



UNIBERTSITATEAN SARTZEKO
PROBA: 25 ETA 45 URTETIK
GORAKOENTZAT

PRUEBA DE ACCESO A LA
UNIVERSIDAD: MAYORES DE 25 Y 45
AÑOS

2026eko APIRILA

ABRIL 2026

MATEMATIKA AZTERKETA

EXAMEN DE MATEMÁTICAS

Aclaraciones previas

- Tiempo de duración de la prueba: 1 hora
- Contesta a cinco de los seis ejercicios propuestos
- Cada ejercicio vale 2 puntos

1) Resuelve el sistema o la ecuación siguientes (elige sólo uno: a) o b)):

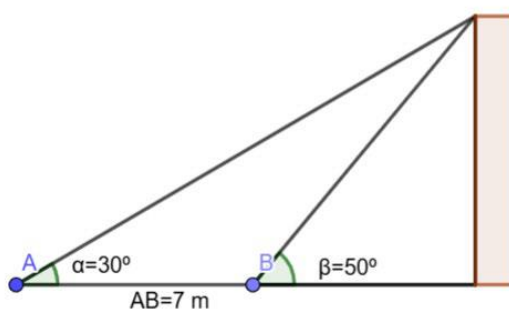
a)
$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ -x - y + 3z = 9 \\ 3x + y - 2z = -4 \end{cases}$$

b)
$$\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-1}{x+3} = -2$$

2) Halla la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = x^3 + 2x - 3$ en el punto de abscisa $x = 1$

3) Dibuja y calcula el área del recinto que delimitan la gráfica de la función $f(x) = x^2 - 2x$ y la recta $y = 3$.

4) Para medir la altura de un edificio, Arkaitz (A) se coloca a una distancia determinada de su base, y desde esa posición dibuja una visual al punto más alto del edificio formando un ángulo de 30° . Se acerca 7 metros y dibuja la nueva visual al punto más alto, formándose en este caso un ángulo de 50° . Calcula la altura del edificio.



5) En un grupo de 1º de Bachillerato, el departamento de Matemáticas analiza las calificaciones obtenidas en un examen (sobre 10 puntos). Para ello, se recoge la calificación entera que ha obtenido cada estudiante. Los resultados se resumen en la siguiente tabla:

Calificación (x)	4	5	6	7	8	9
Nº de alumnos (f)	1	3	8	7	4	2

Calcula la moda, la mediana, la media aritmética y la desviación típica de la distribución, y representa el histograma.

6) Tenemos una caja con 3 bolas verdes, 5 azules y 4 negras. Sacamos una bola de la caja y seguido sacamos otra bola (sin devolver la primera a la caja).

a) Calcula la probabilidad de que la segunda bola extraída sea de color azul.

b) Sabiendo que la segunda bola extraída es azul, calcula la probabilidad de que la primera bola extraída haya sido verde

SOLUCIONES

1) Resuelve el sistema o la ecuación siguientes (elige sólo uno: a) o b)):

$$\text{a) } \begin{cases} x+2y+z=2 \\ -x-y+3z=9 \\ 3x+y-2z=-4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \frac{x+1}{x-2} - \frac{x-1}{x+3} = -2$$

a) Resolvemos el sistema de ecuaciones.

$$\begin{aligned} \left. \begin{array}{l} x+2y+z=2 \\ -x-y+3z=9 \\ 3x+y-2z=-4 \end{array} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} z=2-x-2y \\ -x-y+3z=9 \\ 3x+y-2z=-4 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x-y+3(2-x-2y)=9 \\ 3x+y-2(2-x-2y)=-4 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -x-y+6-3x-6y=9 \\ 3x+y-4+2x+4y=-4 \end{array} \right\} &\Rightarrow \left. \begin{array}{l} -4x-7y=3 \\ 5x+5y=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -4x-7y=3 \\ x+y=0 \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} -4x-7y=3 \\ y=-x \end{array} \right\} &\Rightarrow -4x-7(-x)=3 \Rightarrow -4x+7x=3 \Rightarrow 3x=3 \Rightarrow \boxed{x=1} \Rightarrow \\ \Rightarrow \boxed{y=-1} &\Rightarrow \boxed{z=2-1-2(-1)=3} \end{aligned}$$

La solución del sistema es $x=1, y=-1, z=3$.

b) Resolvemos la ecuación.

