

**Universidad
Zaragoza**

PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATORIA ORDINARIA DE 2026

EJERCICIO DE: **MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CC. SS. II**TIEMPO DISPONIBLE: **1 hora 30 minutos**

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Las tres primeras preguntas son obligatorias. En la cuarta pregunta deberán elegirse solo DOS de las TRES cuestiones planteadas. En caso de responder a las tres, solo se corregirán las dos que aparezcan contestadas en primer lugar.

Cada ejercicio del examen es independiente y se califica sobre 10 puntos. Las cuatro preguntas tienen el mismo peso en la nota final (2,5 puntos cada una), que se obtendrá sumando las puntuaciones de los ejercicios y dividiendo el total entre 4.

Las respuestas deben expresarse de forma razonada, mostrando con rigor y precisión el proceso seguido en la resolución. Se deberá emplear el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados, así como argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes. La mera descripción del planteamiento, sin llevar a cabo de manera efectiva la resolución, no será suficiente para obtener una valoración completa de la pregunta o tarea.

La tabla de la distribución normal está disponible al final del examen, aunque es posible que no sea necesaria en ninguna pregunta.

1.- (10 puntos) Una librería organiza semanalmente sus pedidos en dos tipos de lotes: lotes de Novedades y lotes de Reposición. Cada lote de Novedades requiere 3 horas de trabajo en el departamento de recepción y 1 hora en el de etiquetado, mientras que cada lote de Reposición requiere 1 hora en recepción y 2 horas en etiquetado. Cada departamento dispone como máximo de 100 horas semanales para realizar cada una de estas tareas. La librería obtiene un beneficio de 500 euros por cada lote de Novedades y de 400 euros por cada lote de Reposición. Además, para garantizar una actividad comercial mínima, la librería se compromete a preparar al menos 40 lotes en total cada semana (sumando ambos tipos).

a.- (8 puntos) Determine cuántos lotes de Novedades y cuántos de Reposición debe preparar la librería semanalmente para maximizar el beneficio, cumpliendo todas las restricciones del enunciado, así como el beneficio máximo que puede alcanzar.

b.- (2 puntos) Razone si preparar 10 lotes de Novedades y 40 de Reposición semanalmente satisface las restricciones del enunciado. En caso afirmativo, ¿es una solución óptima?

2.- (10 puntos) En la librería se ha observado que un aumento en el precio del libro en papel puede provocar un aumento de las descargas ilegales. Para estudiar este comportamiento, se considera la siguiente función:

$$D(x) = -4x^3 + 36x^2 + 864x + 400$$

que aproxima el número de descargas ilegales en función del aumento de precio (x) (en euros) sobre un precio base de 10 euros, con $2 \leq x \leq 15$.

a.- (8 puntos) Calcule el número de descargas ilegales para aumentos del precio de 2 y de 15 euros. Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función $D(x)$ en $2 \leq x \leq 15$. Determine los valores mínimo y máximo de descargas ilegales y el precio final en el que se alcanzan, indicando si se trata de extremos relativos y/o absolutos.

b.- (2 puntos) Calcule, si existen, los puntos de inflexión de $D(x)$. Estudie la curvatura (concavidad/convexidad) de la función en el intervalo $2 \leq x \leq 15$.

3.- (10 puntos) La librería quiere obtener información para prever la demanda y planificar mejor los pedidos. Para ello se toma una muestra aleatoria simple de 100 clientes y se observa que 52 de ellos realizan compras online al menos una vez al mes.

a.- (5 puntos) A partir de dicha muestra, se desea estimar la proporción de clientes de la librería que realizan compras online al menos una vez al mes. Calcule un intervalo de

confianza del 96% para dicha proporción. A la vista del intervalo obtenido, razone si hay motivos para dudar que la proporción real de clientes que realizan compras online al menos una vez al mes es del 65%. Justifique su respuesta.

