



UNIVERSIDAD DE LA RIOJA

**Prueba de Acceso a la Universidad para  
mayores de 25 años Curso académico: 2025-  
2026 ASIGNATURA: MATEMÁTICAS  
APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES TIEMPO  
DE REALIZACIÓN: 1 HORA**

**Resuelve tres de los cuatro problemas planteados.**

**Todas las preguntas tienen la misma puntuación. Es necesario justificar las respuestas.**

### Problema 1. (6+4 puntos)

Una empresa ha empezado a fabricar dos productos A y B. Por limitaciones de producción, se pueden fabricar: como mucho 300 de estos productos, no más de 180 unidades de A y como máximo 200 de B. Cada producto A proporciona unos ingresos de 20 €, y cada unidad de B, 25 €, se pide:

- Plantea el problema de programación lineal que permita conocer el número de productos de cada tipo a producir para maximizar los ingresos. Representa la región factible.
- Indica cuántos productos de cada tipo se deben fabricar para maximizar los ingresos. Indica a cuánto ascienden estos ingresos.

### Problema 2. (3+4+3 puntos)

Dada la función  $f(x) = x^3 - 12x$

- Indica su dominio, calcula sus cortes con los ejes y sus límites en el infinito.
- Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos.
- A partir de los datos de las preguntas anteriores, representa gráficamente la función.

### Problema 3. (3+4+3 puntos)

Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & m \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$ ,  $m \in \mathbb{R}$  se pide:

- Estudia para qué valores de  $m$  la matriz no posee inversa.
- Se considera el sistema  $\begin{pmatrix} 1 & m \\ 2 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 32 \end{pmatrix}$ . Clasifica el sistema según los valores de  $m$ .
- Calcula la solución del sistema anterior para  $m = 2$ .

### Problema 4. (5+5 puntos)

En cierto grupo universitario del Grado de Enfermería, el 65% de los alumnos aprueba la asignatura A y el 70% aprueba la materia B. Se sabe que la probabilidad de que un alumno de dicho grupo apruebe B si ha aprobado A es 0,8. Se elige un alumno al azar del grupo, calcula:

- Probabilidad de que apruebe las dos asignaturas.
- Porcentaje de alumnos que aprueban al menos una de las dos.

## SOLUCIONES

### Problema 1. (6+4 puntos)

Una empresa ha empezado a fabricar dos productos A y B. Por limitaciones de producción, se pueden fabricar: como mucho 300 de estos productos, no más de 180 unidades de A y como máximo 200 de B. Cada producto A proporciona unos ingresos de 20 €, y cada unidad de B, 25 €, se pide:

- Plantea el problema de programación lineal que permita conocer el número de productos de cada tipo a producir para maximizar los ingresos. Representa la región factible.
- Indica cuántos productos de cada tipo se deben fabricar para maximizar los ingresos. Indica a cuánto ascienden estos ingresos.

a) Llamamos “x” al número de productos A e “y” al número de productos B.

Obtenemos las inecuaciones asociadas a las restricciones dadas en el enunciado del problema.

Se pueden fabricar: como mucho 300 de estos productos, no más de 180 unidades de A y como máximo 200 de B  $\rightarrow x + y \leq 300$ ;  $x \leq 180$ ;  $y \leq 200$

