

Pruebas de Acceso para mayores de 25 y 45 años	Convocatoria: 2026	 
Asignatura: MATEMÁTICAS		

OBSERVACIONES: SE RESOLVERÁN SOLO CUATRO PROBLEMAS. TODOS LOS PROBLEMAS DESARROLLADOS SE EVALUARÁN DE 0 A 10 PUNTOS, EN FUNCIÓN DEL PLANTEAMIENTO, INTERPRETACIÓN, RESOLUCIÓN, DISCUSIÓN, EXPOSICIÓN Y PRESENTACIÓN. LA CALIFICACIÓN FINAL SE OBTENDRÁ DIVIDIENDO ENTRE 4 LA SUMA DE LAS PUNTUACIONES OBTENIDAS.

SE PERMITE LA UTILIZACIÓN DE CUALQUIER TIPO DE CALCULADORA, PROHIBIENDO EL ALMACENAMIENTO EN LA MEMORIA DE INFORMACIÓN SOBRE LOS TEMAS.

PROBLEMA 1

a) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Transformar en un único logaritmo la expresión

$$\frac{1}{2} \ln(16) + 2 \ln(x-3) - \ln(x)$$

b) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Resolver $\frac{1}{2} \ln(16) + 2 \ln(x-3) - \ln(x) = 0$.

PROBLEMA 2

En el plano cartesiano se consideran los puntos $A=(1,2)$, $B=(2,-1)$ y $C=(5,4)$.

a) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Obtener la ecuación de la recta r que pasa por A y corta en B a la recta $y = x - 3$.

b) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Obtener la distancia del punto C a la recta r .

PROBLEMA 3

a) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Calcular $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - 4}$.

b) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Obtener la derivada de $f(x) = \frac{x^3 + 8}{x^2 - 4}$.

PROBLEMA 4

a) (Se calificará de 0 a 6 puntos). Calcular $\int (x^3 + 2x + 1) dx$

b) (Se calificará de 0 a 4 puntos). Encontrar el área limitada por la curva $y = x^3 + 2x + 1$ y las rectas $y = 0$, $x = 1$ y $x = 2$.

PROBLEMA 5

(Se calificará de 0 a 10 puntos). Una pequeña fábrica de quesos artesanales está probando una nueva técnica de maduración. El maestro quesero está interesado en analizar el tiempo de maduración hasta alcanzar el estado óptimo de los quesos que produce. Se han seleccionado al azar 6 quesos de la última remesa y se han medido cuántos días han necesitado para alcanzar su punto óptimo, siendo estos: 28, 32, 29, 31, 28 y 32. Calcular el tiempo medio de maduración y su desviación típica.

Soluciones

PROBLEMA 1

a) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Transformar en un único logaritmo la expresión

$$\frac{1}{2} \ln(16) + 2 \ln(x-3) - \ln(x)$$

b) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Resolver $\frac{1}{2} \ln(16) + 2 \ln(x-3) - \ln(x) = 0$.

a) Aplicamos las propiedades de los logaritmos.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \ln(16) + 2 \ln(x-3) - \ln(x) &= \ln(16^{1/2}) + \ln(x-3)^2 - \ln(x) = \\ &= \ln(4) + \ln(x-3)^2 - \ln(x) = \ln(4(x-3)^2) - \ln(x) = \ln\left(\frac{4(x-3)^2}{x}\right) \end{aligned}$$

b) Resolvemos la ecuación logarítmica utilizando lo obtenido en el apartado anterior.

$$\frac{1}{2} \ln(16) + 2 \ln(x-3) - \ln(x) = 0 \Rightarrow \ln\left(\frac{4(x-3)^2}{x}\right) = 0 \Rightarrow \frac{4(x-3)^2}{x} = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4(x-3)^2 = x \Rightarrow 4(x^2 + 9 - 6x) = x \Rightarrow 4x^2 + 36 - 24x = x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 25x + 36 = 0 \Rightarrow x = \frac{25 \pm \sqrt{(-25)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 36}}{2 \cdot 4} = \frac{25 \pm 7}{8} = \begin{cases} \frac{25+7}{8} = \boxed{4=x} \\ \frac{25-7}{8} = \frac{18}{8} = \boxed{\frac{9}{4}=x} \end{cases}$$

Las soluciones obtenidas son $x = \frac{9}{4}$ y $x = 4$. Comprobamos su validez.

$$x = \frac{9}{4} \rightarrow \frac{1}{2} \ln(16) + 2 \ln\left(\frac{9}{4} - 3\right) - \ln\left(\frac{9}{4}\right) = 0? \Rightarrow \frac{1}{2} \ln(16) + 2 \ln\left(\frac{-3}{4}\right) - \ln\left(\frac{9}{4}\right) = 0? \text{ ¡No!}$$

$$x = 4 \rightarrow \frac{1}{2} \ln(16) + 2 \ln(4-3) - \ln(4) = 0? \Rightarrow \frac{1}{2} \ln(16) - \ln(4) = 0? \Rightarrow \text{¡SI!}$$

Dado que el logaritmo de un número negativo no existe la solución $x = \frac{9}{4}$ no es válida y la única solución válida es $x = 4$.