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{x-2} - \frac{x-1}{x+3} = -2 &\Rightarrow \frac{(x+1)(x+3) - (x-1)(x-2)}{(x-2)(x+3)} = -2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{x^2+3x+x+3 - (x^2-2x-x+2)}{x^2+3x-2x-6} = -2 &\Rightarrow \frac{\cancel{x^2}+3x+x+3 - \cancel{x^2}+2x+x-2}{x^2+3x-2x-6} = -2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{7x+1}{x^2+x-6} = -2 &\Rightarrow 7x+1 = -2x^2-2x+12 \Rightarrow 2x^2+9x-11=0 \Rightarrow \\ \Rightarrow x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-11)}}{2 \cdot 2} = \frac{-9 \pm 13}{4} &= \begin{cases} \frac{-9+13}{4} = \boxed{1=x} \\ \frac{-9-13}{4} = \boxed{\frac{-11}{2}=x} \end{cases} \end{aligned}$$

Las soluciones de la ecuación son $x=1$ y $x=\frac{-11}{2}$.

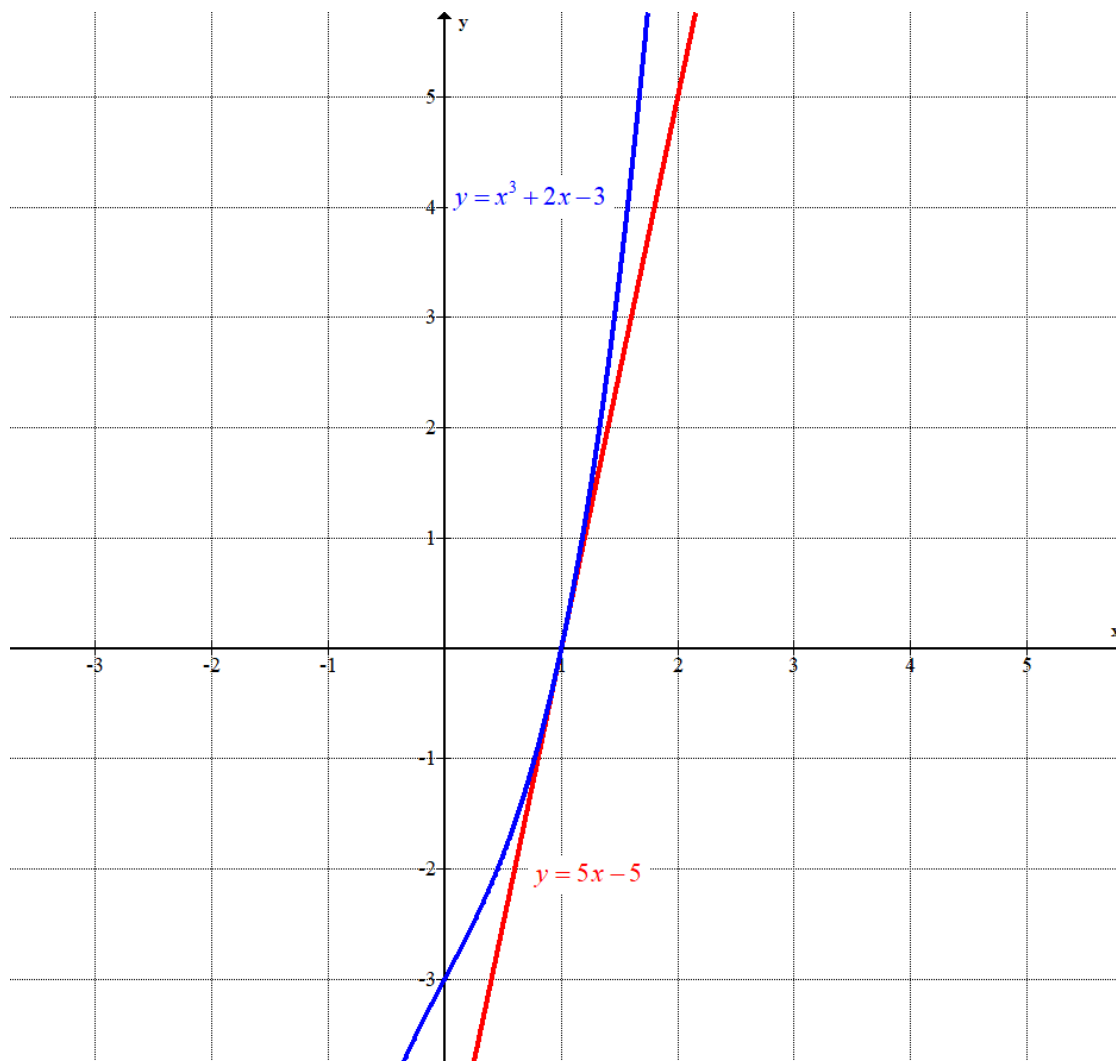
2) Halla la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = x^3 + 2x - 3$ en el punto de abscisa $x = 1$

La ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x)$ en $x = a$ es $y - f(a) = f'(a)(x - a)$.

$$f(x) = x^3 + 2x - 3 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2$$

$$\left. \begin{array}{l} y - f(a) = f'(a)(x - a) \\ f(1) = 1^3 + 2 \cdot 1 - 3 = 0 \\ f'(1) = 3 \cdot 1^2 + 2 = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow y - 0 = 5(x - 1) \Rightarrow \boxed{y = 5x - 5}$$

La recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = x^3 + 2x - 3$ en el punto de abscisa $x = 1$ tiene ecuación $y = 5x - 5$.



3) Dibuja y calcula el área del recinto que delimitan la gráfica de la función $f(x) = x^2 - 2x$ y la recta $y = 3$.

Averiguamos los puntos de corte de la gráfica de la función y la recta.

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = x^2 - 2x \\ y = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow x^2 - 2x = 3 \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow$$

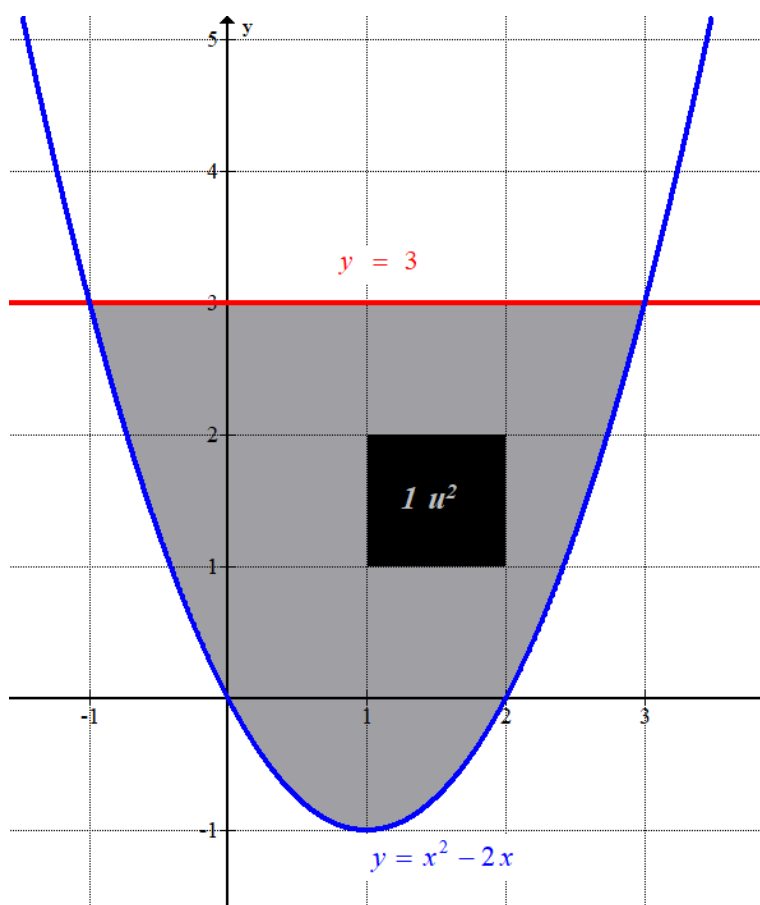
$$\Rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{2 \pm 4}{2} = \begin{cases} \frac{2+4}{2} = 3 = x \\ \frac{2-4}{2} = -1 = x \end{cases}$$

Las gráficas se cortan en $x = -1$ y $x = 3$.