Las cantidades deben ser positivas  $\rightarrow x \geq 0$ ;  $y \geq 0$

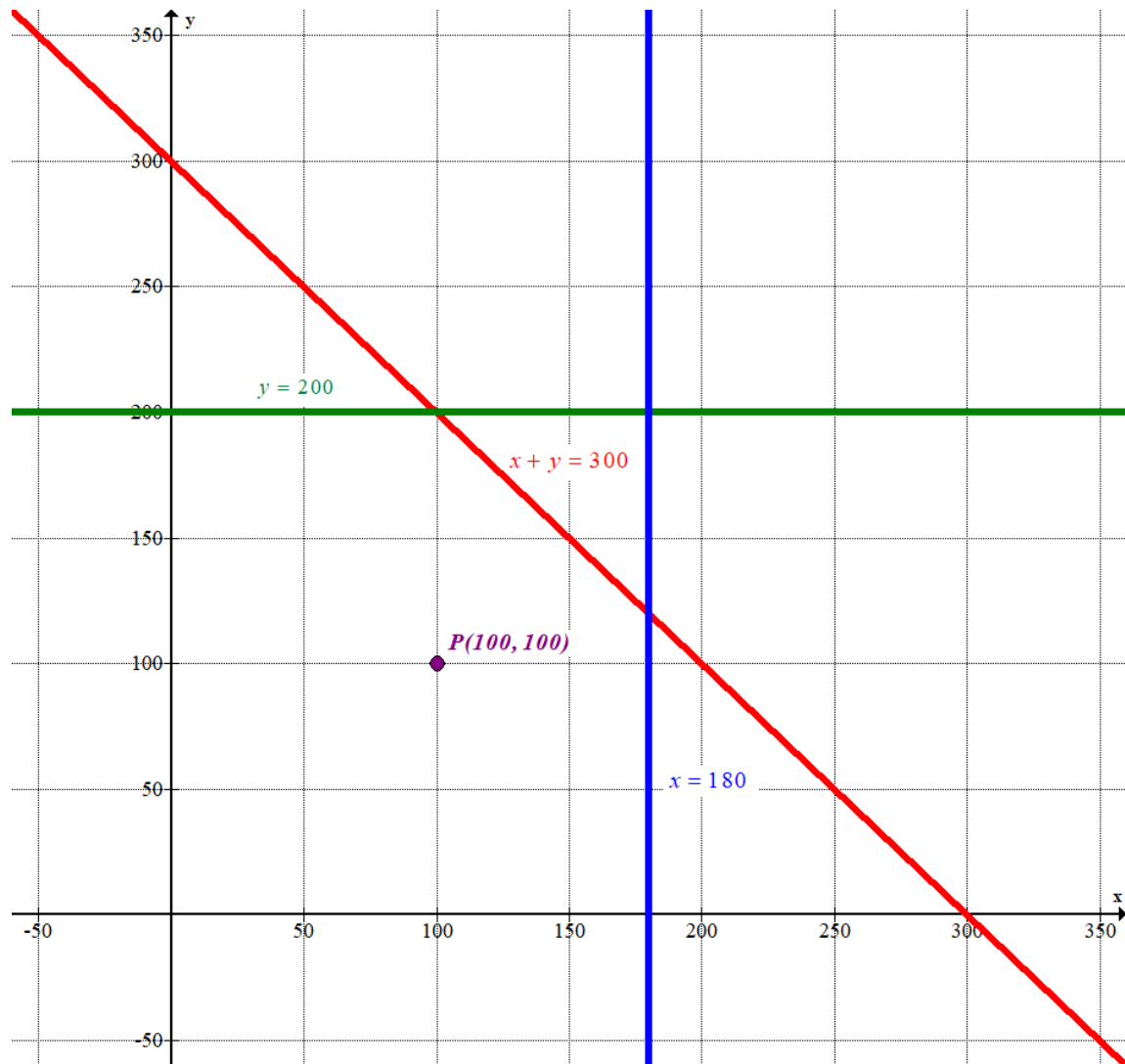
Reunimos las restricciones en un sistema de inecuaciones.

$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 300 \\ x \leq 180 \\ y \leq 200 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Por otra parte, cada unidad del producto A le proporciona unos ingresos de 20 euros y cada unidad de B le proporciona unos ingresos de 25 euros lo que significa que la función objetivo que deseamos maximizar son los ingresos que vienen dados con la expresión  $I(x, y) = 20x + 25y$ , viniendo estos ingresos expresados en euros.