PROBLEMA 2

En el plano cartesiano se consideran los puntos $A=(1,2)$, $B=(2,-1)$ y $C=(5,4)$.

a) **(Se calificará de 0 a 5 puntos).** Obtener la ecuación de la recta r que pasa por A y corta en B a la recta $y = x - 3$.

b) **(Se calificará de 0 a 5 puntos).** Obtener la distancia del punto C a la recta r .

a) Buscamos una recta r de ecuación $y = mx + n$. Determinamos el valor de m y n para que la recta pase por los puntos A y B .

$$\left. \begin{array}{l} A=(1,2) \in r \\ B=(2,-1) \in r \\ r: y = mx + n \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 = m + n \\ -1 = 2m + n \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 = m + n \\ -2m - 1 = n \end{array} \right\} \Rightarrow 2 = m - 2m - 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 3 = -m \Rightarrow \boxed{m = -3} \Rightarrow \boxed{n = -2(-3) - 1 = 5} \Rightarrow \boxed{r: y = -3x + 5}$$

La recta buscada tiene ecuación $r: y = -3x + 5$.

b) Utilizamos la fórmula de la distancia de un punto a una recta.

$$\left. \begin{array}{l} d(C, r) = \frac{|ax + by + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \\ r: 3x + y - 5 = 0 \\ C(5, 4) \end{array} \right\} \Rightarrow d(C, r) = \frac{|3 \cdot 5 + 4 - 5|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{14}{\sqrt{10}} \approx 4.43 \text{ unidades}$$

PROBLEMA 3

a) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Calcular $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - 4}$.

b) (Se calificará de 0 a 5 puntos). Obtener la derivada de $f(x) = \frac{x^3 + 8}{x^2 - 4}$.

a) Calculamos el límite pedido.

$$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 - 4} = \frac{(-2)^3 + 8}{(-2)^2 - 4} = \frac{0}{0} = \text{Indeterminación} = \dots$$

$\begin{array}{rrrr} 1 & 0 & 0 & 8 \\ -2 & -2 & 4 & -8 \\ \hline 1 & -2 & 4 & 0 \end{array}$ $x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 - 2x + 4)$ $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \sqrt{4} = \pm 2 \Rightarrow x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$
--

$$\dots = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\cancel{(x+2)}(x^2 - 2x + 4)}{\cancel{(x+2)}(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 2x + 4}{x - 2} = \frac{(-2)^2 - 2(-2) + 4}{-2 - 2} = \frac{12}{-4} = \boxed{-3}$$

b) Calculamos la expresión de la derivada utilizando la fórmula de derivación de un cociente.

$$f(x) = \frac{x^3 + 8}{x^2 - 4} \Rightarrow f'(x) = \frac{3x^2(x^2 - 4) - 2x(x^3 + 8)}{(x^2 - 4)^2} = \frac{3x^4 - 12x^2 - 2x^4 - 16x}{(x^2 - 4)^2} = \frac{x^4 - 12x^2 - 16x}{(x^2 - 4)^2}$$

PROBLEMA 4

a) (Se calificará de 0 a 6 puntos). Calcular $\int (x^3 + 2x + 1) dx$

b) (Se calificará de 0 a 4 puntos). Encontrar el área limitada por la curva $y = x^3 + 2x + 1$ y las rectas $y = 0$, $x = 1$ y $x = 2$.