- b.- (5 puntos) Suponga ahora que la proporción real de clientes que realizan compras online al menos una vez al mes es igual a la estimada en la muestra. Si se seleccionan 10 clientes al azar con reemplazamiento, calcule la probabilidad de que exactamente 6 de ellos realicen compras online al menos una vez al mes.

4.- (10 puntos) Elija únicamente dos opciones de las tres posibles **Q1, Q2 y Q3**.

Q1.- (5 puntos)

Durante una semana en la librería se aplicó un descuento del 10% sobre el precio original de cada artículo. En esa semana, un cliente compró una novela, un cuaderno y una mochila, y pagó en total 117 euros después del descuento. Antes del descuento, el precio del cuaderno era la cuarta parte del precio de la novela y el precio de la mochila era el doble del precio de la novela. Determine el precio original de cada uno de los tres artículos.

Q2.- (5 puntos)

En la librería se ha estudiado el beneficio semanal (en cientos de euros) en función del tiempo (x) (en días) transcurrido desde el inicio de una campaña promocional, y se ha modelizado por la función:

$$B(x) = 3x^2 + ax + 1$$

Se sabe que el beneficio total acumulado durante los dos primeros días de la campaña ha sido de 3.000 euros, lo que se expresa mediante la condición:

$$\int_0^2 B(x) dx = 30$$

Determine el valor del parámetro a .

Q3.- (5 puntos)

En la librería, durante una semana, se ofrecen tres promociones: descuento en novelas (A), descuento en manuales (B) y un vale para accesorios (C). De cada 1.000 clientes de la librería, 300 reciben la promoción A, el 50% recibe la promoción B y el resto recibe la promoción C. Se sabe, además, que la probabilidad de que un cliente realice una compra esa semana es 0,6 si ha recibido la promoción A. Por otro lado, se conoce que el 80% de los clientes que han recibido la promoción B y el 70% de los que han recibido la promoción C realizan una compra durante esa semana. Se elige al azar un cliente de la librería y se sabe que ha realizado una compra esa semana. Calcule la probabilidad de que dicho cliente hubiera recibido la promoción A.

Tabla de la distribución normal (puede no ser necesaria para el examen):

k	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	k
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	0,5
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	0,6
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	0,9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	1,0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	1,1
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	1,2
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	1,3
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	1,4
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	1,5
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	1,6
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	1,7
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	1,8
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	2,6
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	2,7
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	2,8
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	2,9
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990	3,0
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993	3,1
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	3,2
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	3,3
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	3,4
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	3,5
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	3,6

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla,

SOLUCIONES

- 1.- (10 puntos)** Una librería organiza semanalmente sus pedidos en dos tipos de lotes: lotes de Novedades y lotes de Reposición. Cada lote de Novedades requiere 3 horas de trabajo en el departamento de recepción y 1 hora en el de etiquetado, mientras que cada lote de Reposición requiere 1 hora en recepción y 2 horas en etiquetado. Cada departamento dispone como máximo de 100 horas semanales para realizar cada una de estas tareas. La librería obtiene un beneficio de 500 euros por cada lote de Novedades y de 400 euros por cada lote de Reposición. Además, para garantizar una actividad comercial mínima, la librería se compromete a preparar al menos 40 lotes en total cada semana (sumando ambos tipos).
- a.- (8 puntos)** Determine cuántos lotes de Novedades y cuántos de Reposición debe preparar la librería semanalmente para maximizar el beneficio, cumpliendo todas las restricciones del enunciado, así como el beneficio máximo que puede alcanzar.
- b.- (2 puntos)** Razone si preparar 10 lotes de Novedades y 40 de Reposición semanalmente satisface las restricciones del enunciado. En caso afirmativo, ¿es una solución óptima?

- a.-** Llamamos x al número de lotes de Novedades que se preparan semanalmente e y al número de lotes de Reposición.

Completamos una tabla con los datos del problema.