La gráfica de la función $f(x) = x^2 - 2x$ es una parábola y la de $y = 3$ es una recta horizontal.

Hacemos una tabla de valores y dibujamos sus gráficas y el recinto delimitado por ellas.

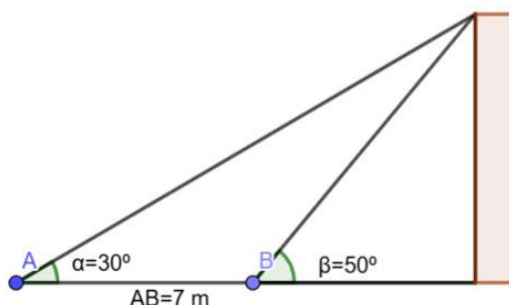
x	$f(x) = x^2 - 2x$	x	$y = 3$
-1	3	-1	3
0	0	0	3
3	3	3	3



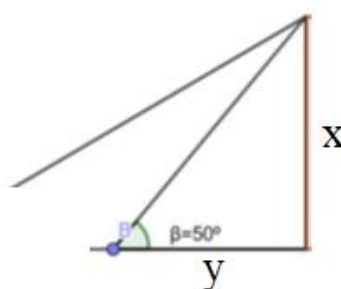
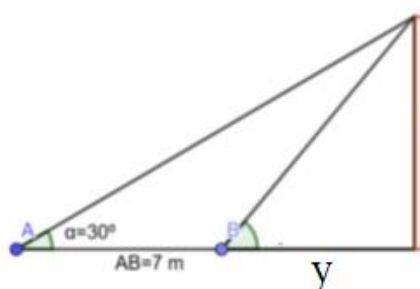
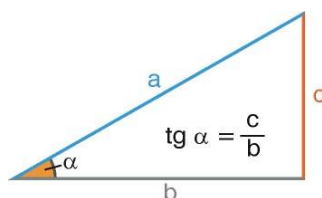
Contando cuadraditos de 1 unidad cuadrada de área podemos estimar el área del recinto como entre 10 y 11 unidades cuadradas. Calculamos su valor exacto como la integral definida entre -1 y 3 de $3 - f(x)$.

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \int_{-1}^3 3 - f(x) dx = \int_{-1}^3 3 - (x^2 - 2x) dx = \int_{-1}^3 3 - x^2 + 2x dx = \\ &= \left[3x - \frac{x^3}{3} + x^2 \right]_{-1}^3 = \left[3 \cdot 3 - \frac{3^3}{3} + 3^2 \right] - \left[3 \cdot (-1) - \frac{(-1)^3}{3} + (-1)^2 \right] = \\ &= 9 - \frac{27}{3} + 9 - \left[-3 + \frac{1}{3} + 1 \right] = 9 + 2 - \frac{1}{3} = \boxed{\frac{32}{3} \approx 10.66 \text{ u}^2} \end{aligned}$$

- 4) Para medir la altura de un edificio, Arkaitz (A) se coloca a una distancia determinada de su base, y desde esa posición dibuja una visual al punto más alto del edificio formando un ángulo de 30° . Se acerca 7 metros y dibuja la nueva visual al punto más alto, formándose en este caso un ángulo de 50° . Calcula la altura del edificio.



Llamamos “x” a la altura del edificio. Aplicamos la definición de tangente de un ángulo en un triángulo rectángulo:



$$\left. \begin{aligned} \operatorname{tg} 30^\circ &= \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{x}{7+y} \\ \operatorname{tg} 50^\circ &= \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{x}{y} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} \frac{\sqrt{3}}{3} &= \frac{x}{7+y} \\ \operatorname{tg} 50^\circ &= \frac{x}{y} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} 7\sqrt{3} + \sqrt{3}y &= 3x \\ \operatorname{tg} 50^\circ \cdot y &= x \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} 7\sqrt{3} + \sqrt{3}y &= 3x \\ y &= \frac{x}{\operatorname{tg} 50^\circ} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 7\sqrt{3} + \sqrt{3} \frac{x}{\operatorname{tg} 50^\circ} = 3x \Rightarrow 7\sqrt{3} = \left(3 - \frac{\sqrt{3}}{\operatorname{tg} 50^\circ} \right) x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = \frac{7\sqrt{3}}{3 - \frac{\sqrt{3}}{\operatorname{tg} 50^\circ}} \approx 7.84}$$

El edificio tiene una altura aproximada de 7.84 metros.

