



PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
PARA MAYORES DE 25 Y 45 AÑOS
2026

184 - MATEMÁTICAS APLIC. CC. SOCIALES

NOTA IMPORTANTE: Se debe responder a un máximo de 4 cuestiones, una de cada bloque. Las cuestiones se pueden hacer en cualquier orden. En cada BLOQUE se debe hacer sólo la CUESTIÓN 1 o la CUESTIÓN 2. La elección de CUESTIÓN 1 o CUESTIÓN 2 puede cambiar de un bloque a otro. Si se responden 2 CUESTIONES de un bloque, sólo se corregirá la primera CUESTIÓN contestada. Cada cuestión tiene una puntuación entre 2 y 3 puntos. Sólo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

BLOQUE 1 (a elegir una cuestión):

CUESTIÓN 1: [2 puntos] Discutir el siguiente sistema lineal de ecuaciones en función de los valores del parámetro a : **[1 punto]**

$$\left. \begin{array}{l} x + y + 2z = 3 \\ 2x + ay - z = -1 \\ x - y = 1 \end{array} \right\}$$

a) Resolverlo para $a = 1$. **[1 punto]**

CUESTIÓN 2: [2 puntos]

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Justifique que $(A - I)$ es una matriz regular. **[0,5 puntos]**

b) Calcule $(A - I)^{-1}$. **[0,75 puntos]**

c) Resuelva la ecuación matricial $AX - X = B + A$. **[0,75 puntos]**

BLOQUE 2 (a elegir una cuestión):

CUESTIÓN 1. [2 puntos]

Sea el sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y \leq 8 \\ x + y \geq 2 \\ x \leq 5 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

a) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices. **[1 punto]**

b) Considere la función $f(x, y) = x + y$. Calcule, si existen, los puntos que dan el valor máximo valor de esta función en la región dada por el sistema. **[1 punto]**

CUESTIÓN 2. [2 puntos]

Sea el sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 6 \\ y \geq x \\ x \geq 1 \\ y \geq 2 \end{array} \right\}$$

- a) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices. **[1 punto]**
 b) Considere la función $f(x, y) = 2x + 3y$. Calcule, si existen, los puntos que dan el valor máximo valor de esta función en la región dada por el sistema. **[1 punto]**

BLOQUE 3 (a elegir una cuestión):

CUESTIÓN 1. [3 puntos] Realiza:

- a) Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ x^3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

- a.1) Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ **[0,5 puntos]**
 a.2) Estudie la continuidad de $f(x)$. **[1 punto]**
 a.3) Calcule $f'(1)$. Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$. **[0,75 puntos]**
- b) Represente gráficamente el recinto limitado por $y = x^2$ y la recta $y = 2x$. Calcule su área. **[0,75 puntos]**

CUESTIÓN 2. [3 puntos] Realiza:

- a) Dada la función:

$$f(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 4}$$

- a.1) Determine su dominio. **[0,25 puntos]**
 a.2) Estudie la existencia de asíntotas. **[0,75 puntos]**
 a.3) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$. **[1 punto]**
 a.4) Calcule el valor o valores de x donde la función tiene un punto mínimo o máximo. Calcule el valor de la función en dichos puntos. **[0,25 puntos]**
- b) Represente gráficamente el recinto del plano limitado por $y = 4$, $y = x^2$, $x = 0$ y $x = 2$. Calcule su área. **[0,75 puntos]**

BLOQUE 4 (a elegir una cuestión):

CUESTIÓN 1: [3 puntos]

Una bodega envasa vino blanco godello y vino blanco verdejo en la misma proporción. Por defectos en el proceso de envasado, algunas botellas de vino blanco godello salen con la etiqueta de vino blanco verdejo. Se sabe que el porcentaje de botellas de vino blanco godello que llevan vino de la variedad godello es 82% y que el porcentaje de botellas de vino blanco verdejo que llevan vino de la variedad verdejo es 92%.

- a) Calcular la probabilidad de que una botella tomada al azar tenga el vino de la variedad que le corresponde. **[2 puntos]**
 b) Si sabemos que una botella tomada al azar es defectuosa, calcular la probabilidad de que sea de la variedad verdejo. **[1 punto]**

CUESTIÓN 2: [3 puntos]

La superficie, en m^2 , de los pisos de nueva construcción en la zona norte de Murcia sigue una distribución normal con media μ desconocida y desviación igual a 20 m^2 .

a) Si en una muestra de 225 pisos, la superficie media es 95 m^2 , calcula un intervalo de confianza con un 92% de confianza para la media de la superficie de los pisos de nueva construcción en la zona norte de Murcia. **[1,5 puntos]**

b) Si se quiere estimar la media poblacional μ con un error máximo de $2,5 \text{ m}^2$ y con un nivel de confianza del 96%, ¿cuál será el tamaño muestral necesario? **[1,5 puntos]**

SOLUCIONES

BLOQUE 1 CUESTIÓN 1: [2 puntos] Discutir el siguiente sistema lineal de ecuaciones en función de los valores del parámetro a : **[1 punto]**

$$\left. \begin{array}{l} x + y + 2z = 3 \\ 2x + ay - z = -1 \\ x - y = 1 \end{array} \right\}$$

a) Resolverlo para $a = 1$. **[1 punto]**

La matriz de coeficientes asociada al sistema es $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & a & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$ y la matriz ampliada es

$$A/B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & a & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Averiguamos cuando se anula el determinante de la matriz A.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & a & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 1 - 4 - 2a - 0 - 1 = -2a - 6$$

$$|A| = 0 \Rightarrow -6 - 2a = 0 \Rightarrow 2a = -6 \Rightarrow \boxed{a = -3}$$

Distinguimos dos casos que analizamos por separado.

CASO 1. $a \neq -3$.

En este caso el determinante de A es no nulo y su rango es 3, así como el rango de A/B e igual al número de incógnitas. El sistema es **compatible determinado** (una única solución).

CASO 2. $a = -3$.

