carpeta de correo basura).

- a)** ¿Cuál es la probabilidad de que un mensaje sea enviado por el filtro a la carpeta de correo basura?

[0,75 puntos]

- b)** Un día, el usuario abre la carpeta de correo basura. ¿Qué porcentaje de mensajes que no son correo basura encontrará?

[0,75 puntos]

En un servidor de correo electrónico determinado, la probabilidad de recibir como mínimo dos correos en menos de t minutos viene dada por la función $F(t) = \int_0^t A e^{-0,5x} dx$, donde A es una constante real.

- c) Sabiendo que la probabilidad de recibir como mínimo dos correos en menos de dos minutos es $1 - e^{-1}$, encuentre el valor de A .

[1 punto]

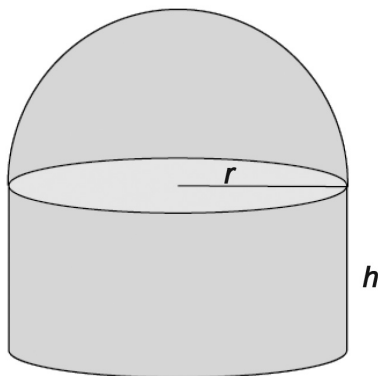
Espai per a la correcció		
Exercici 3	a	
	b	
	c	
	Total	

Ejercicio 4

Escoja UNA de las dos opciones (A o B) y responda a las cuestiones que se plantean.

OPCIÓN A

El diseñador de una casa de perfumes ha decidido que la botella del próximo perfume que la empresa sacará al mercado será de cristal y tendrá la forma de un cilindro con una media esfera en la parte superior, tal como se puede ver en la siguiente figura:



El perfume estará contenido en la parte cilíndrica, la cual tiene una capacidad de 100 cm^3 . El ingeniero a cargo del proceso de producción se propone minimizar el coste total del cristal usado y, por tanto, quiere que la superficie total de la botella sea mínima.

a) Compruebe que la superficie total de la botella de perfume viene dada por la fórmula

$$S(r) = 3\pi r^2 + \frac{200}{r}.$$

[1 punto]

b) ¿Qué dimensiones debe tener la botella de perfume para que su superficie total sea mínima? ¿Cuál es la superficie total de la botella en este caso?

[1,5 puntos]

NOTA: Recuerde que la superficie de una esfera viene dada por la fórmula $4\pi r^2$, donde r es su radio.

OPCIÓN B

Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 1 & a^2 \end{pmatrix}$, donde a es un parámetro real, y $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

a) Encuentre los valores de a para los cuales las matrices A y B conmutan. (Dos matrices A y B conmutan si $AB = BA$).

[0,75 puntos]

b) Encuentre los valores de a para los cuales la matriz A es invertible.

[0,75 puntos]

c) Encuentre los valores de a para los cuales $A^{-1} = A$.

[1 punto]

Espai per a la correcció		
Exercici 4. Opció ____	<i>a</i>	
	<i>b</i>	
	<i>c</i>	
	Total	

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a algún ejercicio.]

[Página para hacer esquemas, borradores, etc., o para acabar de responder a algún ejercicio.]

Comprovació:

2a correcció:

3a correcció:

Etiqueta de l'estudiant



Institut
d'Estudis
Catalans