	Horas de recepción	Horas de etiquetado	Beneficio
Nº lotes de Novedades (x)	$3x$	x	$500x$
Nº lotes de Reposición (y)	y	$2y$	$400y$
TOTALES	$3x + y$	$x + 2y$	$500x + 400y$

Queremos maximizar el beneficio: $B(x, y) = 500x + 400y$

Las restricciones son:

“Cada departamento dispone como máximo de 100 horas semanales para realizar cada una de estas tareas” $\rightarrow 3x + y \leq 100$; $x + 2y \leq 100$.

“La librería se compromete a preparar al menos 40 lotes en total cada semana (sumando ambos tipos)” $\rightarrow x + y \geq 40$

Las cantidades deben ser positivas $\rightarrow x \geq 0$; $y \geq 0$

Reunimos las restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} 3x + y \leq 100 \\ x + 2y \leq 100 \\ x + y \geq 40 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Representamos la región factible, empezando por dibujar las rectas que la delimitan.

$3x + y = 100$

$x + 2y = 100$

$x + y = 40$

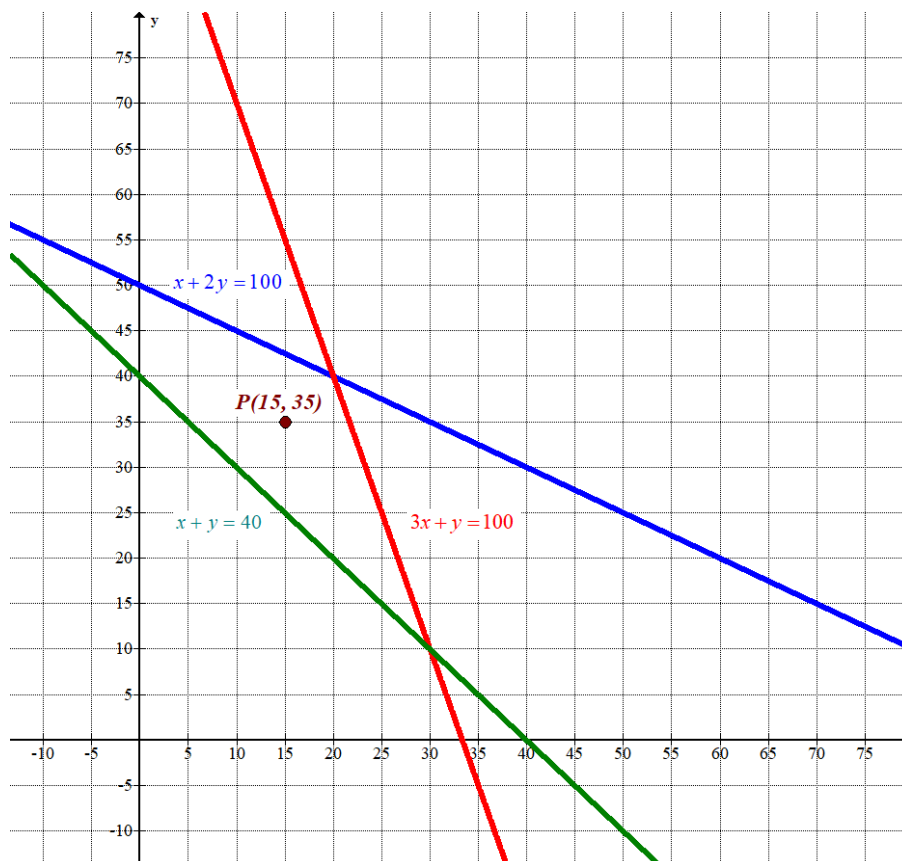
$x \geq 0; y \geq 0$

x	$y = 100 - 3x$
0	100
20	40
30	10

x	$y = \frac{100 - x}{2}$
0	50
20	40
40	30

x	$y = 40 - x$
0	40
30	10
40	0

Primer
cuadrante



Como las restricciones son $\left. \begin{array}{l} 3x + y \leq 100 \\ x + 2y \leq 100 \\ x + y \geq 40 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$ la región factible es la región del primer cuadrante

que está por debajo de las rectas roja y azul, y por encima de la recta verde.

