

La prova consta de dues parts. La Part A conté 3 preguntes a contestar sense diferents opcions, mentre que la Part B conté dues preguntes a contestar amb dos possibles subproblemes cada una d'elles, a contestar-ne un. Llavors l'alumnat ha de respondre a un total de 5 preguntes. En cas de contestar dos subproblemes d'una mateixa pregunta, només s'avaluarà el primer.

Justifiqui les respostes usant llenguatge matemàtic i/o no matemàtic, segons correspongui. Es permet utilitzar calculadora científica bàsica, però NO es permet l'ús de calculadores gràfiques ni programables, ni de dispositius que puguin transmetre o emmagatzemar informació. Es poden usar regles i bolígrafs de colors (excepte vermell i verd).

Part A. (preguntes 1, 2 i 3). Contestau TOTES les preguntes d'aquesta part

Problema 1. — La NASA es disposa a llançar una nau espacial des de la base que tenen a Cabo Cañaveral, Florida.

- [0.5 punt] Suposem que la nau viatja sempre en línia recta. Si es llança en direcció $\vec{d} = (2, 3, 6)$ i sabem que la Lluna es troba a 384.400 km de la Terra. Quines són les coordenades de la lluna respecte de la base localitzada a Cabo Cañaveral?
- [0.5 punt] Calcula el pla perpendicular a la trajectòria de la nau i que conté la Lluna.
- [0.5 punt] En lloc de llançar la nau directament cap a la Lluna, normalment es fa un primer llançament per ajustar la trajectòria i tot seguit es reajusta la trajectòria cap al destí desitjat. Si, partint des de la base, el primer llançament es fa en direcció $\vec{d}_{inicial} = (1, 1, 2)$, quina és la direcció que han de posar en el reajustament per tal d'arribar a la Lluna amb aquesta segona trajectòria?
- [0.5 punt] Calcula la intersecció de la recta que passa per la Lluna i té vector director $(2, 3, 6)$, amb el pla $z = 0$.

Problema 2. — Responen justificadament les preguntes següents:

- [1 punt] Calculeu l'àrea compresa entre les gràfiques de les funcions $f(x) = x^2$ i $g(x) = |x|$.
- [0.5 punts] Raoneu, sense calcular la integral, si $\int_1^2 x e^x dx$ té signe positiu o negatiu.
- [0.5 punts] Calculeu la integral $\int_1^2 x e^x dx$.

Problema 3. — [2 punts] El 38% dels habitants d'un poble afirmen que el seu esport preferit és la natació, mentre que el 21% prefereixen el ciclisme i la resta s'inclinen més per altres esports. Si s'escull a l'atzar una persona i, tot seguit una de diferent, calcula la probabilitat dels següents successos:

- [1 punt] Que una de les dues persones sigui aficionada al ciclisme i l'altra a la natació.
- [1 punt] Sabent que la primera prefereix el ciclisme, que la segona no prefereixi aquest esport.

Part B. (preguntes 4 i 5).

Problema 4. — [2 punts] Contestau només UNA de les següents preguntes (P4.1 o P4.2)

P4.1 Siguem $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la funció donada per $f(x) = \arctg(x + \pi)$, on $\arctg$ denota la funció arc tangent.

- (a) [1 punt] Determineu els intervals de concavitat i de convexitat de f . Estudieu i trobeu, si existeixen, els punts d'inflexió de f (abscisses on s'obtenen i valors que s'hi assoleixen).
- (b) [1 punt] Calculeu $\lim_{x \rightarrow -\pi} \frac{f(x)}{\sin(x)}$. Quin seria el valor del límit si canviem al denominador $\sin(x)$ per $g(x)$, essent $g(x) = \sin(x)$ si $x \neq -\pi$ i $g(-\pi) = 2$?

P4.2 La suma dels perímetres d'un quadrat i d'un triangle equilàter és de 100 metres.

- (a) [1.5 punts] Quines han de ser les mesures dels costats del quadrat i del triangle perquè la suma de les seves àrees sigui mínima?
- (b) [0.5 punts] És possible determinar les mesures dels costats del quadrat i del triangle perquè la suma de les seves àrees sigui màxima?

Problema 5. — [2 punts] Contestau només UNA de les següents preguntes (P5.1 o P5.2)

P5.1 Una fàbrica de productes químics produeix 3 fàrmacs diferents. Anualment, aquesta fàbrica té 4 clients que, durant el mes de febrer, van fer comandes i/o devolucions. Les dades corresponents (en milers d'unitats) s'han recollit en la següent matriu:

$$\begin{pmatrix} 9 & 5 & 2 \\ 3 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}.$$

- (a) [0.5 punts] Indiqueu què representen les files i les columnes, i especifiqueu quines són les compres que ha fet cada client durant el mes de febrer.
- (b) [1.5 punts] Sabent que el primer client ha gastat un total de 3250 €, el segon un total de 2850€ i el quart un total de 2800€, quin és el preu per unitat de cada fàrmac?

P5.2 Considera les matrius

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{i} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix},$$

i sigui O la matriu nul·la d'ordre 2×2 .

- (a) [1 punt] Calcula totes les matrius X tals que $AX - X = B$.
- (c) [1 punt] Indica totes les matrius Z que compleixen la igualtat $AZ = O$.