

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Las tres primeras preguntas son obligatorias. En la cuarta pregunta deberán elegirse únicamente **DOS** de las **TRES** cuestiones. En caso de responder a las tres, solo se corregirán las dos que aparezcan contestadas en primer lugar.

Cada ejercicio del examen se califica sobre 10 puntos y las cuatro preguntas tienen el mismo peso en la nota final (2,5 puntos cada una). La nota final se obtendrá sumando las puntuaciones de los ejercicios y dividiendo el total entre 4.

Las respuestas deben expresarse de forma razonada, mostrando con rigor y precisión el proceso seguido en la resolución. Se deberá emplear el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados, así como argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes. La mera descripción del planteamiento, sin llevar a cabo de manera efectiva la resolución, no será suficiente para obtener una valoración completa de la pregunta o tarea.

La tabla de la distribución normal está disponible al final del examen, aunque es posible que no sea necesaria en ninguna pregunta.

1.- (10 puntos) Una empresa de marketing está llevando a cabo una campaña para promover tres tipos de servicios: asesoría de imagen, diseño gráfico y gestión de redes sociales. Se sabe que durante el primer mes de la campaña se vendieron en total 240 servicios, y que la empresa recaudó 4.320 euros. La asesoría de imagen tiene un precio de 16 euros por servicio, el diseño gráfico cuesta 24 euros por servicio y la gestión de redes sociales tiene un precio de 12 euros por servicio. Además, se sabe que la empresa vendió el doble de servicios de asesoría de imagen que de diseño gráfico.

a.- (5 puntos) Plantee el sistema de ecuaciones lineales asociado al problema y expréselo en la forma  $AX = B$ , donde  $A$  es la matriz de coeficientes,  $X$  es la matriz de incógnitas y  $B$  la matriz de términos independientes. Determine, utilizando técnicas matriciales, cuántos servicios de cada tipo fueron vendidos durante ese mes.

b.- (5 puntos) Suponga ahora que el precio de un servicio de diseño gráfico es  $m$  euros en lugar de 24 euros y el resto de valores se mantienen igual. Razone si se podría calcular la solución matemática del sistema utilizando la fórmula matricial  $X = A^{-1}B$  para los casos  $m = 4$  y  $m = 28$ . **Nota:** no se pide calcular la solución, solo se pide que se justifique la respuesta teniendo en cuenta si la matriz es regular (invertible) o no.

2.- (10 puntos) Una empresa de videojuegos está produciendo una consola de edición limitada. El coste total de producir  $x$  unidades de esta consola viene dado por la función  $C(x) = 1.500x + 1.000.000$ . Cada consola se vende a un precio unitario que depende de la cantidad de consolas vendidas,  $x$ , dado por la función  $P(x) = 4.000 - x$ . El coste total y el precio unitario se miden en euros.

a.- (6 puntos) Plantee la función que expresa el beneficio obtenido al vender  $x$  consolas. Determine los intervalos en los que el beneficio crece y decrece. ¿Cuántas consolas debe vender para obtener el máximo beneficio posible? Indique cuál es dicho beneficio.

**Nota:** Beneficio = Ingresos – Costes.

b.- (4 puntos) ¿Cuántas consolas tiene que vender la empresa para no tener pérdidas?

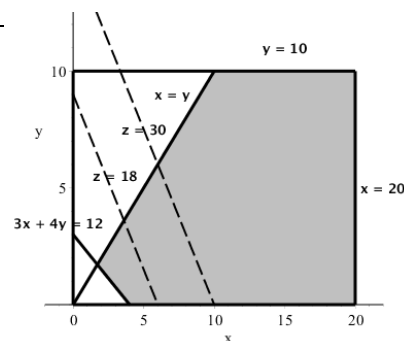
3.- (10 puntos) Diego es un joven guitarrista que ha sido invitado a abrir el concierto de Ed Sheeran, una oportunidad única para mostrarse ante una gran audiencia. Durante el evento, Diego interpretará cuatro canciones. Diego ha practicado mucho y, para cada canción, tiene una probabilidad de 0,9 de tocarla sin errores. Las interpretaciones de cada canción son independientes entre sí.

a.- (5 puntos) Diego estará orgulloso con su actuación si toca al menos tres canciones sin errores. ¿Cuál es la probabilidad de que al finalizar su actuación Diego se sienta orgulloso?

b.- (5 puntos) Diego decide evaluar su desempeño durante los ensayos previos al concierto. En 50 interpretaciones de sus canciones en los ensayos, estima que toca sin errores el 90% de las veces. Calcula un intervalo de confianza del 95% para la proporción de canciones tocadas sin errores durante los ensayos.

4.- (10 puntos) Elija DOS de las TRES cuestiones siguientes.

Q1.- (5 puntos) Dada la región factible  $S$  (parte sombreada de la figura) y expresada como  $S = \{3x + 4y \geq 12, x \geq y, 0 \leq x \leq 20, 0 \leq y \leq 10\}$ . Calcule el valor mínimo de la función objetivo,  $z = f(x, y) = 3x + 2y$ , el punto donde se alcanza y explique el procedimiento seguido para obtenerlo. **Nota:** como ayuda para la resolución, en la gráfica también se representan, en trazo discontinuo, las líneas de nivel de la función objetivo para los valores  $z = 18$  y  $z = 30$ .



Q2.- (5 puntos) Calcule  $\int_0^{16} \left( \frac{1}{\sqrt{2x+4}} + \frac{1}{x} \right) dx$ .

Q3.- (5 puntos) De los sucesos  $A$  y  $B$ , se sabe que:  $P(A) = \frac{1}{2}$ ,  $P(B) = \frac{2}{3}$  y  $P(A \cup B) = \frac{5}{6}$ . Calcule  $P(A \cap B)$  y  $P(\bar{A} \cap B)$  siendo  $\bar{A}$  el suceso contrario de  $A$ . ¿Son  $A$  y  $B$  dos sucesos independientes? Justifique la respuesta.

Tabla de la distribución normal (puede no ser necesaria para el examen):

| k   | 0,00   | 0,01   | 0,02   | 0,03   | 0,04   | 0,05   | 0,06   | 0,07   | 0,08   | 0,09   | k   |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-----|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 | 0,0 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 | 0,1 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 | 0,2 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6369 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 | 0,3 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 | 0,4 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 | 0,5 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 | 0,6 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 | 0,7 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 | 0,8 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 | 0,9 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 | 1,0 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 | 1,1 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 | 1,2 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 | 1,3 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 | 1,4 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 | 1,5 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 | 1,6 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 | 1,7 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 | 1,8 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 | 1,9 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 | 2,0 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 | 2,1 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 | 2,2 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 | 2,3 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 | 2,4 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 | 2,5 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 | 2,6 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 | 2,7 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 | 2,8 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 | 2,9 |
| 3,0 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9988 | 0,9988 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9990 | 0,9990 | 3,0 |
| 3,1 | 0,9990 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9993 | 0,9993 | 3,1 |
| 3,2 | 0,9993 | 0,9993 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9995 | 3,2 |
| 3,3 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9997 | 3,3 |
| 3,4 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9998 | 3,4 |
| 3,5 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 3,5 |
| 3,6 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 3,6 |

**NOTA:** En la tabla figuran los valores de  $P(Z \leq k)$  para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.