Comprobamos que el punto $P(15, 35)$ perteneciente a dicha región cumple todas las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 3 \cdot 15 + 35 \leq 100 \\ 15 + 2 \cdot 35 \leq 100 \\ 15 + 35 \geq 40 \\ 15 \geq 0; 35 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas! }$$

Coloreamos de rosa la región factible e indicamos las coordenadas de sus vértices.



Valoramos la función beneficio $B(x, y) = 500x + 400y$ en cada uno de sus vértices, en busca del valor máximo.

$$A(0, 50) \rightarrow B(0, 50) = 500 \cdot 0 + 400 \cdot 50 = 20000$$

$$B(20, 40) \rightarrow B(20, 40) = 500 \cdot 20 + 400 \cdot 40 = 26000 \text{ Máximo}$$

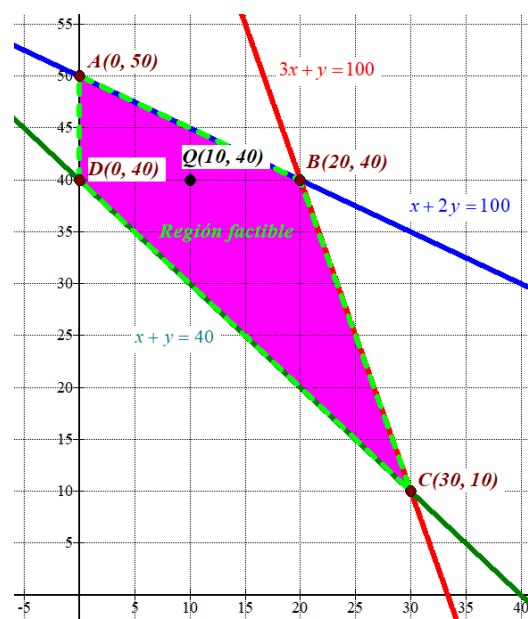
$$C(30, 10) \rightarrow B(30, 10) = 500 \cdot 30 + 400 \cdot 10 = 19000$$

$$D(0, 40) \rightarrow B(0, 40) = 500 \cdot 0 + 400 \cdot 40 = 16000$$

El valor máximo es 26000 y se obtiene en el punto $B(20, 40)$.

Con 20 lotes de Novedades y 40 de Reposición se cumplen las restricciones con un beneficio máximo de 26000 €.

- b.-** Preparar 10 lotes de Novedades y 40 de Reposición gráficamente se corresponde con el punto $(10, 40)$. Este punto pertenece a la región factible y preparar 10 lotes de Novedades y 40 de Reposición semanalmente satisface las restricciones del enunciado.



También se puede comprobar que el punto (10, 40) cumple todas las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 3 \cdot 10 + 40 \leq 100 \\ 10 + 2 \cdot 40 \leq 100 \\ 10 + 40 \geq 40 \\ 10 \geq 0; 40 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas!}$$

2.- (10 puntos) En la librería se ha observado que un aumento en el precio del libro en papel puede provocar un aumento de las descargas ilegales. Para estudiar este comportamiento, se considera la siguiente función:

$$D(x) = -4x^3 + 36x^2 + 864x + 400$$

que aproxima el número de descargas ilegales en función del aumento de precio (x) (en euros) sobre un precio base de 10 euros, con $2 \leq x \leq 15$.

a.- (8 puntos) Calcule el número de descargas ilegales para aumentos del precio de 2 y de 15 euros. Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función $D(x)$ en $2 \leq x \leq 15$. Determine los valores mínimo y máximo de descargas ilegales y el precio final en el que se alcanzan, indicando si se trata de extremos relativos y/o absolutos.

