



PROVA D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT
PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD



CONVOCATÒRIA: MODEL 2026	CONVOCATORIA: MODELO 2026
ASSIGNATURA: MATEMÀTIQUES APLICADES A LES CIÈNCIES SOCIALS II	ASIGNATURA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES. II

BAREMO DEL EXAMEN: Se ha de contestar un problema del apartado 1, un problema del apartado 2 y el problema del apartado 3. En cada cuestión se indica la puntuación máxima, siendo la nota final la suma de las calificaciones de cada una de ellas. Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados. Está permitido el uso de regla. Las gráficas se harán con el mismo color que el resto del examen.

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Apartado 1. Responda **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

Problema 1. A. Consideramos las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Sabiendo que, si K es una matriz, K^t representa su matriz traspuesta, se pide:

- Calcular $M = AB^tC - D$. (0,75 puntos)
- Justificar si M es invertible y, si lo es, hallar su inversa. (0,75 puntos)
- Hallar M^2 y M^8 . (0,5 puntos)
- Justificar si son invertibles las matrices CC^t y C^tC . (0,5 puntos)
- Hallar la matriz X que satisface la ecuación $A^t + X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}^t = (C^tB)^t$. (1 punto)

Problema 1. B. Una empresa de organización de eventos desea poner a la venta dos tipos de entradas para un evento musical: entradas preferentes y entradas estándar, que se venden a 115€ y 90€, respectivamente, aunque en las localidades preferentes la empresa tiene unos gastos de 5€ por entrada porque en ellas se sirve un aperitivo. La instalación de cada localidad preferente tiene un coste de 20€ y la de cada localidad estándar de 10€; la empresa dispone de un presupuesto de 1.000€ para gastos de instalación. El aforo máximo es de 75 asientos.

- ¿Cuántas entradas de cada tipo se deben poner a la venta para obtener el máximo beneficio posible? (3 puntos)
- ¿Cuál es dicho beneficio máximo? (0,5 puntos)

Apartado 2. Responda **un** problema de este apartado de los dos propuestos.

Problema 2. A. Se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1+x^2}{1+x} & \text{si } 0 \leq x < 4 \\ 2x+4 & \text{si } 4 \leq x < 8 \\ 3x+60-x^2 & \text{si } 8 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

- a) Estudia la continuidad de esta función en el intervalo $[0, 9]$. (0,75 puntos)
- b) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función en el intervalo $[0, 9]$. (1,5 puntos)
- c) Calcular los puntos donde la función alcanza el máximo y el mínimo, y cuánto vale la función en esos puntos. (0,5 puntos)
- d) Calcula el área de la región delimitada por esta función, el eje OX , la recta de ecuación $x=8$ y la recta $x=9$. (0,75 puntos)

Problema 2. B. Cuando la temperatura de un invernadero se mantiene a x grados centígrados, siendo x un número real entre 10 y 30, la producción (en kilogramos) de cierta hortaliza viene dada por la función $Q(x) = 30x^2 + Ax + B - x^3$. Sabemos que la producción máxima se alcanza cuando el invernadero se mantiene a 21 grados centígrados, y que dicha producción máxima es 5.300 kg.

- a) Determina los valores A y B que aparecen en la función $Q(x)$. (1,5 puntos)
- b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $Q(x)$. (1 punto)
- c) Para valores de la temperatura comprendidos entre 10 y 30 grados centígrados, ¿en algún caso se obtiene una producción inferior a 1.000 kg? (1 punto)

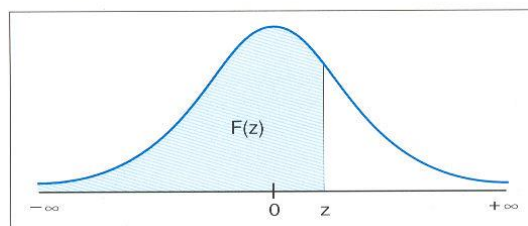
Apartado 3. Responda el único problema de este apartado.

Problema 3. Una empresa juguetera vende cajas con canicas. La empresa produce un 60% de canicas blancas y un 40% de canicas rojas, y cuando elabora una caja introduce al azar canicas blancas y rojas entre las producidas por la empresa.

- a) Si una caja tiene 6 canicas, calcula la probabilidad de que la caja contenga el mismo número de canicas blancas que de rojas. (0,75 puntos)
- b) Si una caja tiene 100 canicas, calcula aproximadamente la probabilidad de que la caja tenga al menos 57 canicas blancas. (0,75 puntos)
- c) El peso (en gramos) de las canicas blancas tiene distribución normal con media 10 y varianza 0.04. Calcula la probabilidad de que el peso de una canica blanca esté comprendido entre 9,95 y 10,15 gramos. (0,75 puntos)
- d) El peso (en gramos) de las canicas rojas tiene distribución normal con media 11 y varianza 0.09. Si una canica roja es tal que exactamente el 87,7% de las canicas rojas producidas pesan menos que ella, ¿cuánto pesa esta canica? (0,75 puntos)