En este caso el determinante de A es nulo y su rango no es 3. Analizamos el rango de A y A/B usando el método de Gauss para triangular el sistema.

$$A/B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Fila } 3^a - \text{Fila } 1^a \\ 1 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \\ -1 \quad -1 \quad -2 \quad -3 \\ \hline 0 \quad -2 \quad -2 \quad -2 \rightarrow \text{Nueva Fila } 3^a \end{array} \right\}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Fila } 2^a - 2 \cdot \text{Fila } 1^a \\ 2 \quad -3 \quad -1 \quad -1 \\ -2 \quad -2 \quad -4 \quad -6 \\ \hline 0 \quad -5 \quad -5 \quad -7 \rightarrow \text{Nueva Fila } 2^a \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & -5 & -5 & -7 \\ 0 & -2 & -2 & -2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{cccc} 5 \cdot \text{Fila } 3^a - 2 \cdot \text{Fila } 2^a & & & \\ 0 & -10 & -10 & -10 \\ 0 & 10 & 10 & 14 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 4 \rightarrow \text{Nueva Fila } 3^a \end{array} \right\} \Rightarrow \left(\begin{array}{cccc} & \overbrace{1 & 1 & 2 & 3}^{A/B} \\ 0 & -5 & -5 & -7 \\ \underbrace{0 & 0 & 0 & 4}_A \end{array} \right)$$

El rango de A es 2 y el rango de A/B es 3. Los rangos son distintos y el **sistema es incompatible** (sin solución)

Resumiendo: Si $a \neq -3$ el sistema es compatible determinado (1 única solución) y si $a = -3$ el sistema es incompatible (sin solución).

a) Para $a = 1$ el sistema es compatible determinado (apartado anterior). Hallamos su solución.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + 2z = 3 \\ 2x + y - z = -1 \\ x - y = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 3 - x - 2z \\ 2x + y - z = -1 \\ x - y = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2x + 3 - x - 2z - z = -1 \\ x - 3 + x + 2z = 1 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x - 3z = -4 \\ 2x + 2z = 4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 3z - 4 \\ x + z = 2 \end{array} \right\} \Rightarrow 3z - 4 + z = 2 \Rightarrow 4z = 6 \Rightarrow \boxed{z = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 3 \cdot \frac{3}{2} - 4 = \frac{1}{2}} \Rightarrow \boxed{y = 3 - \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{3}{2} = \frac{-1}{2}}$$

La solución del sistema es $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{-1}{2}$, $z = \frac{3}{2}$.

BLOQUE 1 CUESTIÓN 2: [2 puntos]

Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Justifique que $(A - I)$ es una matriz regular. **[0,5 puntos]**b) Calcule $(A - I)^{-1}$. **[0,75 puntos]**c) Resuelva la ecuación matricial $AX - X = B + A$. **[0,75 puntos]**a) Hallamos la expresión de la matriz $(A - I)$.

$$A - I = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Comprobamos que su determinante es distinto de cero y por tanto existe la inversa de $A - I$.

$$|A - I| = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 1 = -1 \neq 0$$

La matriz $A - I$ es regular pues su determinante tiene un valor no nulo.b) Determinamos la expresión de la matriz $(A - I)^{-1}$.

$$(A - I)^{-1} = \frac{\text{Adj}((A - I)^T)}{|A - I|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}}{-1} = - \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Se observa que $(A - I)^{-1} = A - I$.c) Despejamos X en la ecuación matricial.

$$AX - X = B + A \Rightarrow (A - I)X = B + A \Rightarrow X = (A - I)^{-1}(B + A)$$

Determinamos la expresión de la matriz X .

$$X = (A - I)^{-1}(B + A) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

La matriz solución de la ecuación matricial es $X = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

BLOQUE 2 CUESTIÓN 1. [2 puntos]

Sea el sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y \leq 8 \\ x + y \geq 2 \\ x \leq 5 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

- a) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices. [1 punto]
 b) Considere la función $f(x, y) = x + y$. Calcule, si existen, los puntos que dan el valor máximo valor de esta función en la región dada por el sistema. [1 punto]

a) Dibujamos las rectas que delimitan el conjunto de soluciones.

$$x + 2y = 8$$

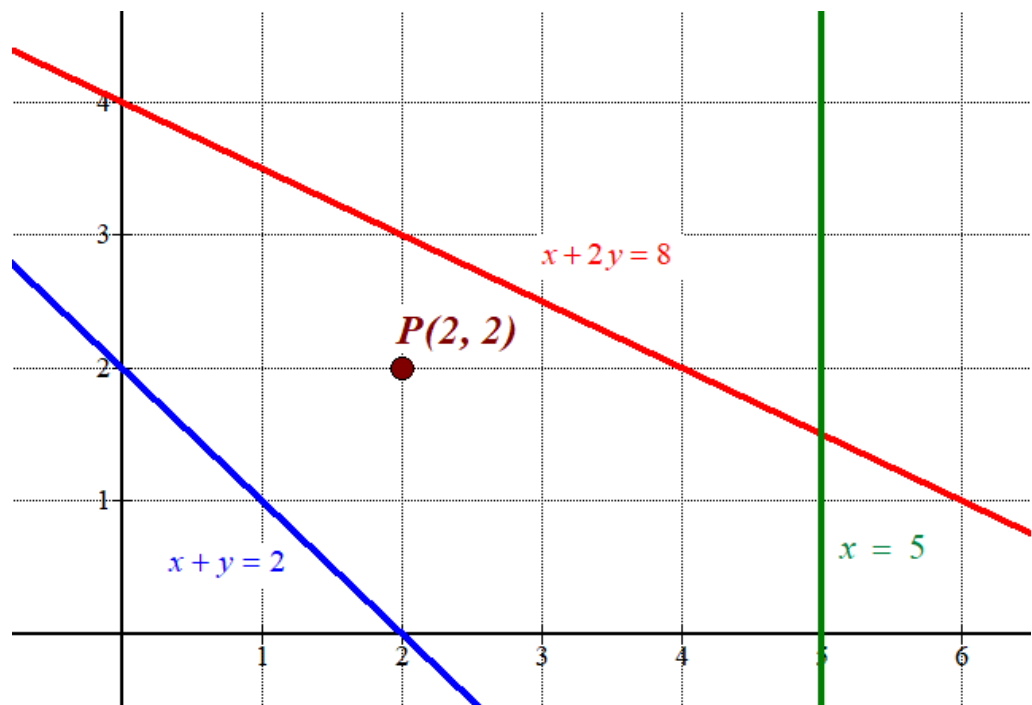
x	y = $\frac{8-x}{2}$
0	4
4	2
8	0

$$x + y = 2$$

x	y = 2 - x
0	2
1	1
2	0

$$x = 5$$

x = 5	y
5	0
5	1
5	2



$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\} \text{Primer cuadrante}$$