b.- (2 puntos) Calcule, si existen, los puntos de inflexión de $D(x)$. Estudie la curvatura (concavidad/convexidad) de la función en el intervalo $2 \leq x \leq 15$.

a.- Calculamos el valor de $D(2)$ y de $D(15)$.

$$\left. \begin{aligned} D(2) &= -4 \cdot 2^3 + 36 \cdot 2^2 + 864 \cdot 2 + 400 = 2240 \\ D(15) &= -4 \cdot 15^3 + 36 \cdot 15^2 + 864 \cdot 15 + 400 = 7960 \end{aligned} \right\}$$

El número de descargas ilegales con un aumento del precio de 2 euros es de 2240.

El número de descargas ilegales con un aumento del precio de 15 euros es de 7960.

Averiguamos si la derivada de la función descargas se anula.

$$\left. \begin{aligned} D'(x) &= -12x^2 + 72x + 864 \\ D'(x) &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -12x^2 + 72x + 864 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 72 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-72)}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 18}{2} = \begin{cases} \frac{6+18}{2} = 12 \in [2, 15] \\ \frac{6-18}{2} = -6 \notin [2, 15] \end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes y después de $x = 12$.

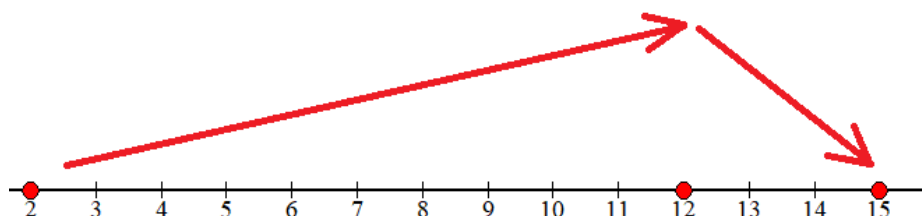
- En el intervalo $[2, 12)$ tomamos $x = 10$ y la derivada vale

$$D'(10) = -12 \cdot 10^2 + 72 \cdot 10 + 864 = 384 > 0. \text{ La función crece en } [2, 12).$$

- En el intervalo $(12, 15]$ tomamos $x = 13$ y la derivada vale

$$D'(13) = -12 \cdot 13^2 + 72 \cdot 13 + 864 = -228 < 0. \text{ La función decrece en } (12, 15].$$

La función sigue el esquema siguiente.



La función tiene un máximo relativo en $x = 12$.

Como $D(12) = -4 \cdot 12^3 + 36 \cdot 12^2 + 864 \cdot 12 + 400 = 9040$ podemos afirmar que aumentando el precio 12 euros, es decir, con un precio de $10 + 12 = 22$ euros se consigue un número de descargas máximo de 9040. Este máximo es absoluto.

Como $D(2) = 2240 < 7960 = D(15)$ el mínimo absoluto de las descargas es 2240 que se producen con un aumento de 2 euros en el precio, es decir, con un precio de $10 + 2 = 12$ euros.

b.- Averiguamos si la derivada segunda se anula.