5) En un grupo de 1º de Bachillerato, el departamento de Matemáticas analiza las calificaciones obtenidas en un examen (sobre 10 puntos). Para ello, se recoge la calificación entera que ha obtenido cada estudiante. Los resultados se resumen en la siguiente tabla:

Calificación (x)	4	5	6	7	8	9
Nº de alumnos (f)	1	3	8	7	4	2

Calcula la moda, la mediana, la media aritmética y la desviación típica de la distribución, y representa el histograma.

La moda es la calificación con mayor frecuencia. La calificación más repetida es 6 puntos, habiéndola obtenido 8 alumnos.

Completamos la tabla proporcionada con información necesaria para resolver el ejercicio.

Calificación (x_i)	4	5	6	7	8	9	TOTALES
Nº de alumnos (f_i)	1	3	8	7	4	2	25
Frecuencia acumulada (F_i)	1	4	12	19	23	25	
$x_i f_i$	4	15	48	49	32	18	166
$(x_i)^2 f_i$	16	75	288	343	256	162	1140

La mediana es el valor central de la distribución, que deja la mitad de los alumnos por debajo y la otra mitad por encima. Como $\frac{25}{2} = 12.5$ observando la frecuencia acumulada sabemos que el dato 13º deja por debajo 12 alumnos (con notas 4, 5 y 6 puntos) y por encima otros 12 alumnos (con 7, 8 y 9 puntos). La posición 13º corresponde a una calificación de 7 puntos. La mediana es 7 puntos.

La fórmula de la media de una distribución es $\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{N}$, siendo x_i el dato, f_i la frecuencia del dato y N el número de datos de la distribución.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i f_i}{N} = \frac{166}{25} = 6.64$$

La media de calificación es de 6.64 puntos.

La fórmula para obtener la desviación típica de la distribución es:

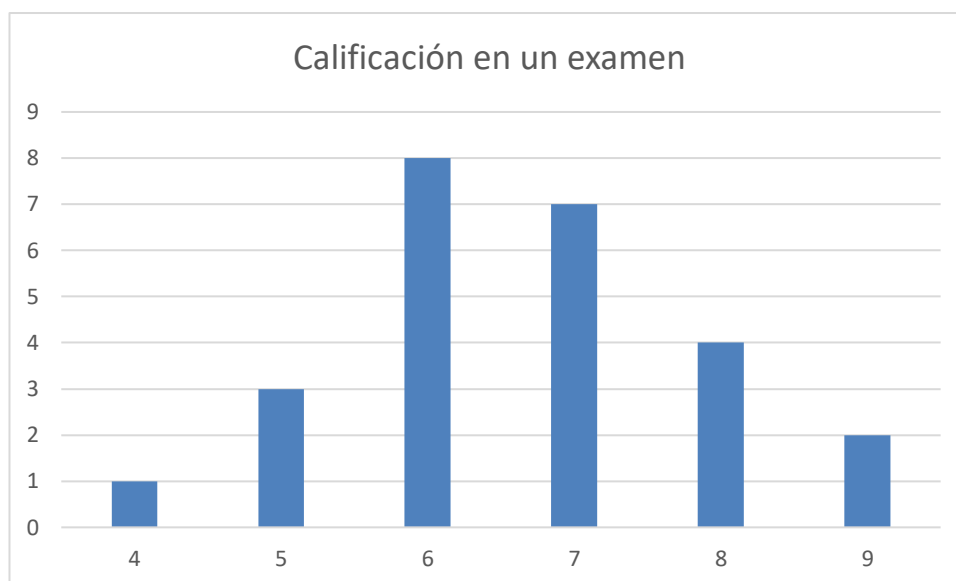
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i}{N}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i)^2 f_i}{N} - \bar{x}^2}$$