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y \leq 8 \\ x + y \geq 2 \\ x \leq 5 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{array} \right\}$$

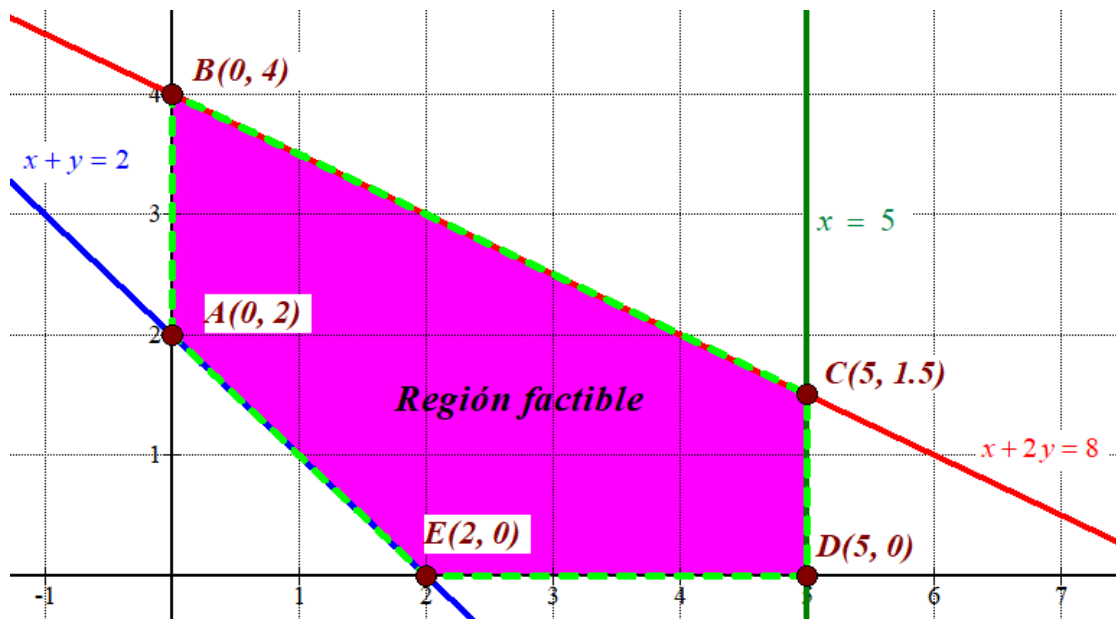
Como las restricciones son

la región factible es la región del primer cuadrante situada

por debajo de la recta roja, por encima de la recta azul y a la izquierda de la recta vertical verde. Comprobamos que el punto $P(2, 2)$ perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 2 + 2 \cdot 2 \leq 8 \\ 2 + 2 \geq 2 \\ 2 \leq 5 \\ 2 \geq 0 \\ 2 \geq 0 \end{array} \right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

Coloreo de rosa la región del plano que contiene las soluciones e indico las coordenadas de los vértices de esta región.



b) Valoramos la función que se desea maximizar $f(x, y) = x + y$ en cada uno de los vértices en busca del máximo valor.

$$A(0, 2) \rightarrow f(0, 2) = 0 + 2 = 2$$

$$B(0, 4) \rightarrow f(0, 4) = 0 + 4 = 4$$

$$C(5, 1.5) \rightarrow f(5, 1.5) = 5 + 1.5 = 6.5 \text{ Máximo}$$

$$D(5, 0) \rightarrow f(5, 0) = 5 + 0 = 5$$

$$E(2, 0) \rightarrow f(2, 0) = 2 + 0 = 2$$

El máximo valor de la función es 6.5 y se alcanza en el punto C(5, 1.5).

BLOQUE 2 CUESTIÓN 2. [2 puntos]

Sea el sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 6 \\ y \geq x \\ x \geq 1 \\ y \geq 2 \end{array} \right\}$$

a) Represente gráficamente la región factible y calcule sus vértices. [1 punto]

b) Considere la función $f(x, y) = 2x + 3y$. Calcule, si existen, los puntos que dan el valor máximo valor de esta función en la región dada por el sistema. [1 punto]

a) Dibujamos las rectas que delimitan el conjunto de soluciones.