$$D'(x) = -12x^2 + 72x + 864 \Rightarrow D''(x) = -24x + 72$$

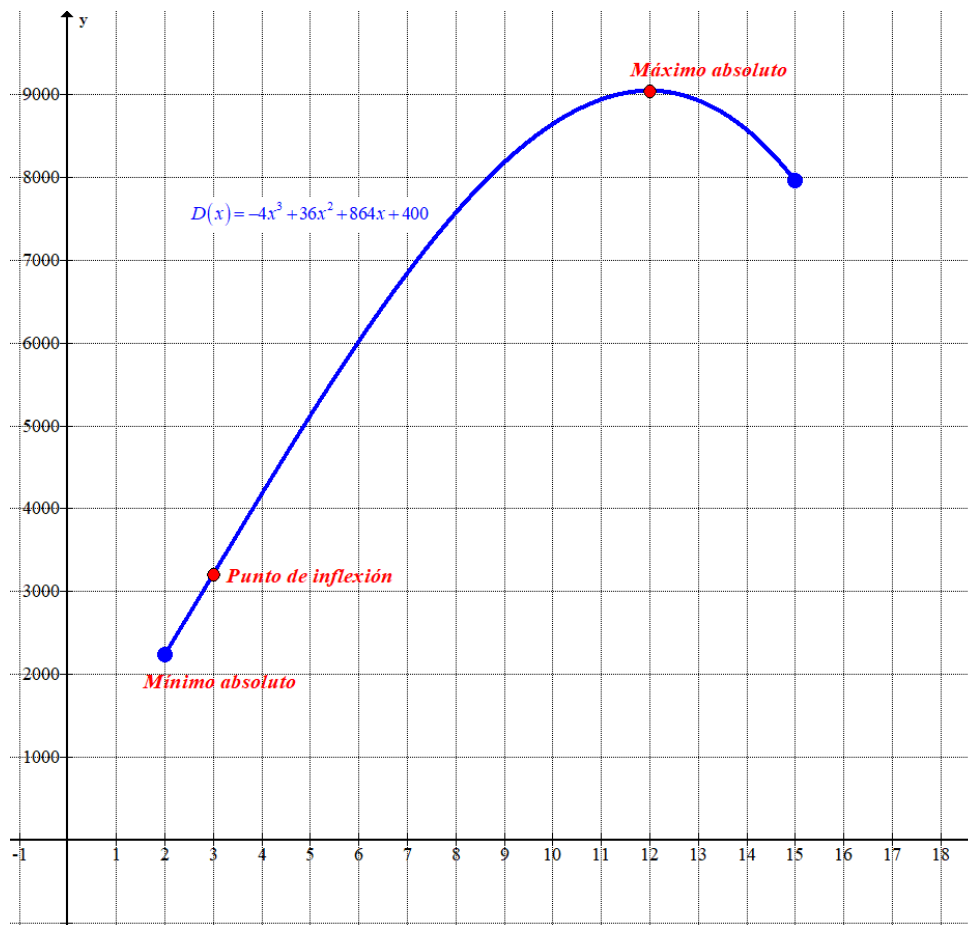
$$D''(x) = 0 \Rightarrow -24x + 72 = 0 \Rightarrow 24x = 72 \Rightarrow x = \frac{72}{24} = 3 \in [2, 15]$$

Estudiamos el signo de la segunda derivada antes y después de $x = 3$

- En el intervalo $[2, 3)$ tomamos $x = 2.5$ y la derivada segunda vale $D''(2.5) = -24 \cdot 2.5 + 72 = 12 > 0$. La función es convexa ($\cup$) en $[2, 12)$.
- En el intervalo $(3, 15]$ tomamos $x = 10$ y la derivada segunda vale $D''(10) = -24 \cdot 10 + 72 = -168 < 0$. La función es cóncava ($\cap$) en $(3, 15]$.

La función es convexa ($\cup$) en $[2, 12)$ y cóncava ($\cap$) en $(3, 15]$.

La función cambia de convexa a cóncava en $x = 3$. La función presenta un punto de inflexión en $x = 3$. Como $D(3) = -4 \cdot 3^3 + 36 \cdot 3^2 + 864 \cdot 3 + 400 = 3208$ el punto de inflexión tiene coordenadas $(3, 3208)$.



3.- (10 puntos) La librería quiere obtener información para prever la demanda y planificar mejor los pedidos. Para ello se toma una muestra aleatoria simple de 100 clientes y se observa que 52 de ellos realizan compras online al menos una vez al mes.