Tabla de distribución normal $N(0, 1)$

$$F(z) = P(Z \leq z)$$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

TAULA DE LA DISTRIBUCIÓ BINOMIAL

TABLA DE LA DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

$$P[X = x] = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

n	x	p												
		0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
2	0	0,9801	0,9025	0,8100	0,7225	0,6400	0,5625	0,4900	0,4444	0,4225	0,3600	0,3025	0,2601	0,2500
	1	0,0198	0,0950	0,1800	0,2550	0,3200	0,3750	0,4200	0,4444	0,4550	0,4800	0,4950	0,4998	0,5000
	2	0,0001	0,0025	0,0100	0,0225	0,0400	0,0625	0,0900	0,1111	0,1225	0,1600	0,2025	0,2401	0,2500
3	0	0,9703	0,8574	0,7290	0,6141	0,5120	0,4219	0,3430	0,2963	0,2746	0,2160	0,1664	0,1327	0,1250
	1	0,0294	0,1354	0,2430	0,3251	0,3840	0,4219	0,4410	0,4444	0,4436	0,4320	0,4084	0,3823	0,3750
	2	0,0003	0,0071	0,0270	0,0574	0,0960	0,1406	0,1890	0,2222	0,2389	0,2880	0,3341	0,3674	0,3750
	3	0,0000	0,0001	0,0010	0,0034	0,0080	0,0156	0,0270	0,0370	0,0429	0,0640	0,0911	0,1176	0,1250
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,5220	0,4096	0,3164	0,2401	0,1975	0,1785	0,1296	0,0915	0,0677	0,0625
	1	0,0388	0,1715	0,2916	0,3685	0,4096	0,4219	0,4116	0,3951	0,3845	0,3456	0,2995	0,2600	0,2500
	2	0,0006	0,0135	0,0486	0,0975	0,1536	0,2109	0,2646	0,2963	0,3105	0,3456	0,3675	0,3747	0,3750
	3	0,0000	0,0005	0,0036	0,0115	0,0256	0,0469	0,0756	0,0988	0,1115	0,1536	0,2005	0,2400	0,2500
	4	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0016	0,0039	0,0081	0,0123	0,0150	0,0256	0,0410	0,0576	0,0625
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0345	0,0313
	1	0,0480	0,2036	0,3261	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3292	0,3124	0,2592	0,2059	0,1657	0,1563
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3292	0,3364	0,3456	0,3369	0,3185	0,3125
	3	0,0000	0,0011	0,0061	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1646	0,1811	0,2304	0,2757	0,3060	0,3125
	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0412	0,0488	0,0768	0,1128	0,1470	0,1563
	5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313
6	0	0,9415	0,7351	0,5314	0,3771	0,2621	0,1780	0,1176	0,0878	0,0754	0,0467	0,0277	0,0176	0,0156
	1	0,0571	0,2321	0,3543	0,3993	0,3932	0,3560	0,3025	0,2634	0,2437	0,1866	0,1359	0,1014	0,0938
	2	0,0014	0,0305	0,0984	0,1762	0,2458	0,2966	0,3241	0,3292	0,3280	0,3110	0,2780	0,2436	0,2344
	3	0,0000	0,0021	0,0146	0,0415	0,0819	0,1318	0,1852	0,2195	0,2355	0,2765	0,3032	0,3121	0,3125
	4	0,0000	0,0001	0,0012	0,0055	0,0154	0,0330	0,0595	0,0823	0,0951	0,1382	0,1861	0,2249	0,2344
	5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0015	0,0044	0,0102	0,0165	0,0205	0,0369	0,0609	0,0864	0,0938
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0007	0,0014	0,0018	0,0041	0,0083	0,0138	0,0156
7	0	0,9321	0,6983	0,4783	0,3206	0,2097	0,1335	0,0824	0,0585	0,0490	0,0280	0,0152	0,0090	0,0078
	1	0,0659	0,2573	0,3720	0,3960	0,3670	0,3115	0,2471	0,2048	0,1848	0,1306	0,0872	0,0604	0,0547
	2	0,0020	0,0406	0,1240	0,2097	0,2753	0,3115	0,3177	0,3073	0,2985	0,2613	0,2140	0,1740	0,1641
	3	0,0000	0,0036	0,0230	0,0617	0,1147	0,1730	0,2269	0,2561	0,2679	0,2903	0,2918	0,2786	0,2734
	4	0,0000	0,0002	0,0026	0,0109	0,0287	0,0577	0,0972	0,1280	0,1442	0,1935	0,2388	0,2676	0,2734
	5	0,0000	0,0000	0,0002	0,0012	0,0043	0,0115	0,0250	0,0384	0,0466	0,0774	0,1172	0,1543	0,1641
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0005	0,0006	0,0016	0,0037	0,0068	0,0078
8	0	0,9227	0,6634	0,4305	0,2725	0,1678	0,1001	0,0576	0,0390	0,0319	0,0168	0,0084	0,0046	0,0039
	1	0,0746	0,2793	0,3826	0,3847	0,3355	0,2670	0,1977	0,1561	0,1373	0,0896	0,0548	0,0352	0,0313
	2	0,0026	0,0515	0,1488	0,2376	0,2936	0,3115	0,2965	0,2731	0,2587	0,2090	0,1569	0,1183	0,1094
	3	0,0001	0,0054	0,0331	0,0839	0,1468	0,2076	0,2541	0,2731	0,2786	0,2787	0,2568	0,2273	0,2188
	4	0,0000	0,0004	0,0046	0,0185	0,0459	0,0865	0,1361	0,1707	0,1875	0,2322	0,2627	0,2730	0,2734
	5	0,0000	0,0000	0,0004	0,0026	0,0092	0,0231	0,0467	0,0683	0,0808	0,1239	0,1719	0,2098	0,2188
	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0011	0,0038	0,0100	0,0171	0,0217	0,0413	0,0703	0,1008	0,1094
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0012	0,0024	0,0033	0,0079	0,0164	0,0277	0,0313
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0002	0,0007	0,0017	0,0033	0,0039
9	0	0,9135	0,6302	0,3874	0,2316	0,1342	0,0751	0,0404	0,0260	0,0207	0,0101	0,0046	0,0023	0,0020
	1	0,0830	0,2985	0,3874	0,3679	0,3020	0,2253	0,1556	0,1171	0,1004	0,0605	0,0339	0,0202	0,0176
	2	0,0034	0,0629	0,1722	0,2597	0,3020	0,3003	0,2668	0,2341	0,2162	0,1612	0,1110	0,0776	0,0703
	3	0,0001	0,0077	0,0446	0,1069	0,1762	0,2336	0,2668	0,2731	0,2716	0,2508	0,2119	0,1739	0,1641
	4	0,0000	0,0006	0,0074	0,0283	0,0661	0,1168	0,1715	0,2048	0,2194	0,2508	0,2600	0,2506	0,2461
	5	0,0000	0,0000	0,0008	0,0050	0,0165	0,0389	0,0735	0,1024	0,1181	0,1672	0,2128	0,2408	0,2461
	6	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0028	0,0087	0,0210	0,0341	0,0424	0,0743	0,1160	0,1542	0,1641
	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0012	0,0039	0,0073	0,0098	0,0212	0,0407	0,0635	0,0703
	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0009	0,0013	0,0035	0,0083	0,0153	0,0176
	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0008	0,0016	0,0020

Soluciones

Álgebra 35 %	Análisis 35%	Probabilidad y Estadística 30%
--------------	--------------	--------------------------------

Pregunta 1. (Con optatividad – 3.5 puntos) Álgebra.

Pregunta 2. (Con optatividad – 3.5 puntos) Análisis.

Pregunta 3. (Obligatoria – 3 puntos) Probabilidad y Estadística.