$x + y = 6$

x	$y = 6 - x$
0	6
3	3
4	2

$y = x$

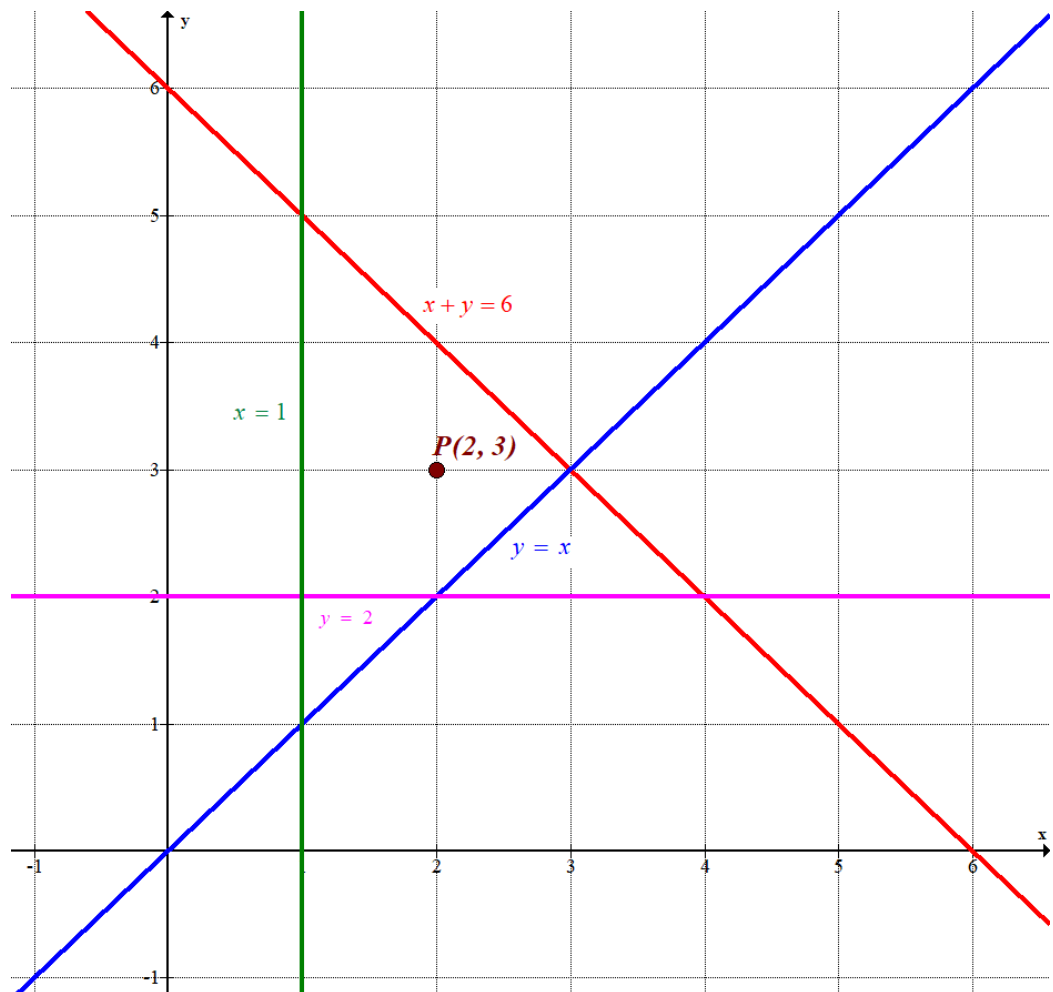
x	$y = x$
0	0
3	3
4	4

$x = 1$

$x = 1$	y
1	0
1	1
1	2

$y = 2$

x	$y = 2$
0	2
1	2
3	2



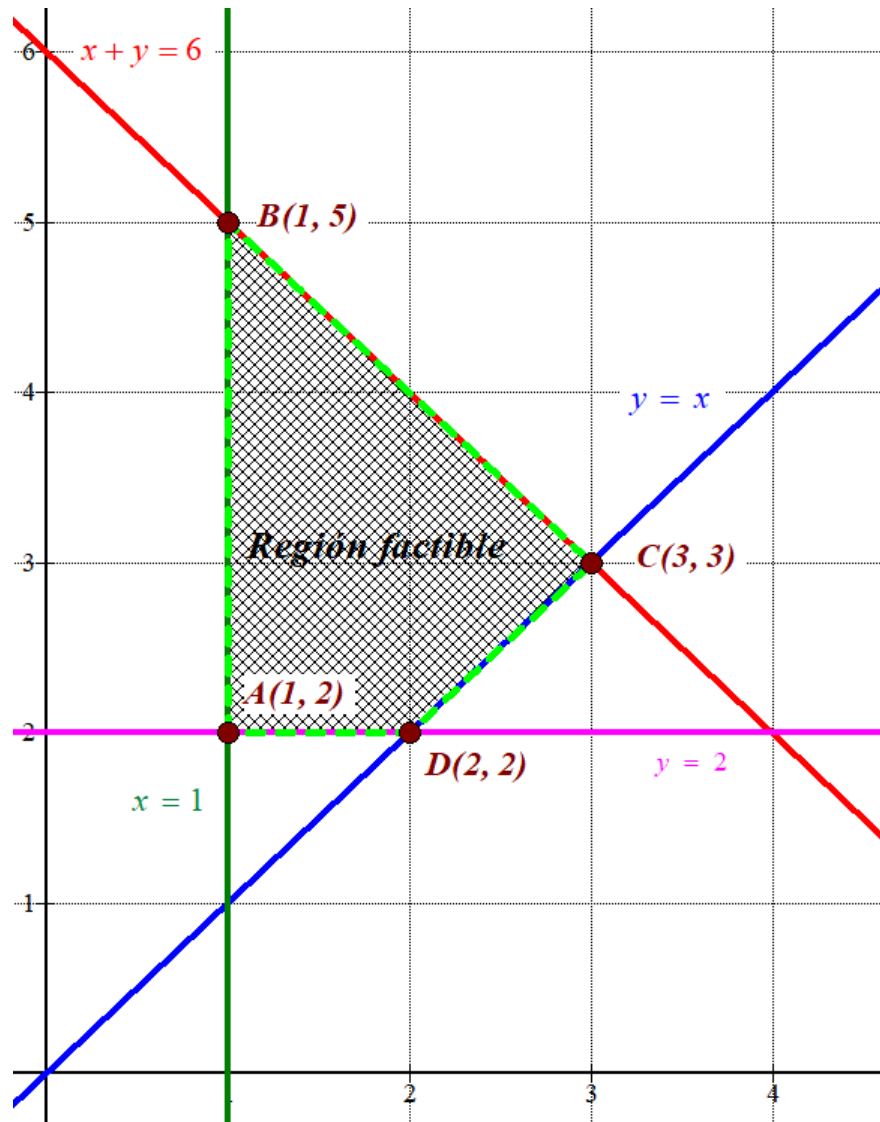
Como las restricciones son $\left. \begin{array}{l} x + y \leq 6 \\ y \geq x \\ x \geq 1 \\ y \geq 2 \end{array} \right\}$ la región factible es la región del plano situada por debajo

de la recta roja, por encima de la recta azul y horizontal rosa, a la derecha de la recta vertical verde.