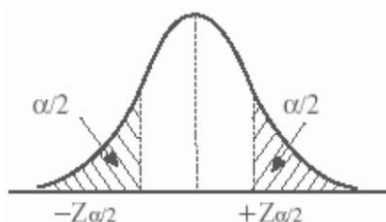
a.- (5 puntos) A partir de dicha muestra, se desea estimar la proporción de clientes de la librería que realizan compras online al menos una vez al mes. Calcule un intervalo de confianza del 96% para dicha proporción. A la vista del intervalo obtenido, razone si hay motivos para dudar que la proporción real de clientes que realizan compras online al menos una vez al mes es del 65%. Justifique su respuesta.

b.- (5 puntos) Suponga ahora que la proporción real de clientes que realizan compras online al menos una vez al mes es igual a la estimada en la muestra. Si se seleccionan 10 clientes al azar con reemplazamiento, calcule la probabilidad de que exactamente 6 de ellos realicen compras online al menos una vez al mes.

a.- La proporción de clientes que realizan compras online al menos una vez al mes tiene un valor de $p = \frac{52}{100} = 0.52$ y de aquí obtenemos $q = 1 - 0.52 = 0.48$.

Para un nivel de confianza del 96% obtenemos $z_{\alpha/2}$.

$$1 - \alpha = 0.96 \rightarrow \alpha = 0.04 \rightarrow \alpha/2 = 0.02 \rightarrow 1 - \alpha/2 = 0.98 \rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{2.05 + 2.06}{2} = 2.055$$



k	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5238
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846

Utilizamos la fórmula del error y tenemos

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot q}{n}} = 2.055 \cdot \sqrt{\frac{0.52 \cdot 0.48}{100}} \approx 0.1027$$

El intervalo de confianza para la proporción es:

$$(p - Error, p + Error) = (0.52 - 0.1027, 0.52 + 0.1027) = (0.4173, 0.6227)$$

La proporción 0.65 no pertenece al intervalo de confianza obtenido, pues $0.65 > 0.6227$. Hay motivos para dudar que la proporción real de clientes que realizan compras online al menos una vez al mes es del 65%.

b.- Consideramos X la variable aleatoria que cuenta el número de clientes de un grupo de 10 que realizan compras online al menos una vez al mes.

Esta variable es una binomial donde $n =$ número de repeticiones $= 10$ y $p =$ probabilidad de que un cliente haga compras online al menos una vez al mes $= 0.52$. $X = B(10, 0.52)$.

Nos piden calcular $P(X = 6)$.

$$P(X = 6) = \binom{10}{6} 0.52^6 \cdot 0.48^4 = \frac{10 \cdot 9 \cdot \cancel{8} \cdot 7}{\cancel{4} \cdot 3 \cdot \cancel{2}} \cdot 0.52^6 \cdot 0.48^4 = 210 \cdot 0.52^6 \cdot 0.48^4 = \boxed{0.2204}$$

En una muestra de 10 clientes la probabilidad de que exactamente 6 de ellos realicen compras online al menos una vez al mes vale 0.2204.

Q1.- (5 puntos)

Durante una semana en la librería se aplicó un descuento del 10% sobre el precio original de cada artículo. En esa semana, un cliente compró una novela, un cuaderno y una mochila, y pagó en total 117 euros después del descuento. Antes del descuento, el precio del cuaderno era la cuarta parte del precio de la novela y el precio de la mochila era el doble del precio de la novela. Determine el precio original de cada uno de los tres artículos.

Llamamos “n” al precio original de una novela, “c” al precio de un cuaderno y “m” al precio de una mochila.

Obtenemos las ecuaciones asociadas a la información proporcionada.

En esa semana, un cliente compró una novela, un cuaderno y una mochila, y pagó en total 117 euros después del descuento $\rightarrow 0.90n + 0.90c + 0.9m = 117$.