Problema 1. A. Consideramos las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = (1 \ 1 \ 0), \quad C = (1 \ 2) \text{ y } D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}.$$

Sabiendo que, si K es una matriz, K^t representa su matriz traspuesta, se pide:

- Calcular $M = AB^tC - D$. (0,75 puntos)
- Justificar si M es invertible y, si lo es, hallar su inversa. (0,75 puntos)
- Hallar M^2 y M^8 . (0,5 puntos)
- Justificar si son invertibles las matrices CC^t y C^tC . (0,5 puntos)
- Hallar la matriz X que satisface la ecuación $A^t + X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}^t = (C^tB)^t$. (1 punto)

a) Calculamos la expresión de la matriz M .

$$M = AB^tC - D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} (1 \ 2) - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0+0 \\ -1+3+0 \end{pmatrix} (1 \ 2) - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} =$$

$$2 \times \boxed{3 \cdot 3} \times 1 \longrightarrow 2 \times 1$$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} (1 \ 2) - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$2 \times \boxed{1 \cdot 1} \times 2 \longrightarrow 2 \times 2$$

La matriz M tiene la expresión $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

b) Para que M sea invertible su determinante debe ser distinto de cero.

$$|M| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = -1 - 2 = -3 \neq 0$$

La matriz M es invertible. Hallamos su inversa.

$$M^{-1} = \frac{\text{Adj}(M^t)}{|M|} = \frac{\text{Adj}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}}{-3} = \frac{\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}}{-3} = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 \\ 1/3 & -1/3 \end{pmatrix}$$

La inversa de la matriz M tiene la expresión $M^{-1} = \begin{pmatrix} 1/3 & 2/3 \\ 1/3 & -1/3 \end{pmatrix}$.

c) Hallamos M^2 .

$$M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+2 & 2-2 \\ 1-1 & 2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 3I_2$$

Hallamos M^8 .

$$M^8 = (M^2)^4 = (3I_2)^4 = 3^4 (I_2)^4 = 81 \cdot I_2 = \begin{pmatrix} 81 & 0 \\ 0 & 81 \end{pmatrix}$$

Las matrices buscadas son $M^2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = 3I_2$ y $M^8 = 81 \cdot I_2 = \begin{pmatrix} 81 & 0 \\ 0 & 81 \end{pmatrix}$.

d) Hallamos las expresiones de CC^t y C^tC .

$$CC^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = (1+4) = (5)$$

$$1 \times \boxed{2 \cdot 2} \times 1 \rightarrow 1 \times 1$$

$$C^tC = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$2 \times \boxed{1 \cdot 1} \times 2 \rightarrow 2 \times 2$$

El determinante de la matriz $CC^t = (5)$ vale 5 que es un valor distinto de cero, por lo que la matriz CC^t tiene inversa.

El determinante de la matriz C^tC vale $|C^tC| = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} = 4 - 4 = 0$. Como el determinante es nulo la matriz C^tC no tiene inversa.

e) Despejamos X en la ecuación matricial.

$$A^t + X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}^t = (C^tB)^t \Rightarrow X \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = (C^tB)^t - A^t \Rightarrow X = \left[(C^tB)^t - A^t \right] \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{-1}$$

Determinamos la expresión de la matriz $(C^tB)^t - A^t$.

$$C^t B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} (1 \ 1 \ 0) = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow (C^t B)^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$(C^t B)^t - A^t = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

Determinamos la expresión de la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{-1}$.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^T}{\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}}{-1-2} = \frac{-1}{3} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Determinamos la expresión de la matriz X.

$$X = \left[(C^t B)^t - A^t \right] \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \frac{-1}{3} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \frac{-1}{3} \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & -1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \frac{-1}{3} \begin{pmatrix} 0-3 & 0+3 \\ -1+1 & -2-1 \\ 2+1 & 4-1 \end{pmatrix} = \frac{-1}{3} \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 0 & -3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$3 \times \boxed{2 \cdot 2} \times 2 \longrightarrow 3 \times 2$

La matriz X solución de la ecuación $A^t + X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}^t = (C^t B)^t$ tiene la expresión $X = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$.

Problema 1. B. Una empresa de organización de eventos desea poner a la venta dos tipos de entradas para un evento musical: entradas preferentes y entradas estándar, que se venden a 115€ y 90€, respectivamente, aunque en las localidades preferentes la empresa tiene unos gastos de 5€ por entrada porque en ellas se sirve un aperitivo. La instalación de cada localidad preferente tiene un coste de 20€ y la de cada localidad estándar de 10€; la empresa dispone de un presupuesto de 1.000€ para gastos de instalación. El aforo máximo es de 75 asientos.

- a) ¿Cuántas entradas de cada tipo se deben poner a la venta para obtener el máximo beneficio posible? (3 puntos)
 b) ¿Cuál es dicho beneficio máximo? (0,5 puntos)

a) Llamamos x = número de entradas preferentes e y = número de entradas estándar.
 Realizamos una tabla.

	Coste de aperitivo	Gastos instalación	Ingresos
Nº entradas preferentes (x)	$5x$	$20x$	$115x$
Nº entradas estándar (y)		$10y$	$90y$
TOTALES	$5x$	$20x + 10y$	$115x + 90y$

La función objetivo que deseamos maximizar son los beneficios que son la diferencia entre los ingresos por las entradas y los gastos en el aperitivo:

$$B(x, y) = 115x + 90y - 5x = 110x + 90y.$$

Las restricciones son:

“La empresa dispone de un presupuesto de 1.000€ para gastos de instalación” $\rightarrow$
 $20x + 10y \leq 1000$

“El aforo máximo es de 75 asientos” $\rightarrow x + y \leq 75$.

