



IMPORTANTE: Las cuestiones se pueden hacer en cualquier orden. En cada cuestión se debe hacer solo la opción A o la opción B. La elección de A o B puede cambiar de una cuestión a otra. Si se responden las 2 opciones de una cuestión, solo se corregirá la primera opción contestada. La puntuación máxima de cada cuestión es 2,5 puntos. Solo se podrán usar las tablas estadísticas que se adjuntan. No se podrán usar calculadoras gráficas ni programables.

CUESTIÓN 1 (a elegir entre 1A y 1B):

1A) Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} x - y + z &= 1 \\ 2x - y + z &= a \\ 3x + 2y - az &= 4 \end{cases}$$

- a) **[0,75 p.]** Determine para qué valores de a el sistema es compatible determinado.
- b) **[0,75 p.]** Determine para qué valores de a el sistema es compatible indeterminado y para qué valores de a el sistema es incompatible.
- c) **[1 p.]** Resuélvalo para $a = 1$.

1B) Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad y \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

- a) **[1 p.]** Compruebe que la matriz $A + B$ es regular (o invertible) y calcule su matriz inversa.
- b) **[1,5 p.]** Resuelva la ecuación matricial $2A - AX = BX$.

CUESTIÓN 2 (a elegir entre 2A y 2B):

2A) Se quiere construir un depósito cilíndrico sin tapa que debe tener volumen 500 m^3 . El material de la base cuesta 4 €/m^2 y el material lateral cuesta 2 €/m^2 . Sea r el radio de la base (en metros), h la altura del depósito (en metros).

- a) **[0,75 p.]** Compruebe que el coste total en función del radio es $C(r) = 4\pi r^2 + \frac{2000}{r}$.
- b) **[1 p.]** Halle el valor de r que minimiza el coste.
- c) **[0,75 p.]** Calcule el valor de h que minimiza el coste.

2B) Considere la función $f(x) = x\sqrt{x^2 + 1}$.

- a) **[1,5 p.]** Calcule la integral indefinida $\int f(x) dx$.
- b) **[1 p.]** Calcule el área de la región delimitada por la gráfica de la función $f(x)$ y el eje OX entre los valores $x = 0$ y $x = 3$.

CUESTIÓN 3 (a elegir entre 3A y 3B):

3A) Considere las rectas dadas por las siguientes ecuaciones:

$$r: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-1} \quad \text{y} \quad s: \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$$

- a) **[1,5 p.]** Estudie su posición relativa.
- b) **[1 p.]** Encuentre la ecuación (en cualquiera de sus formas) del plano que contiene a r y es perpendicular a s .

3B) Considere el cuadrilátero formado por los puntos del espacio de coordenadas $A(1,0,2)$, $B(3,1,4)$, $C(6,3,5)$, y $D(4,2,3)$, siendo los vértices B y D adyacentes a A .

- a) **[1 p.]** Compruebe que el cuadrilátero es un paralelogramo.
- b) **[0,5 p.]** Calcule el área de dicho paralelogramo.
- c) **[1 p.]** Calcule el punto de corte de las dos diagonales de dicho paralelogramo.

CUESTIÓN 4 (a elegir entre 4A y 4B):

4A) Un estudio analiza el uso de una plataforma de música. Se sabe que el 70 % de los usuarios utiliza la plataforma desde el móvil. El 30 % la usa desde ordenador. El 40 % de los que usan móvil tiene suscripción premium. El 20 % de los que usan ordenador tiene suscripción premium.

- a) **[0,75 p.]** Calcule la probabilidad de que un usuario elegido al azar tenga suscripción premium.
- b) **[1 p.]** Calcule la probabilidad de que un usuario use el móvil sabiendo que tiene suscripción premium.
- c) **[0,75 p.]** Estudie si los sucesos “usar móvil” y “tener suscripción premium” son independientes.

4B) Un examen tipo test consta de ocho preguntas. Cada pregunta presenta cuatro respuestas, de las cuales solo una es correcta. Si se contesta a todas las preguntas al azar, calcule la probabilidad de:

- a) **[0,5 p.]** Acertar todas las preguntas. Dé el resultado con 8 decimales.
- b) **[0,5 p.]** Fallar todas las preguntas. Dé el resultado con 4 decimales.
- c) **[1,5 p.]** Acertar más de cuatro preguntas. Dé el resultado con 4 decimales.