Comprobamos que el punto $P(2, 3)$ perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 2+3 \leq 6 \\ 3 \geq 2 \\ 2 \geq 1 \\ 3 \geq 2 \end{array} \right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

Coloreo de gris la región del plano que contiene las soluciones e indico las coordenadas de los vértices de esta región.



b) Valoramos la función que se desea maximizar $f(x, y) = 2x + 3y$ en cada uno de los vértices en busca del máximo valor.

$$\begin{aligned} A(1, 2) &\rightarrow f(1, 2) = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 = 8 \\ B(1, 5) &\rightarrow f(1, 5) = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 5 = 17 \text{ Máximo} \\ C(3, 3) &\rightarrow f(3, 3) = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 3 = 15 \\ D(2, 3) &\rightarrow f(2, 3) = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 13 \end{aligned}$$

El máximo valor de la función es 17 y se alcanza en el punto B(1, 5).

BLOQUE 3 CUESTIÓN 1. [3 puntos] Realiza:

a) Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} e^x & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 1 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ x^3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

a.1) Calcule $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ [0,5 puntos]a.2) Estudie la continuidad de $f(x)$. [1 punto]a.3) Calcule $f'(1)$. Halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x=1$. [0,75 puntos]b) Represente gráficamente el recinto limitado por $y = x^2$ y la recta $y = 2x$. Calcule su área. [0,75 puntos]a.1) Como $x = 0$ está en un cambio de definición de la función calculamos el límite pedido hallando los límites laterales y viendo si coinciden.

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} e^x = e^0 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 + 1 = 0^2 + 1 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$$

a.2) En el intervalo $(-\infty, 0)$ la función tiene la expresión $f(x) = e^x$, por lo que la función es continua.En el intervalo $(0, 2)$ la función tiene la expresión $f(x) = x^2 + 1$, que es una función polinómica y es continua.En el intervalo $(2, +\infty)$ la función tiene la expresión $f(x) = x^3$, que es una función polinómica y es continua.Estudiamos la continuidad en los cambios de definición: $x = 0$ y $x = 2$.

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= 0^2 + 1 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} x^2 + 1 = 1 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} e^x = 1 \\ f(0) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Es continua en } x = 0$$

$$\left. \begin{aligned} f(2) &= 2^2 + 1 = 5 \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} x^2 + 1 = 5 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} x^3 = 2^3 = 8 \\ f(2) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 5 \neq 8 = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{No es continua en } x = 2.$$

La función es continua en $\mathbb{R} - \{2\}$.

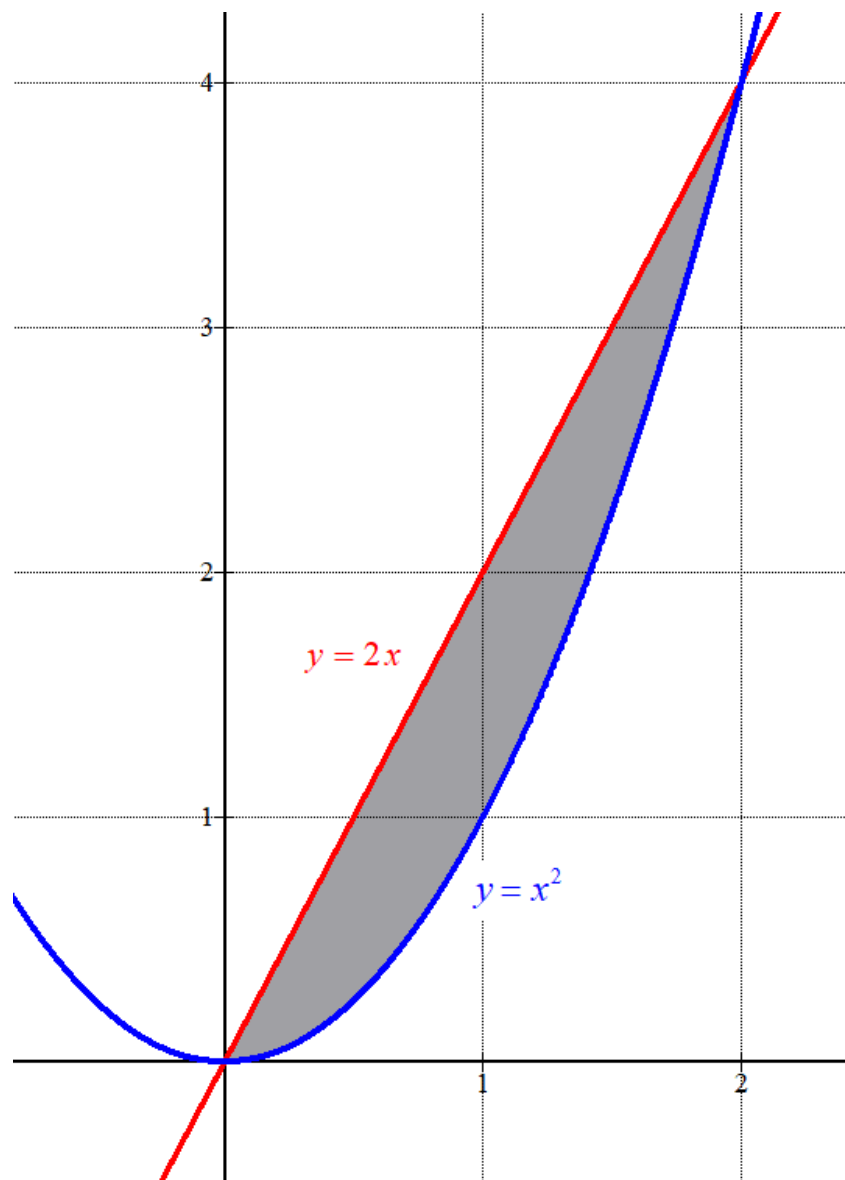
a.3) En el intervalo $(0, 2)$ la función tiene la expresión $f(x) = x^2 + 1$, esta función es derivable siendo su derivada $f'(x) = 2x$. Como $1 \in (0, 2)$ tenemos que $f'(1) = 2 \cdot 1 = 2$.