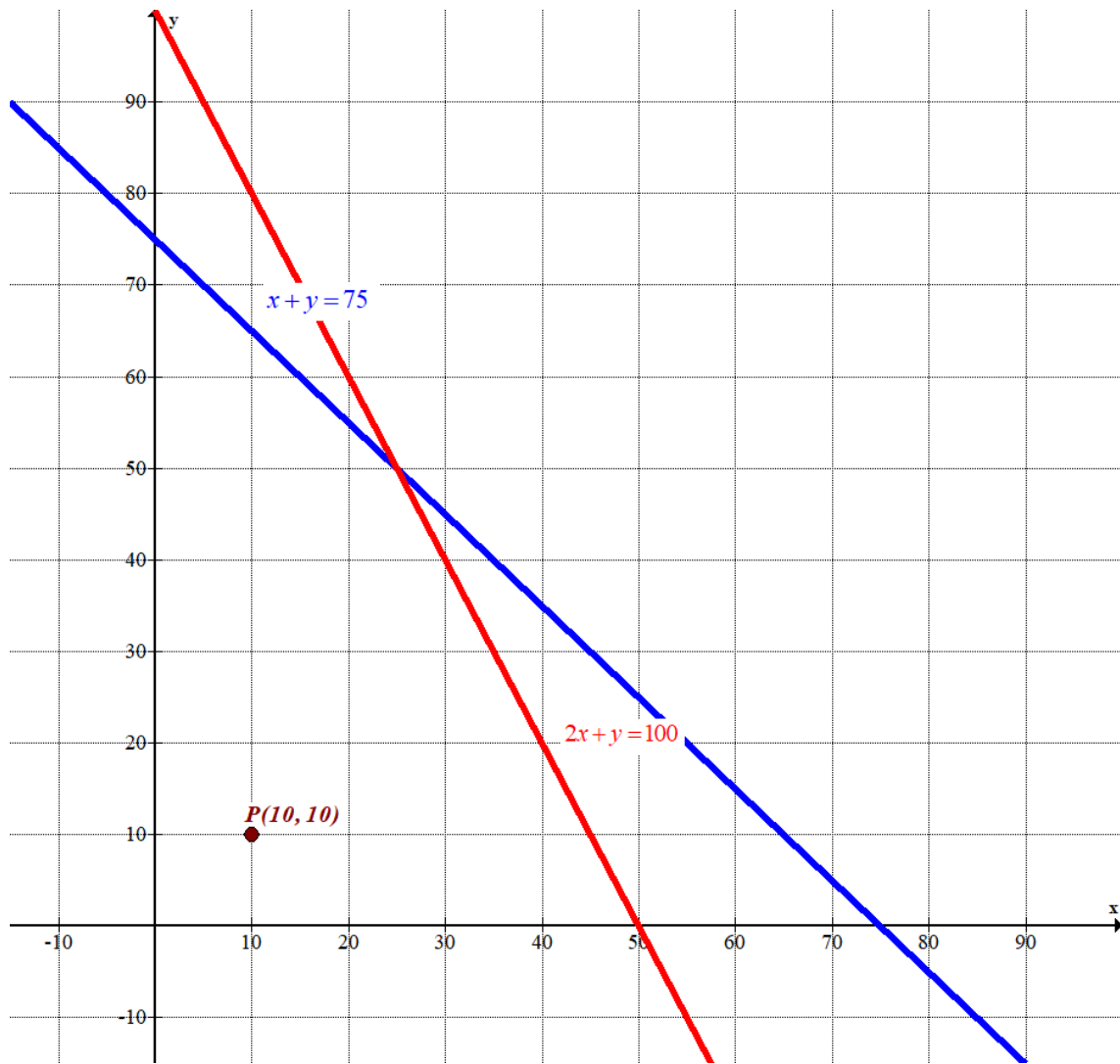
Las cantidades deben ser positivas $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0$

Reunimos todas las restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 20x + 10y \leq 1000 \\ x + y \leq 75 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + y \leq 100 \\ x + y \leq 75 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Dibujamos las rectas que delimitan la región factible.

$2x + y = 100$		$x + y = 75$		$x \geq 0; y \geq 0$ Primer cuadrante
x	$y = 100 - 2x$	x	$y = 75 - x$	
0	100	0	75	
25	50	25	50	
50	0	50	25	

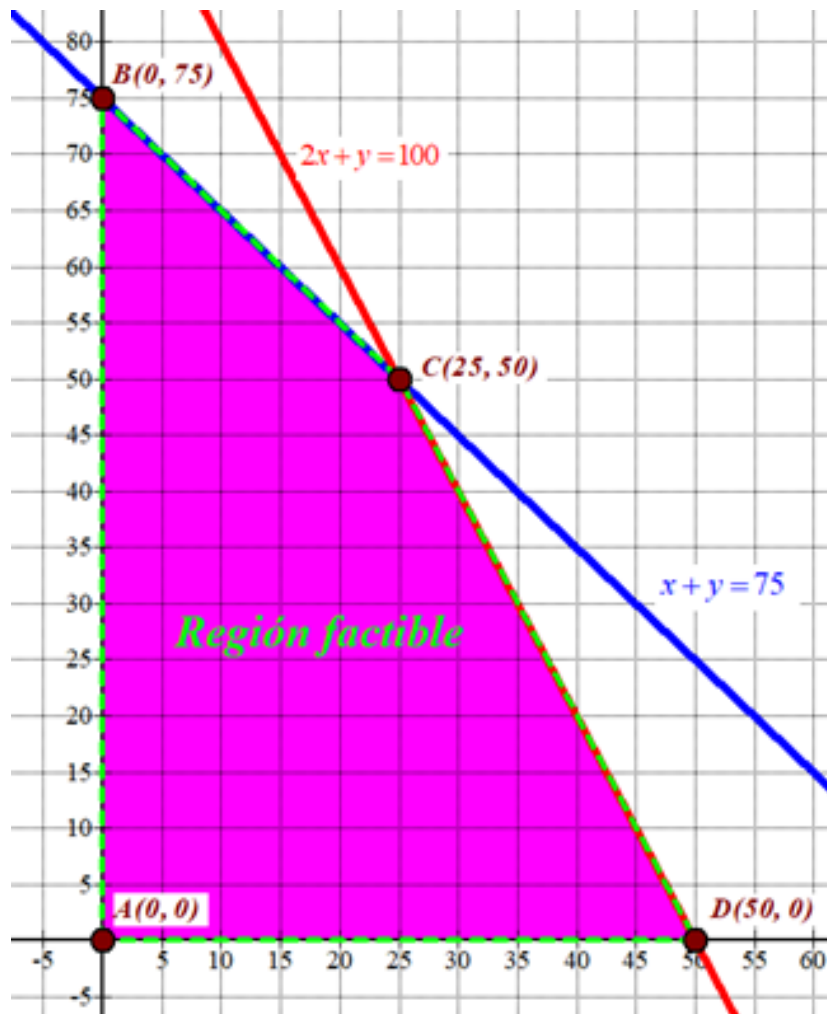


Como las restricciones del problema son $\left. \begin{array}{l} 2x + y \leq 100 \\ x + y \leq 75 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$ la región factible es la región del

primer cuadrante que está por debajo de las rectas azul y roja. Comprobamos que el punto $P(10, 10)$ perteneciente a dicha región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 10 + 10 \leq 100 \\ 10 + 10 \leq 75 \\ 10 \geq 0; 10 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas! }$$

Coloreamos de rosa la región factible en el siguiente dibujo y determinamos las coordenadas de sus vértices.



Los vértices son A(0, 0); B(0, 75), C(25, 50) y D(50, 0).

Valoramos la función objetivo $B(x, y) = 110x + 90y$ en cada vértice en busca del valor máximo.

$$A(0, 0) \rightarrow B(0, 0) = 0$$

$$B(0, 75) \rightarrow B(0, 75) = 110 \cdot 0 + 90 \cdot 75 = 6750$$

$$C(25, 50) \rightarrow B(25, 50) = 110 \cdot 25 + 90 \cdot 50 = 7250 \text{ ¡Máximo!}$$

$$D(50, 0) \rightarrow B(50, 0) = 110 \cdot 50 + 90 \cdot 0 = 5500$$

El valor máximo de la función beneficios se obtiene en el vértice C(25, 50). Se deben vender 25 entradas preferentes y 50 estándar para maximizar los beneficios.

b) El máximo beneficio que se puede obtener es de 7250 €.