Aplicamos esta fórmula a nuestra distribución.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i)^2 f_i}{N} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{1140}{25} - 6.64^2} \approx 1.23$$

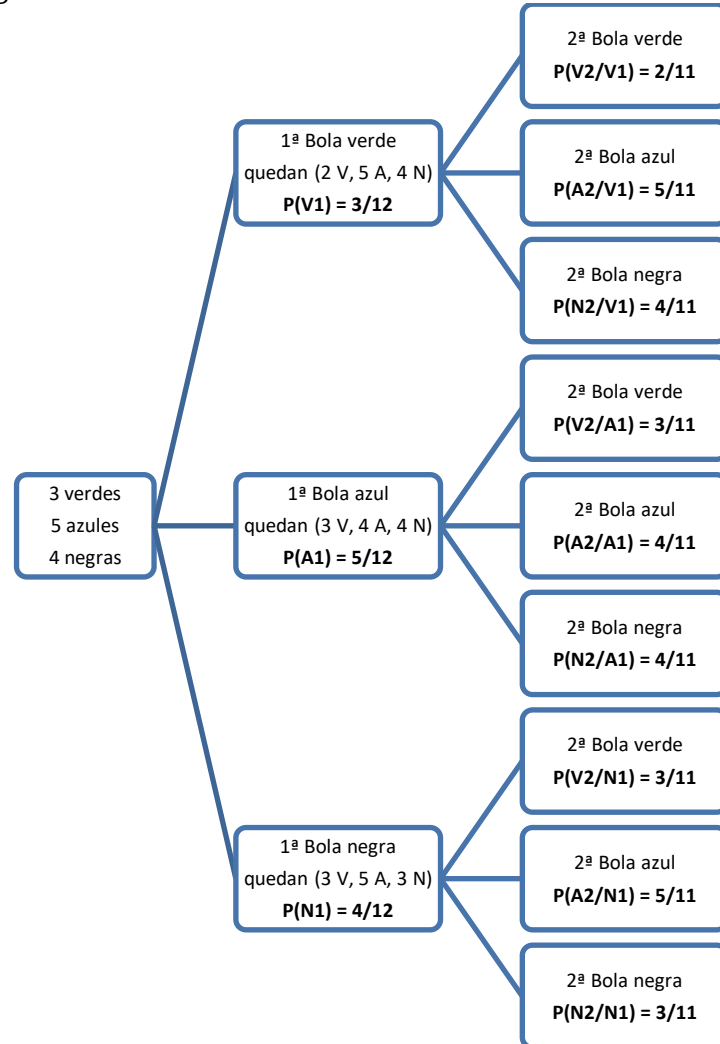
La desviación típica de la distribución es aproximadamente de 1.23 puntos.

Realizamos el diagrama de barras.



- 6) Tenemos una caja con 3 bolas verdes, 5 azules y 4 negras. Sacamos una bola de la caja y seguido sacamos otra bola (sin devolver la primera a la caja).
- a) Calcula la probabilidad de que la segunda bola extraída sea de color azul.
- b) Sabiendo que la segunda bola extraída es azul, calcula la probabilidad de que la primera bola extraída haya sido verde

Realizamos un diagrama de árbol.



a) Debemos calcular $P(A2)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$P(A2) = P(V1)P(A2/V1) + P(A1)P(A2/A1) + P(N1)P(A2/N1) =$$

$$= \frac{3}{12} \cdot \frac{5}{11} + \frac{5}{12} \cdot \frac{4}{11} + \frac{4}{12} \cdot \frac{5}{11} = \boxed{\frac{5}{12} \approx 0.4166}$$

b) Debemos calcular $P(V1/A2)$. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(V1/A2) = \frac{P(V1 \cap A2)}{P(A2)} = \frac{P(V1)P(A2/V1)}{P(A2)} = \frac{\frac{3}{12} \cdot \frac{5}{11}}{\frac{5}{12}} = \frac{3 \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{12}}{\cancel{12} \cdot 11 \cdot \cancel{5}} = \boxed{\frac{3}{11} \approx 0.2727}$$