Hallamos la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$.

$$\left. \begin{array}{l} f(1) = 1^2 + 1 = 2 \\ f'(1) = 2 \\ y - f(1) = f'(1)(x - 1) \end{array} \right\} \Rightarrow y - 2 = 2(x - 1) \Rightarrow y - 2 = 2x - 2 \Rightarrow \boxed{y = 2x}$$

La ecuación de la recta tangente a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x = 1$ es $y = 2x$.

b)



Hallamos los puntos de corte de las gráficas de las dos funciones.

$$\left. \begin{array}{l} y = x^2 \\ y = 2x \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 = 2x \Rightarrow x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \end{cases}$$

El área del recinto limitado por la parábola de ecuación $f(x) = x^2$, y la recta $y = 2x$ es el valor de la integral definida de la diferencia entre las dos funciones entre 0 y 2.

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \int_0^2 2x - x^2 dx = \int_0^2 2x - x^2 dx = \left[x^2 - \frac{x^3}{3} \right]_0^2 = \\ &= \left[2^2 - \frac{2^3}{3} \right] - \left[0^2 - \frac{0^3}{3} \right] = 4 - \frac{8}{3} = \boxed{\frac{4}{3} \approx 1.33 \text{ u}^2} \end{aligned}$$

BLOQUE 3 CUESTIÓN 2. [3 puntos] Realiza:

a) Dada la función:

$$f(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 4}$$

a.1) Determine su dominio. **[0,25 puntos]**a.2) Estudie la existencia de asíntotas. **[0,75 puntos]**a.3) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$. **[1 punto]**a.4) Calcule el valor o valores de x donde la función tiene un punto mínimo o máximo. Calcule el valor de la función en dichos puntos. **[0,25 puntos]**b) Represente gráficamente el recinto del plano limitado por $y = 4$, $y = x^2$, $x = 0$ y $x = 2$. Calcule su área. **[0,75 puntos]**

a.1) El dominio de la función son todos los valores reales menos los que anulan el denominador.

$$f(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 4} \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = \pm 2$$

El Dominio de la función es $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$.a.2) **Asíntotas verticales.** $x = a$

$$\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2}{x^2 - 4} = \frac{3 \cdot (-2)^2}{(-2)^2 - 4} = \frac{12}{0} = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +2} f(x) = \lim_{x \rightarrow +2} \frac{3x^2}{x^2 - 4} = \frac{3 \cdot 2^2}{2^2 - 4} = \frac{12}{0} = \infty$$

La función tiene dos asíntotas verticales: $x = -2$ y $x = 2$.**Asíntota horizontal.** $y = b$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2}{x^2 - 4} = \frac{\infty}{\infty} = \text{Indeterminación (L'Hôpital)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x}{2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} 3 = 3$$

La recta $y = 3$ es asíntota horizontal de la función.**Asíntota oblicua.** $y = mx + n$

Como la función tiene asíntota horizontal no puede tener asíntota oblicua.

a.3) Utilizamos la derivada para encontrar los puntos críticos de la función.

$$f(x) = \frac{3x^2}{x^2 - 4} \Rightarrow f'(x) = \frac{6x \cdot (x^2 - 4) - 3x^2 \cdot (2x)}{(x^2 - 4)^2} = \frac{6x^3 - 24x - 6x^3}{(x^2 - 4)^2} = \frac{-24x}{(x^2 - 4)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-24x}{(x^2 - 4)^2} = 0 \Rightarrow -24x = 0 \Rightarrow x = 0$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de $x = 0$ (punto crítico) y de los valores excluidos del dominio $x = -2$ y $x = 2$.

- En el intervalo $(-\infty, -2)$ tomamos $x = -3$ y la derivada vale $f'(-3) = \frac{-24(-3)}{((-3)^2 - 4)^2} = \frac{72}{25} > 0$.

La función crece en $(-\infty, -2)$.

- En el intervalo $(-2, 0)$ tomamos $x = -1$ y la derivada vale $f'(-1) = \frac{-24(-1)}{((-1)^2 - 4)^2} = \frac{24}{9} > 0$.

La función crece en $(-2, 0)$.

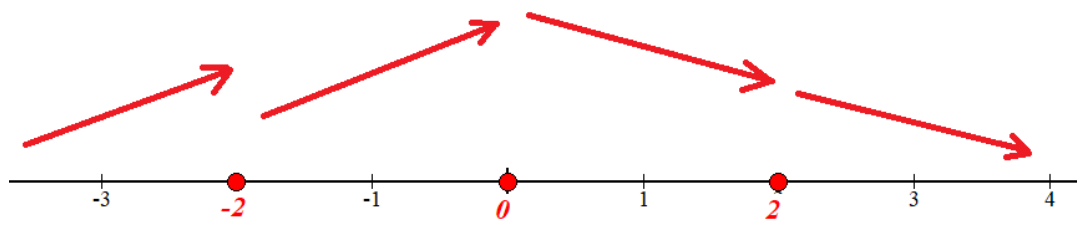
- En el intervalo $(0, 2)$ tomamos $x = 1$ y la derivada vale $f'(1) = \frac{-24 \cdot 1}{(1^2 - 4)^2} = \frac{-24}{9} < 0$. La

función decrece en $(0, 2)$.

- En el intervalo $(2, +\infty)$ tomamos $x = 4$ y la derivada vale $f'(4) = \frac{-24 \cdot 4}{(4^2 - 4)^2} = \frac{-112}{144} < 0$.

La función decrece en $(2, +\infty)$.

La función sigue el esquema siguiente:



La función crece en $(-\infty, -2) \cup (-2, 0)$ y decrece en $(0, 2) \cup (2, +\infty)$.