Problema 2. A. Se considera la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1+x^2}{1+x} & \text{si } 0 \leq x < 4 \\ 2x+4 & \text{si } 4 \leq x < 8 \\ 3x+60-x^2 & \text{si } 8 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

- a) Estudia la continuidad de esta función en el intervalo $[0, 9]$. (0,75 puntos)
 b) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de la función en el intervalo $[0, 9]$. (1,5 puntos)
 c) Calcular los puntos donde la función alcanza el máximo y el mínimo, y cuánto vale la función en esos puntos. (0,5 puntos)
 d) Calcula el área de la región delimitada por esta función, el eje OX , la recta de ecuación $x=8$ y la recta $x=9$. (0,75 puntos)

a) En el intervalo $[0, 4)$ la función tiene la expresión $f(x) = \frac{1+x^2}{1+x}$, que es una expresión fraccionaria cuyo denominador se anula para $x=-1$ que no pertenece al intervalo de definición $[0, 4)$ y por tanto es continua.

En el intervalo $(4, 8)$ la función tiene la expresión $f(x) = 2x+4$, que es una expresión polinómica y por tanto continua.

En el intervalo $(8, 9]$ la función tiene la expresión $f(x) = 3x+60-x^2$, que es una expresión polinómica y por tanto continua.

Estudiamos la continuidad en los cambios de definición $x=4$ y $x=8$.

$$\left. \begin{aligned} f(4) &= 2 \cdot 4 + 4 = 12 \\ \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{1+x^2}{1+x} = \frac{1+4^2}{1+4} = \frac{17}{5} = 3.4 \\ \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 4^+} 2x+4 = 12 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = 3.4 \neq 12 = \lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$$

La función no es continua en $x=4$.

$$\left. \begin{aligned} f(8) &= 3 \cdot 8 + 60 - 8^2 = 20 \\ \lim_{x \rightarrow 8^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 8^-} 2x+4 = 2 \cdot 8 + 4 = 20 \\ \lim_{x \rightarrow 8^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 8^+} 3x+60-x^2 = 20 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(8) = \lim_{x \rightarrow 8^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 8^+} f(x) = 20$$

La función es continua en $x=8$.

La función es continua en $[0, 4) \cup (4, 9]$.

b) Obtenemos la derivada de la función.

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{2x \cdot (1+x) - 1 \cdot (1+x^2)}{(1+x)^2} = \frac{2x + 2x^2 - 1 - x^2}{(1+x)^2} = \frac{x^2 + 2x - 1}{(1+x)^2} & \text{si } 0 \leq x < 4 \\ 2 & \text{si } 4 < x < 8 \\ 3 - 2x & \text{si } 8 < x \leq 9 \end{cases}$$

En el intervalo $[0, 4)$ la derivada es $f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{(1+x)^2}$. Averiguamos cuando se anula.

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{x^2 + 2x - 1}{(1+x)^2} = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-1)}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} = -1 \pm \sqrt{2} = \begin{cases} -1 - \sqrt{2} \approx -2.41 \notin [0, 4) \\ -1 + \sqrt{2} \approx 0.41 \in [0, 4) \end{cases}$$

La función presenta un punto crítico en $x = -1 + \sqrt{2}$. Estudiamos el signo de la derivada antes y después de este valor.

- En el intervalo $[0, -1 + \sqrt{2})$ tomamos $x = 0.1$ y la derivada vale

$$f'(0.1) = \frac{0.1^2 + 2 \cdot 0.1 - 1}{(1+0.1)^2} = \frac{-79}{121} < 0. \text{ La función decrece en } [0, -1 + \sqrt{2}).$$

- En el intervalo $(-1 + \sqrt{2}, 4)$ tomamos $x = 1$ y la derivada vale

$$f'(1) = \frac{1^2 + 2 \cdot 1 - 1}{(1+1)^2} = \frac{2}{4} > 0. \text{ La función crece en } (-1 + \sqrt{2}, 4).$$

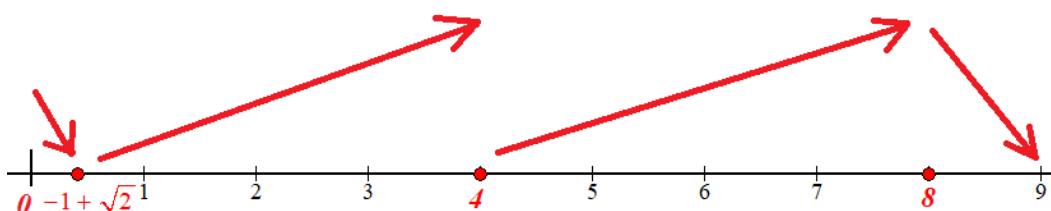
En el intervalo $(4, 8)$ la derivada es $f'(x) = 2 > 0$. La función es creciente en este intervalo.

En el intervalo $(8, 9]$ la derivada es $f'(x) = 3 - 2x$. Averiguamos cuando se anula.

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3 - 2x = 0 \Rightarrow 3 = 2x \Rightarrow x = \frac{3}{2} = 1.5 \notin (8, 9]$$

Como el punto crítico no pertenece al intervalo de definición no hay cambios en dicho intervalo. Tomamos $x = 8.5$ y la derivada vale $f'(8.5) = 3 - 2 \cdot 8.5 = -14 < 0$. La función decrece en $(8, 9]$.

La función sigue el esquema siguiente.