Antes del descuento, el precio del cuaderno era la cuarta parte del precio de la novela y el precio de la mochila era el doble del precio de la novela $\rightarrow c = \frac{n}{4}; m = 2n$.

Reunimos las tres ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} 0.9n + 0.9c + 0.9m = 117 \\ c = \frac{n}{4} \\ m = 2n \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} n + c + m = \frac{117}{0.9} = 130 \\ c = \frac{n}{4} \\ m = 2n \end{array} \right\} \Rightarrow n + \frac{n}{4} + 2n = 130 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4n + n + 8n = 520 \Rightarrow 13n = 520 \Rightarrow \boxed{n = \frac{520}{13} = 40} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \boxed{c = \frac{40}{4} = 10} \\ \boxed{m = 2 \cdot 40 = 80} \end{array} \right.$$

El precio original de una novela es de 40 euros, de un cuaderno es 10 euros y el de una mochila es de 80 euros.

Q2.- (5 puntos)

En la librería se ha estudiado el beneficio semanal (en cientos de euros) en función del tiempo (x) (en días) transcurrido desde el inicio de una campaña promocional, y se ha modelizado por la función:

$$B(x) = 3x^2 + ax + 1$$

Se sabe que el beneficio total acumulado durante los dos primeros días de la campaña ha sido de 3.000 euros, lo que se expresa mediante la condición:

$$\int_0^2 B(x) dx = 30$$

Determine el valor del parámetro a .

Calculamos la expresión de $\int_0^2 B(x) dx$.

$$\int_0^2 3x^2 + ax + 1 dx = \left[x^3 + \frac{ax^2}{2} + x \right]_0^2 = \left[2^3 + \frac{a \cdot 2^2}{2} + 2 \right] - \left[0^3 + \frac{a \cdot 0^2}{2} + 0 \right] = 8 + 2a + 2 = 10 + 2a$$

Igualamos esta expresión a 30 y determinamos el valor de a .

$$\int_0^2 B(x) dx = 30 \Rightarrow 10 + 2a = 30 \Rightarrow 2a = 20 \Rightarrow \boxed{a = 10}$$

Para $a = 10$ se cumple lo pedido.

Q3.- (5 puntos)

En la librería, durante una semana, se ofrecen tres promociones: descuento en novelas (A), descuento en manuales (B) y un vale para accesorios (C). De cada 1.000 clientes de la librería, 300 reciben la promoción A, el 50% recibe la promoción B y el resto recibe la promoción C. Se sabe, además, que la probabilidad de que un cliente realice una compra esa semana es 0,6 si ha recibido la promoción A. Por otro lado, se conoce que el 80% de los clientes que han recibido la promoción B y el 70% de los que han recibido la promoción C realizan una compra durante esa semana. Se elige al azar un cliente de la librería y se sabe que ha realizado una compra esa semana. Calcule la probabilidad de que dicho cliente hubiera recibido la promoción A.

Llamamos A a “recibir la promoción A”, B a “recibir la promoción B”, C a “recibir la promoción C” y D a “realizar una compra durante esa semana”.

Nos dicen que $P(A) = \frac{300}{1000} = 0.3$, $P(B) = 0.5$; $P(C) = 1 - 0.3 - 0.5 = 0.2$. También nos

dicen que $P(D/A) = 0.6$; $P(D/B) = 0.8$; $P(D/C) = 0.7$.

Nos piden determinar el valor de $P(A/D)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(A/D) = \frac{P(A \cap D)}{P(D)} = \frac{P(A)P(D/A)}{P(A)P(D/A) + P(B)P(D/B) + P(C)P(D/C)} =$$

$$= \frac{0.3 \cdot 0.6}{0.3 \cdot 0.6 + 0.5 \cdot 0.8 + 0.2 \cdot 0.7} = \frac{0.18}{0.18 + 0.40 + 0.14} = \frac{0.18}{0.72} = \frac{18}{72} = \boxed{\frac{1}{4} = 0.25}$$