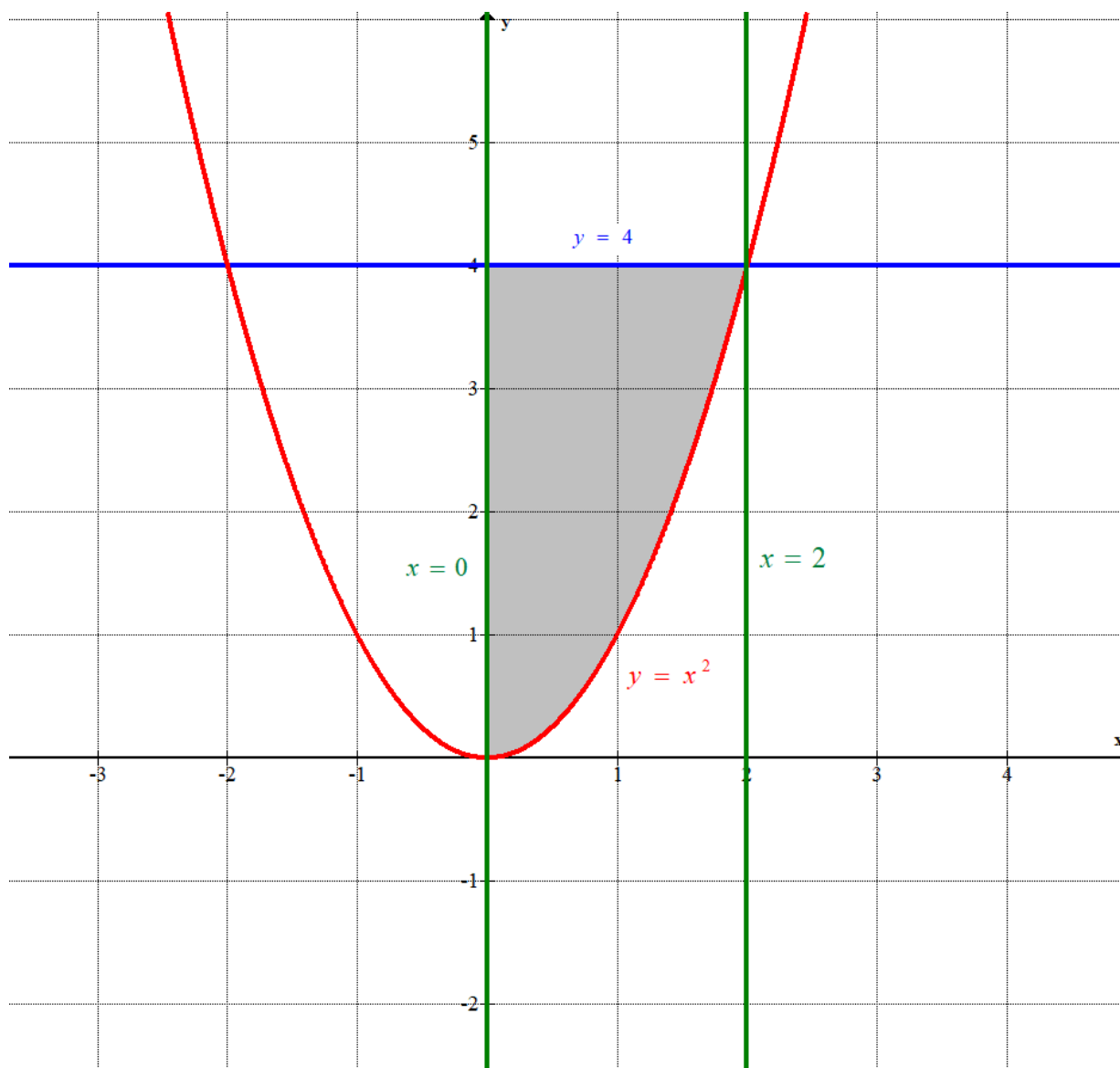
a.4) Observando el esquema anterior la función presenta un máximo relativo en $x = 0$ y no presenta mínimos relativos.

Para $x = 0$ la función vale $f(0) = \frac{3 \cdot 0^2}{0^2 - 4} = \frac{0}{-4} = 0$. Las coordenadas del máximo relativo son $(0, 0)$.

b) Hallamos los puntos de corte de $y = 4$ e $y = x^2$.

$$\left. \begin{array}{l} y = 4 \\ y = x^2 \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = \pm 2$$

Dibujamos las gráficas de las rectas y la parábola dadas. Después coloreamos el recinto limitado por $y = 4$, $y = x^2$, $x = 0$ y $x = 2$.



El área del recinto limitado por la parábola de ecuación $y = x^2$, la recta horizontal $y = 4$ y las rectas verticales $x = 0$ y $x = 2$ es el valor de la integral definida entre 0 y 2 de la diferencia $4 - x^2$.

$$\text{Área} = \int_0^2 4 - x^2 dx = \left[4x - \frac{x^3}{3} \right]_0^2 = \left[4 \cdot 2 - \frac{2^3}{3} \right] - \left[4 \cdot 0 - \frac{0^3}{3} \right] = 8 - \frac{8}{3} = \boxed{\frac{16}{3} \approx 5.3 u^2}$$

BLOQUE 4 CUESTIÓN 1: [3 puntos]