Representamos la región factible empezando por dibujar las rectas que delimitan dicha región.

| x   | $x + y = 300$ | $x = 180$ | y   | x   | $y = 200$ | $x \geq 0; y \geq 0$ |
|-----|---------------|-----------|-----|-----|-----------|----------------------|
| 0   | 300           | 180       | 0   | 0   | 200       | Primer               |
| 100 | 200           | 180       | 200 | 180 | 200       | cuadrante            |
| 180 | 120           |           |     |     |           |                      |
| 200 | 100           |           |     |     |           |                      |



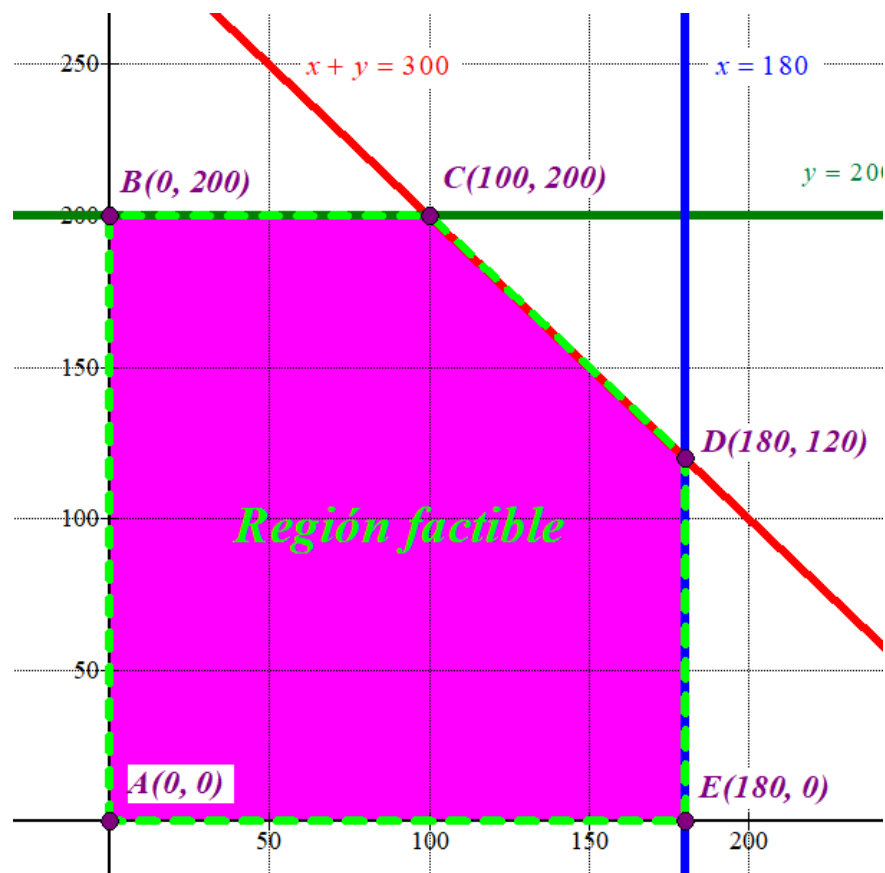
Como las restricciones son  $\left. \begin{array}{l} x + y \leq 300 \\ x \leq 180 \\ y \leq 200 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$  la región factible es la región del primer cuadrante situada

por debajo de la recta horizontal verde, por debajo de la recta oblicua roja y a la izquierda de la recta vertical azul.