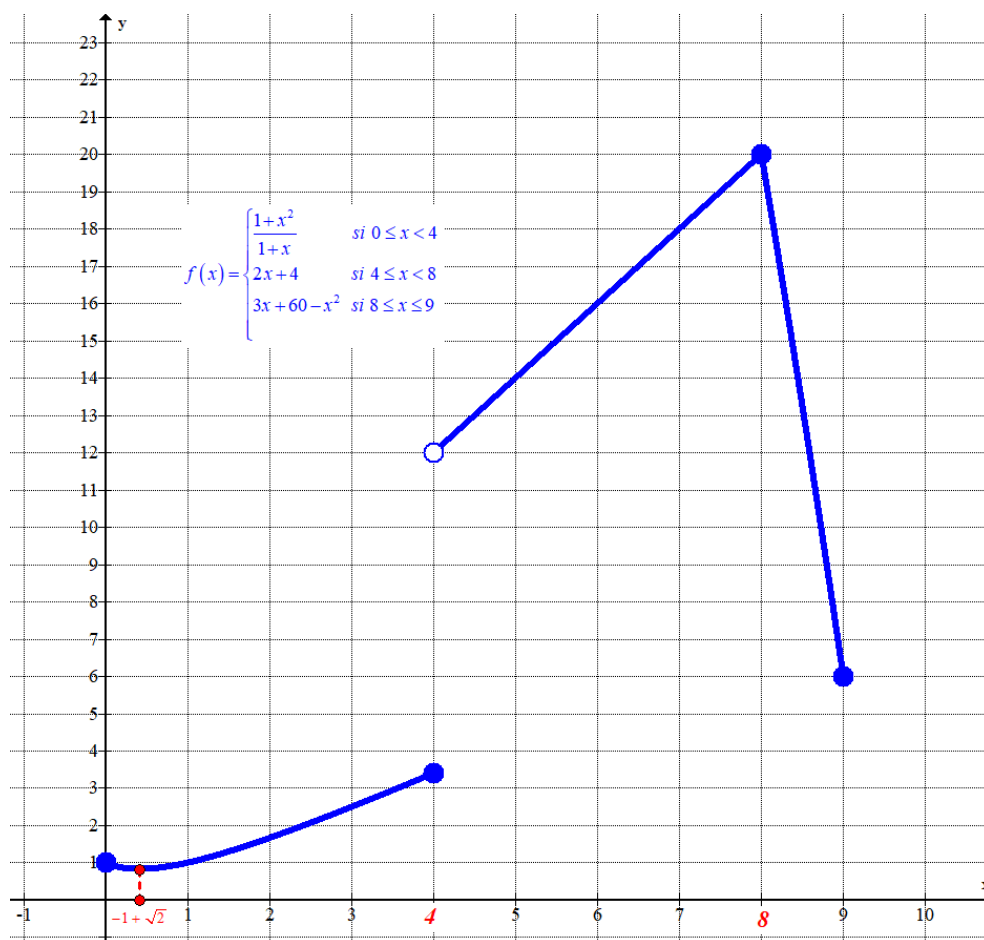


La función decrece en $[0, -1 + \sqrt{2}) \cup (8, 9]$ y crece en $(-1 + \sqrt{2}, 4) \cup (4, 8)$.

c) Valoramos la función en los extremos de los intervalos y en $x = -1 + \sqrt{2}$ para averiguar donde se alcanza el valor máximo y donde el valor mínimo.

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= \frac{1+0^2}{1+0} = 1 \\ f(-1+\sqrt{2}) &= \frac{1+(-1+\sqrt{2})^2}{1-1+\sqrt{2}} = \frac{4-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -2+2\sqrt{2} \approx 0.83 \text{ Mínimo} \\ \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{1+x^2}{1+x} = \frac{1+4^2}{1+4} = \frac{17}{5} = 3.4 \\ f(4) &= 2 \cdot 4 + 4 = 12 \\ f(8) &= 3 \cdot 8 + 60 - 8^2 = 20 \text{ Máximo} \\ f(9) &= 3 \cdot 9 + 60 - 9^2 = 6 \end{aligned} \right\}$$

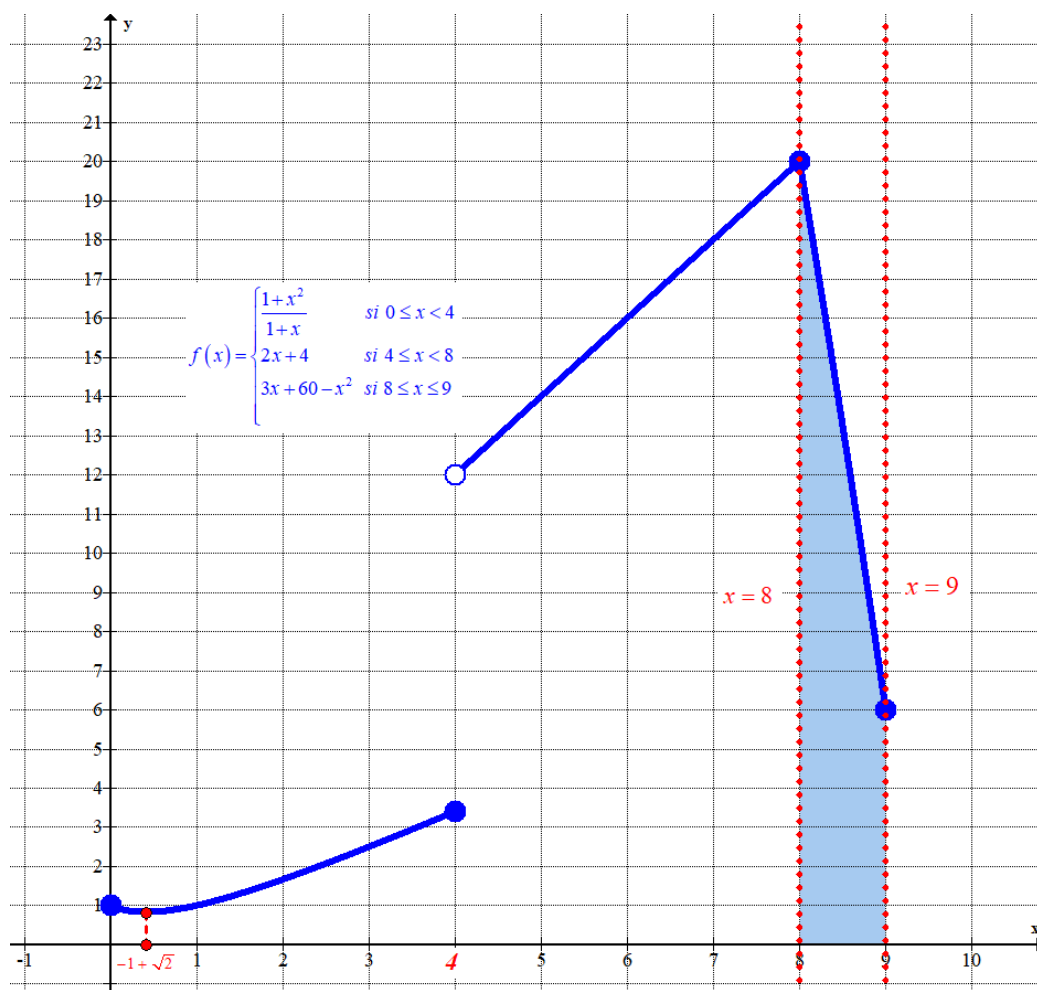
El mínimo valor que alcanza la función es $-2 + \sqrt{2}$ y se alcanza en $x = -1 + \sqrt{2}$.
El máximo valor que alcanza la función es 20 y se alcanza en $x = 8$.



d) La función en el intervalo $[8,9]$ tiene la expresión $f(x) = 3x + 60 - x^2$. En el apartado anterior hemos visto que la función en este intervalo decrece desde 20 hasta 6, por lo que la función siempre es positiva.