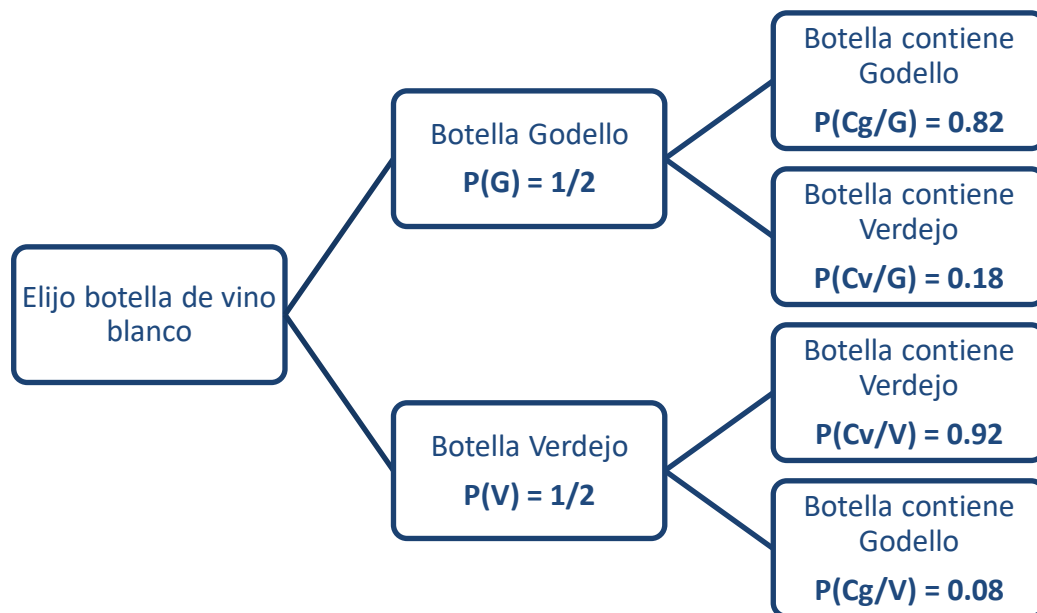
Una bodega envasa vino blanco godello y vino blanco verdejo en la misma proporción. Por defectos en el proceso de envasado, algunas botellas de vino blanco godello salen con la etiqueta de vino blanco verdejo. Se sabe que el porcentaje de botellas de vino blanco godello que llevan vino de la variedad godello es 82% y que el porcentaje de botellas de vino blanco verdejo que llevan vino de la variedad verdejo es 92%.

a) Calcular la probabilidad de que una botella tomada al azar tenga el vino de la variedad que le corresponde.

[2 puntos]

b) Si sabemos que una botella tomada al azar es defectuosa, calcular la probabilidad de que sea de la variedad verdejo. **[1 punto]**

Llamamos G al suceso “elegir una botella con la etiqueta de vino blanco Godello” y V a “elegir una botella con la etiqueta de vino blanco Verdejo”. Llamamos Cg al suceso “la botella contiene vino blanco Godello” y Cv a “la botella contiene vino blanco verdejo”. Realizamos un diagrama de árbol.



a) Llamamos C al suceso “la botella está etiquetada correctamente. Nos piden determinar el valor de $P(C)$. Sabemos que $C = (Cg \cap G) \cup (Cv \cap V)$.

$$P(C) = P(Cg \cap G) + P(Cv \cap V) = P(G)P(Cg/G) + P(V)P(Cv/V) = \frac{1}{2} \cdot 0.82 + \frac{1}{2} \cdot 0.92 = \boxed{0.87}$$

La probabilidad de que una botella tomada al azar tenga el vino de la variedad que le corresponde vale 0.87.

b) Nos piden determinar el valor de $P(V/\bar{C})$. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(V/\bar{C}) = \frac{P(V \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = \frac{P(V \cap Cg)}{P(\bar{C})} = \frac{P(V)P(Cg/V)}{1 - P(C)} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 0.08}{1 - 0.87} = \boxed{\frac{4}{13} \approx 0.3077}$$

BLOQUE 4 CUESTIÓN 2: [3 puntos]

La superficie, en m^2 , de los pisos de nueva construcción en la zona norte de Murcia sigue una distribución normal con media μ desconocida y desviación igual a 20 m^2 .

- a) Si en una muestra de 225 pisos, la superficie media es 95 m^2 , calcula un intervalo de confianza con un 92% de confianza para la media de la superficie de los pisos de nueva construcción en la zona norte de Murcia. **[1,5 puntos]**
- b) Si se quiere estimar la media poblacional μ con un error máximo de $2,5 \text{ m}^2$ y con un nivel de confianza del 96%, ¿cuál será el tamaño muestral necesario? **[1,5 puntos]**

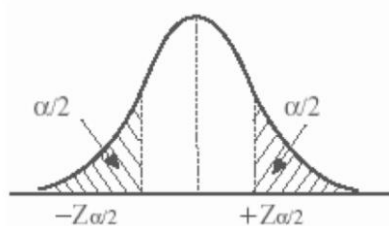
Sea $X = \text{"La superficie, en } \text{m}^2, \text{ de los pisos de nueva construcción en la zona norte de Murcia"}$.
 $X = N(\mu, 20)$.

- a) El tamaño de la muestra es $n = 225$ y la media muestral es $\bar{x} = 95 \text{ m}^2$.

Con un nivel de confianza del 92%

$$1 - \alpha = 0,92 \rightarrow \alpha = 0,08 \rightarrow \alpha/2 = 0,04 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,96 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.75$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599



$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.75 \cdot \frac{20}{\sqrt{225}} = \frac{7}{3} \approx 2.3333$$

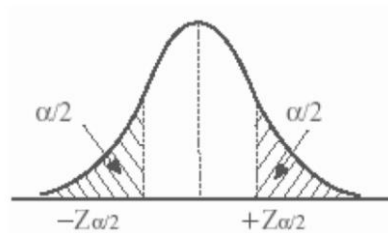
El intervalo de confianza para la media de la superficie de los pisos es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (95 - 2.3333, 95 + 2.3333) = (92.67, 97.33)$$

- b) Con un nivel de confianza del 96%

$$1 - \alpha = 0,96 \rightarrow \alpha = 0,04 \rightarrow \alpha/2 = 0,02 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0,98 \rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{2.05 + 2.06}{2} = 2.055$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803



Determinamos el tamaño (n) de la muestra para que el error sea menor de 2.5.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2.5 = 2.055 \cdot \frac{20}{\sqrt{n}} \Rightarrow 2.5\sqrt{n} = 41.1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{41.1}{2.5} = 16.44 \Rightarrow \boxed{n = 16.44^2 = 270.2736}$$

El tamaño mínimo de la muestra para que el error sea menor de 2.5 m² es de 271 pisos.