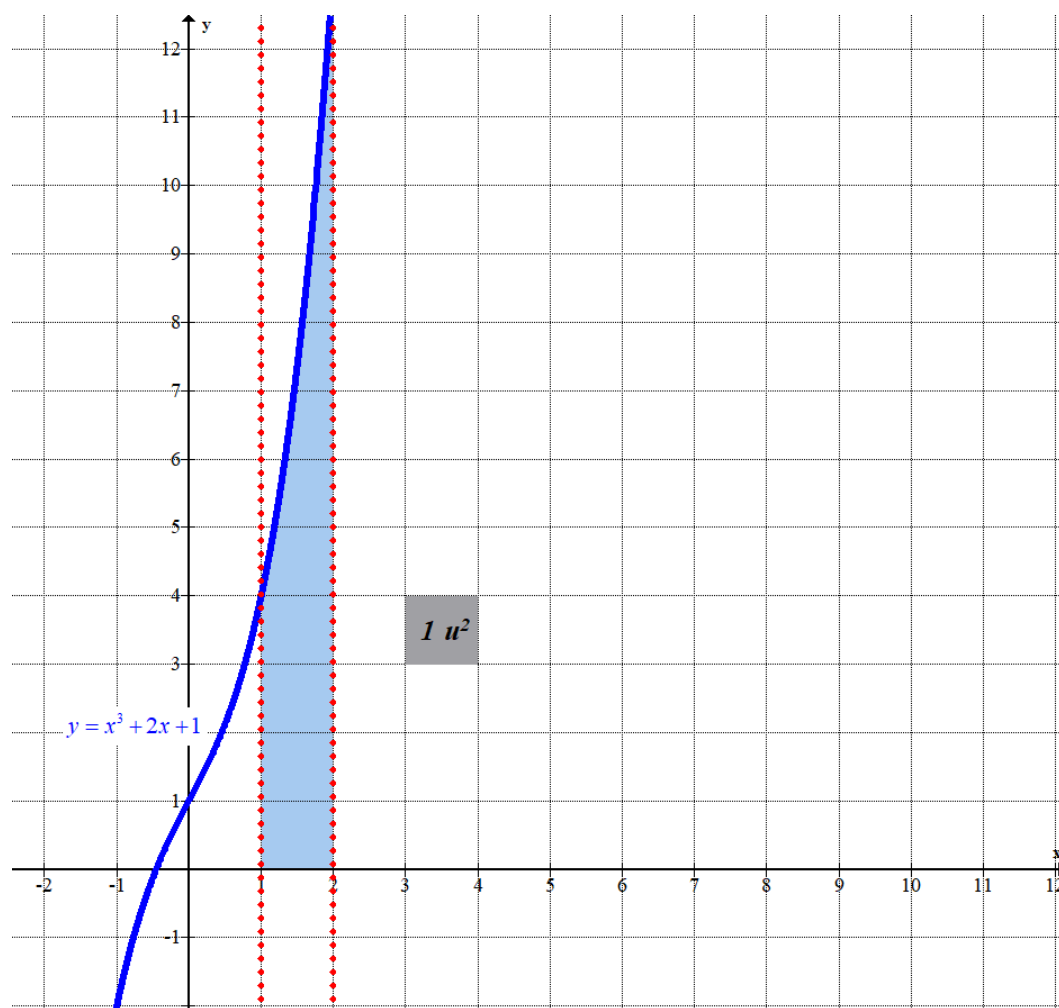
a) Calculamos la integral pedida.

$$\int (x^3 + 2x + 1) dx = \frac{x^4}{4} + x^2 + x + K$$

b) La función $y = x^3 + 2x + 1$ es positiva en el intervalo $[1, 2]$ por lo que el área limitada por la curva $y = x^3 + 2x + 1$ y las rectas $y = 0$, $x = 1$ y $x = 2$ es el valor de la integral definida de 1 a 2 de $y = x^3 + 2x + 1$.

$$\begin{aligned} \text{Área} &= \int_1^2 x^3 + 2x + 1 dx = \left[\frac{x^4}{4} + x^2 + x \right]_1^2 = \left[\frac{2^4}{4} + 2^2 + 2 \right] - \left[\frac{1^4}{4} + 1^2 + 1 \right] = \\ &= 4 + 4 + 2 - \left(\frac{1}{4} + 1 + 1 \right) = \frac{31}{4} = \boxed{7.75 u^2} \end{aligned}$$

El área pedida tiene un valor de 7.75 unidades cuadradas.



PROBLEMA 5

(Se calificará de 0 a 10 puntos). Una pequeña fábrica de quesos artesanales está probando una nueva técnica de maduración. El maestro quesero está interesado en analizar el tiempo de maduración hasta alcanzar el estado óptimo de los quesos que produce. Se han seleccionado al azar 6 quesos de la última remesa y se han medido cuántos días han necesitado para alcanzar su punto óptimo, siendo estos: 28, 32, 29, 31, 28 y 32. Calcular el tiempo medio de maduración y su desviación típica.

Hallamos la media de los días de maduración.

$$\bar{x} = \frac{28 + 32 + 29 + 31 + 28 + 32}{6} = 30 \text{ días}$$

La media de maduración es de 30 días.

Hallamos la desviación típica de los datos.

$$\text{Varianza} = \frac{2 \cdot (28 - 30)^2 + 2 \cdot (32 - 30)^2 + (29 - 30)^2 + (31 - 30)^2}{6} = 3$$

$$\sigma = \sqrt{3} \approx 1.73$$

La desviación típica de los datos obtenidos tiene un valor aproximado de 1.73 días.