

Instrucciones: a) Duración: **1 hora y 30 minutos**.
b) Tienes que **elegir únicamente tres** de entre los seis ejercicios propuestos.
c) Cada ejercicio se puntuará **de 0 a 10 puntos**. La calificación será la media aritmética de los tres ejercicios.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente.
e) No se permite el préstamo de calculadoras. Se permite el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

EJERCICIO 1

a) [5 puntos] Halla el centro y la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $A(1,0)$ y $B(0,0)$ y su centro pertenece a la recta $y = x - 1$.

b) [5 puntos] Resuelve la ecuación $4^{-x} - 8^{\frac{-x+1}{3}} = 8$, y comprueba el resultado.

EJERCICIO 2

a) [5 puntos] Determina los valores de x para los que $0 \leq \frac{3x+5}{x+3} \leq 1$, y representa gráficamente los valores obtenidos sobre la recta real.

b) [5 puntos] Calcula los lados de un triángulo rectángulo, sabiendo que tiene $\frac{\sqrt{3}}{8} \text{ cm}^2$ de área y uno de sus ángulos es 60° .

EJERCICIO 3

a) [5 puntos] Halla las ecuaciones de las rectas que tienen pendiente -1 y son tangentes a la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$.

b) [5 puntos] Halla el valor de m y n , sabiendo que el polinomio $p(x) = x^3 + mx^2 + nx + 1$ es divisible por $x - 2$ y que el resto de dividir $p(x)$ por x es el mismo que dividirlo por $x + 1$.

EJERCICIO 4

a) [5 puntos] Halla a para que la función $f(x) = \begin{cases} \frac{ax+1}{x-1} & \text{si } x \leq 0 \\ x-1 & \text{si } x > 0 \end{cases}$, sea derivable.

b) [5 puntos] Resuelve la ecuación $\log(15x^2 - 29x + 14) - 2\log(4) = 2\log(x - 1)$, donde $\log(x)$ representa al logaritmo decimal de x . Comprueba el resultado.

EJERCICIO 5 Considera las parábolas de ecuaciones $y = -x^2 + 4x$ e $y = x^2 - 6$.

a) [5 puntos] Calcula los puntos de corte de las gráficas de las dos parábolas. Representalas gráficamente en un sistema de coordenadas cartesianas.

b) [5 puntos] Determina el área del recinto limitado por las dos parábolas.

EJERCICIO 6

Considera la función definida por $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$, para $x \neq \pm 1$.

a) [5 puntos] Estudia y determina todas sus asíntotas.

b) [5 puntos] Calcula los intervalos de crecimiento y de decrecimiento.