Comprobamos que el punto  $P(100, 100)$  perteneciente a la región indicada cumple todas la inecuaciones.

$$\left. \begin{array}{l} 100 + 100 \leq 300 \\ 100 \leq 180 \\ 100 \leq 200 \\ 100 \geq 0; 100 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas! }$$

Coloreamos de rosa la región factible e indicamos las coordenadas de sus vértices.



b) Valoramos la función ingresos  $I(x, y) = 20x + 25y$  en cada vértice en busca del valor máximo.

$$A(0, 0) \rightarrow I(0, 0) = 0$$

$$B(0, 200) \rightarrow I(0, 200) = 20 \cdot 0 + 25 \cdot 200 = 5000$$

$$C(100, 200) \rightarrow I(100, 200) = 20 \cdot 100 + 25 \cdot 200 = 7000 \text{ ¡Máximo!}$$

$$D(180, 120) \rightarrow I(180, 120) = 20 \cdot 180 + 25 \cdot 120 = 6600$$

$$E(180, 0) \rightarrow I(180, 0) = 20 \cdot 180 + 25 \cdot 0 = 3600$$

Los máximos ingresos se consiguen con la producción de 100 productos A y 200 productos B. Los ingresos máximos que se pueden conseguir son 7000 euros.

**Problema 2. (3+4+3 puntos)**

Dada la función  $f(x) = x^3 - 12x$

- a) Indica su dominio, calcula sus cortes con los ejes y sus límites en el infinito.  
 b) Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos relativos.  
 c) A partir de los datos de las preguntas anteriores, representa gráficamente la función.

a) Al ser una función polinómica su dominio es  $\mathbb{R}$ .

$$\text{Eje OY} \rightarrow \left. \begin{matrix} f(x) = x^3 - 12x \\ x = 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow f(0) = 0^3 - 12 \cdot 0 = 0 \Rightarrow \boxed{P(0,0)}$$

$$\text{Eje OX} \rightarrow \left. \begin{matrix} f(x) = x^3 - 12x \\ y = 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow 0 = x^3 - 12x \Rightarrow 0 = x(x^2 - 12) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \rightarrow \boxed{P(0,0)} \\ x^2 - 12 = 0 \rightarrow x = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \boxed{Q(-2\sqrt{3},0)} \\ \boxed{R(+2\sqrt{3},0)} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Los puntos de corte con los ejes son  $P(0, 0)$ ,  $Q(-2\sqrt{3}, 0)$  y  $R(+2\sqrt{3}, 0)$ .

Calculamos los límites en el infinito.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 - 12x = \lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 = (+\infty)^3 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 - 12x = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = (-\infty)^3 = -\infty$$

b) Averiguamos cuando se anula la derivada.

$$f(x) = x^3 - 12x \rightarrow f'(x) = 3x^2 - 12$$

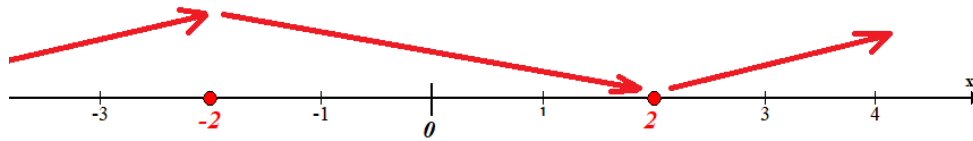
$$\left. \begin{matrix} f'(x) = 3x^2 - 12 \\ f'(x) = 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow \boxed{x = \sqrt{4} = \pm 2}$$

Analizamos el signo de la derivada antes, entre y después de estos valores.

- En el intervalo  $(-\infty, -2)$  tomamos  $x = -3$  y la derivada vale  $f'(-3) = 3(-3)^2 - 12 = 15 > 0$ . La función crece en  $(-\infty, -2)$ .
- En el intervalo  $(-2, 2)$  tomamos  $x = 0$  y la derivada vale  $f'(0) = 3 \cdot 0^2 - 12 = -12 < 0$ . La función decrece en  $(-2, 2)$ .

- En el intervalo  $(2, +\infty)$  tomamos  $x = 4$  y la derivada vale  $f'(4) = 3 \cdot 4^2 - 12 = 24 > 0$ . La función crece en  $(2, +\infty)$ .

La función sigue el esquema del dibujo.