El área de la región delimitada por esta función, el eje OX , la recta de ecuación $x=8$ y la recta $x=9$ es el valor de la integral definida entre 8 y 9 de la función.

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \int_8^9 f(x) dx = \int_8^9 3x + 60 - x^2 dx = \left[\frac{3x^2}{2} + 60x - \frac{x^3}{3} \right]_8^9 = \\ &= \left[\frac{3 \cdot 9^2}{2} + 60 \cdot 9 - \frac{9^3}{3} \right] - \left[\frac{3 \cdot 8^2}{2} + 60 \cdot 8 - \frac{8^3}{3} \right] = \boxed{\frac{79}{3} \approx 13.166 u^2} \end{aligned}$$



Problema 2. B. Cuando la temperatura de un invernadero se mantiene a x grados centígrados, siendo x un número real entre 10 y 30, la producción (en kilogramos) de cierta hortaliza viene dada por la función $Q(x) = 30x^2 + Ax + B - x^3$. Sabemos que la producción máxima se alcanza cuando el invernadero se mantiene a 21 grados centígrados, y que dicha producción máxima es 5.300 kg.

- a) Determina los valores A y B que aparecen en la función $Q(x)$. (1,5 puntos)
 b) Determina los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función $Q(x)$. (1 punto)
 c) Para valores de la temperatura comprendidos entre 10 y 30 grados centígrados, ¿en algún caso se obtiene una producción inferior a 1.000 kg? (1 punto)

- a) Si la producción máxima se alcanza cuando el invernadero se mantiene a 21 grados centígrados entonces la derivada se anula para $x = 21 \rightarrow Q'(21) = 0$.

$$\left. \begin{aligned} Q(x) &= 30x^2 + Ax + B - x^3 \rightarrow Q'(x) = 60x + A - 3x^2 \\ Q'(21) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 60 \cdot 21 + A - 3 \cdot 21^2 = 0 \Rightarrow A - 63 = 0 \Rightarrow \boxed{A = 63}$$

La función queda $Q(x) = 30x^2 + 63x + B - x^3$. Si la producción máxima se produce con 21 grados y dicha producción máxima es de 5.300 kg entonces tenemos que $Q(21) = 5300$.

$$\left. \begin{aligned} Q(21) &= 5300 \\ Q(x) &= 30x^2 + 63x + B - x^3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 30 \cdot 21^2 + 63 \cdot 21 + B - 21^3 = 5300 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5292 + B = 5300 \Rightarrow \boxed{B = 5300 - 5292 = 8}$$

Los valores buscados son $A = 63$ y $B = 8$. La expresión de la función de producción quedaría $Q(x) = 30x^2 + 63x + 8 - x^3$

- b) Calculamos la derivada y la igualamos a cero en busca de los puntos críticos. Sabemos que tiene un máximo en 21 grados, realmente buscamos algún punto crítico más.

$$Q(x) = 30x^2 + 63x + 8 - x^3 \Rightarrow Q'(x) = 60x + 63 - 3x^2$$

$$Q'(x) = 0 \Rightarrow 60x + 63 - 3x^2 = 0 \Rightarrow -x^2 + 20x + 21 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-20 \pm \sqrt{20^2 - 4(-1) \cdot 21}}{2(-1)} = \frac{-20 \pm 22}{-2} = \begin{cases} = \frac{-20 + 22}{-2} = -1 \notin [10, 30] \\ = \frac{-20 - 22}{-2} = 21 \in [10, 30] \end{cases}$$

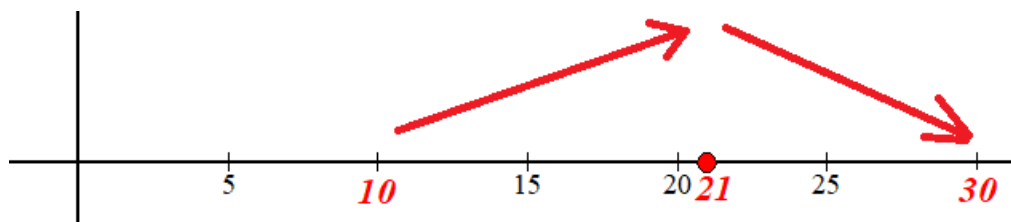
La función presenta un único punto crítico en 21 grados. Estudiamos el signo de la derivada antes y después de 21 (comprobamos que es un máximo).

- En el intervalo $[10, 21)$ tomamos $x = 15$ y la derivada vale $Q'(15) = 60 \cdot 15 + 63 - 3 \cdot 15^2 = 288 > 0$. La función crece en $[10, 21)$.
- En el intervalo $(21, 30]$ tomamos $x = 25$ y la derivada vale $Q'(25) = 60 \cdot 25 + 63 - 3 \cdot 25^2 = -312 < 0$. La función decrece en $(21, 30]$.

La función crece en $[10, 21)$ y decrece en $(21, 30]$.

c) Comprobamos si es posible que $Q(x) < 1000$.

La producción sigue el esquema siguiente (obtenido en el apartado anterior).



Los valores mínimos la función los alcanza en los extremos del intervalo de definición $[10, 30]$. Calculamos el valor de la función en dichos extremos.

$$\left. \begin{array}{l} Q(10) = 30 \cdot 10^2 + 63 \cdot 10 + 8 - 10^3 = 2638 \\ Q(30) = 30 \cdot 30^2 + 63 \cdot 30 + 8 - 30^3 = 1898 \end{array} \right\} \Rightarrow Q(30) = 1898 \text{ ¡Mínima producción!}$$

El valor mínimo que alcanza la función $Q(x)$ en el intervalo $[10, 30]$ es 1898 kilogramos, por lo que podemos afirmar que la producción nunca es inferior a 1000 kilogramos.

Problema 3. Una empresa juguetera vende cajas con canicas. La empresa produce un 60% de canicas blancas y un 40% de canicas rojas, y cuando elabora una caja introduce al azar canicas blancas y rojas entre las producidas por la empresa.