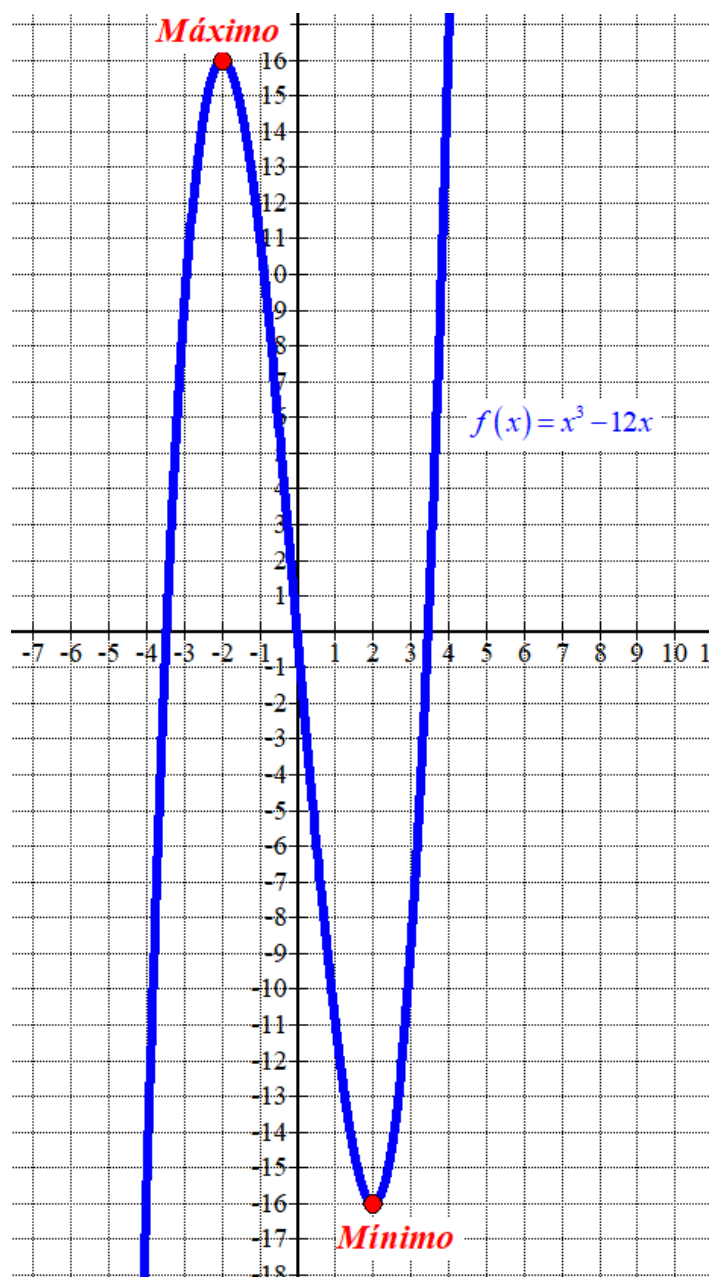


La función presenta un máximo relativo en  $x = -2$  y un mínimo relativo en  $x = 2$ .

La función crece en  $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$  y decrece en  $(-2, 2)$ .

c) Realizamos una tabla de valores y dibujamos la gráfica de la función.

| $x$ | $y = x^3 - 12x$   |
|-----|-------------------|
| -4  | -16               |
| -2  | 16 <b>Máximo</b>  |
| 0   | 0                 |
| 2   | -16 <b>Mínimo</b> |
| 4   | 16                |



**Problema 3. (3+4+3 puntos)**

Dada la matriz  $A = \begin{pmatrix} 1 & m \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$ ,  $m \in \mathbb{R}$  se pide:

- a) Estudia para qué valores de  $m$  la matriz no posee inversa.  
 b) Se considera el sistema  $\begin{pmatrix} 1 & m \\ 2 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 32 \end{pmatrix}$ . Clasifica el sistema según los valores de  $m$ .  
 c) Calcula la solución del sistema anterior para  $m = 2$ .