- Si una caja tiene 6 canicas, calcula la probabilidad de que la caja contenga el mismo número de canicas blancas que de rojas. (0,75 puntos)
- Si una caja tiene 100 canicas, calcula aproximadamente la probabilidad de que la caja tenga al menos 57 canicas blancas. (0,75 puntos)
- El peso (en gramos) de las canicas blancas tiene distribución normal con media 10 y varianza 0.04. Calcula la probabilidad de que el peso de una canica blanca esté comprendido entre 9,95 y 10,15 gramos. (0,75 puntos)
- El peso (en gramos) de las canicas rojas tiene distribución normal con media 11 y varianza 0.09. Si una canica roja es tal que exactamente el 87,7% de las canicas rojas producidas pesan menos que ella, ¿cuánto pesa esta canica? (0,75 puntos)

- a) Consideramos la variable aleatoria X = Número de canicas rojas en una bolsa de 6 canicas. Esta variable es una binomial de parámetros $n = 6$ y $p =$ probabilidad de que una canica elegida al azar sea roja $= 0.40$. $X = B(6, 0.4)$

Nos piden calcular la probabilidad de que una bolsa de 6 canicas tenga 3 canicas rojas, es decir, $P(X = 3)$. Mirando en la tabla de la binomial tenemos que $P(X = 3) = 0.2765$.

		p										
n	x	0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0
2	0	0,9801	0,9025	0,8100	0,7225	0,6400	0,5625	0,4900	0,4444	0,4225	0,4000	0
	1	0,0198	0,0950	0,1800	0,2550	0,3200	0,3750	0,4200	0,4444	0,4550	0,4600	0
	2	0,0001	0,0025	0,0100	0,0225	0,0400	0,0625	0,0900	0,1111	0,1225	0,1600	0
3	0	0,9703	0,8574	0,7290	0,6141	0,5120	0,4219	0,3430	0,2963	0,2746	0,2160	0
	1	0,0294	0,1354	0,2430	0,3251	0,3840	0,4219	0,4410	0,4444	0,4436	0,3320	0
	2	0,0003	0,0071	0,0270	0,0574	0,0960	0,1406	0,1890	0,2222	0,2389	0,2880	0
	3	0,0000	0,0001	0,0010	0,0034	0,0080	0,0156	0,0270	0,0370	0,0429	0,0640	0
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,5220	0,4096	0,3164	0,2401	0,1975	0,1785	0,1296	0
	1	0,0388	0,1715	0,2916	0,3685	0,4096	0,4219	0,4116	0,3951	0,3845	0,3456	0
	2	0,0006	0,0135	0,0486	0,0975	0,1536	0,2109	0,2646	0,2963	0,3105	0,3456	0
	3	0,0000	0,0005	0,0036	0,0115	0,0256	0,0469	0,0756	0,0988	0,1115	0,1536	0
	4	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0016	0,0039	0,0081	0,0123	0,0150	0,0256	0
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0
	1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3955	0,3602	0,3292	0,3124	0,2592	0
	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3292	0,3364	0,3456	0
	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1646	0,1811	0,2304	0
	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0412	0,0488	0,0768	0
	5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0
6	0	0,9415	0,7351	0,5314	0,3771	0,2621	0,1780	0,1176	0,0878	0,0754	0,0467	0
	1	0,0571	0,2321	0,3543	0,3993	0,3932	0,3560	0,3025	0,2634	0,2437	0,1966	0
	2	0,0014	0,0305	0,0984	0,1762	0,2458	0,2966	0,3241	0,3292	0,3280	0,3110	0
	3	0,0000	0,0021	0,0116	0,0315	0,0610	0,1010	0,1453	0,1895	0,2295	0,2765	0

- b) Consideramos la variable aleatoria X = Número de canicas blancas en una bolsa de 100 canicas.

Esta variable es una binomial de parámetros $n = 100$ y $p =$ probabilidad de que una canica elegida al azar sea blanca $= 0.60$. $X = B(100, 0.6)$

Como el número de repeticiones es muy alto aproximamos esta variable binomial con una normal Y de media $\mu = np = 100 \cdot 0.6 = 60$ y desviación típica

$$\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{100 \cdot 0.6 \cdot 0.4} = \sqrt{24} \approx 4.9. Y = N(60, 4.9).$$

Esta aproximación es buena pues $np = 60 > 5$ y $nq = 100 \cdot 0.4 = 40 > 5$.

Nos piden calcular la probabilidad de que la caja de 100 canicas tenga al menos 57 canicas blancas, es decir, $P(X \geq 57)$.

$$P(X \geq 57) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Corrección} \\ \text{de Yates} \end{array} \right\} = P(Y \geq 56.5) = \{ \text{Tipificamos} \} = P\left(Z \geq \frac{56.5 - 60}{4.9}\right) =$$

$$= P(Z \geq -0.71) = P(Z \leq 0.71) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Buscamos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} = \boxed{0.7611}$$

z	0,00	0,01
0,0	0,5000	0,5040
0,1	0,5398	0,5438
0,2	0,5793	0,5832
0,3	0,6179	0,6217
0,4	0,6554	0,6591
0,5	0,6915	0,6950
0,6	0,7257	0,7291
0,7	0,7580	0,7611

c) Consideramos X = El peso (en gramos) de las canicas blancas. La desviación típica de esta variable es $\sigma = \sqrt{\text{Varianza}} = \sqrt{0.04} = 0.2$ gramos. $X = N(10, 0.2)$.

Debemos calcular $P(9.95 \leq X \leq 10.15)$.

$$P(9.95 \leq X \leq 10.15) = \{ \text{Tipificamos} \} = P\left(\frac{9.95 - 10}{0.2} \leq Z \leq \frac{10.15 - 10}{0.2}\right) =$$

$$= P(-0.25 \leq Z \leq 0.75) = P(Z \leq 0.75) - P(Z \leq -0.25) =$$

$$= P(Z \leq 0.75) - P(Z \geq 0.25) = P(Z \leq 0.75) - [1 - P(Z \leq 0.25)] =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} = 0.7734 - (1 - 0.5987) = \boxed{0.3721}$$

d) Consideramos X = El peso (en gramos) de las canicas rojas. La desviación típica de esta variable es $\sigma = \sqrt{\text{Varianza}} = \sqrt{0.09} = 0.3$ gramos. $X = N(11, 0.3)$.

Debemos calcular "a" tal que $P(X \leq a) = 0.877$.

$$P(X \leq a) = 0.877 \Rightarrow \{ \text{Tipificamos} \} \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{a - 11}{0.3}\right) = 0.877 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0,1) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{a - 11}{0.3} = 1.16 \Rightarrow a - 11 = 0.348 \Rightarrow \boxed{a = 11.348 \text{ gramos}}$$

La canica debe pesar 11.348 gramos.

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0