- a) Una matriz no tiene inversa si su determinante vale cero.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & m \\ 2 & 10 \end{vmatrix} = 10 - 2m$$

$$|A| = 0 \Rightarrow 10 - 2m = 0 \Rightarrow 2m = 10 \Rightarrow \boxed{m = 5}$$

La matriz  $A$  no tiene inversa para  $m = 5$ .

- b) El sistema planteado tiene como matriz de coeficientes  $A = \begin{pmatrix} 1 & m \\ 2 & 10 \end{pmatrix}$  y matriz ampliada

$$A/B = \begin{pmatrix} 1 & m & 10 \\ 2 & 10 & 32 \end{pmatrix}. \text{ Hemos visto que la matriz de coeficientes se anula para } m = 5.$$

Estudiamos dos situaciones diferentes.

**CASO 1.  $m \neq 5$** 

En este caso el determinante de  $A$  es no nulo y su rango es 2. El rango de la matriz ampliada es también 2 e igual que el número de incógnitas (2). El sistema es **compatible determinado** (una única solución)

**CASO 2.  $m = 5$** 

En este caso el determinante de  $A$  es nulo y su rango no es 2. Como contiene elementos no nulos el rango es 1.

La matriz ampliada queda  $A/B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 10 \\ 2 & 10 & 32 \end{pmatrix}$ , si tomamos el menor de orden 2 que resulta

de quitar la segunda columna (5 veces la columna primera) su determinante es no nulo  $\rightarrow$

$$\begin{vmatrix} 1 & 10 \\ 2 & 32 \end{vmatrix} = 32 - 20 = 12 \neq 0 \quad \text{El rango de } A/B \text{ es } 2.$$

Los rangos de la matriz de coeficientes  $A$  y la matriz ampliada  $A/B$  no coinciden. El sistema es **incompatible** (sin solución).

El sistema es compatible determinado para  $m \neq 5$  e incompatible para  $m = 5$ .

- c) Para  $m = 2$  el sistema es compatible determinado. Hallamos su solución.

$$\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 10 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 32 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 10 \\ 2x + 10y = 32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y = 10 \\ x + 5y = 16 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 10 - 2y \\ x + 5y = 16 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10 - 2y + 5y = 16 \Rightarrow 3y = 6 \Rightarrow \boxed{y = 2} \Rightarrow \boxed{x = 10 - 2 \cdot 2 = 6}$$

La solución es  $x = 6$  e  $y = 2$ .

**Problema 4. (5+5 puntos)**

En cierto grupo universitario del Grado de Enfermería, el 65% de los alumnos aprueba la asignatura A y el 70% aprueba la materia B. Se sabe que la probabilidad de que un alumno de dicho grupo apruebe B si ha aprobado A es 0,8. Se elige un alumno al azar del grupo, calcula:

- a) Probabilidad de que apruebe las dos asignaturas.
- b) Porcentaje de alumnos que aprueban al menos una de las dos.

Llamamos A al suceso “Aprobar la asignatura A” y B a “Aprobar la asignatura B”

Sabemos que  $P(A) = 0.65$ ,  $P(B) = 0.70$  y  $P(B/A) = 0.8$ .

- a) Nos piden calcular  $P(A \cap B)$ . Usamos el teorema de Bayes.

$$P(B/A) = 0.8 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0.8 \Rightarrow \frac{P(A \cap B)}{0.65} = 0.8 \Rightarrow \boxed{P(A \cap B) = 0.8 \cdot 0.65 = 0.52}$$

La probabilidad de que apruebe las dos asignaturas tiene un valor de 0.52.

- b) Calculamos  $P(A \cup B)$ .

Utilizamos la fórmula de la probabilidad de la unión de dos sucesos.

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.65 + 0.70 - 0.52 = \boxed{0.83}$$

La probabilidad de que un estudiante elegido al azar apruebe al menos una de las dos asignaturas tiene un valor de 0.83.

El porcentaje de alumnos que aprueban al menos una de las dos asignaturas es del 83%.