

	Prueba de acceso a la Universidad Castilla y León	MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CCSS II	EJERCICIO Nº Páginas: 3
---	---	--	-----------------------------------

APARTADO 1 (Bloques A+C)

1. [3 puntos] Un autobús que va al campus universitario transporta a 90 viajeros que se clasifican en tres tipos: los que pagan el billete ordinario, que cuesta 1.2 euros; los viajeros que tienen un bono de descuento, cuyo billete cuesta 0.75 euros; y los que pagan con un bono de descuento especial para estudiantes, que cuesta 0.65 euros. La recaudación del autobús en dicho viaje fue de 70.5 euros. Calcular el número de viajeros de cada tipo, sabiendo que el número de los que pagan con el bono de estudiantes era el doble que el total de viajeros de los otros dos tipos juntos.

APARTADO 2 (Bloque B)

2. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 2 & \text{si } x \leq 3 \\ (x - 4)^2 - 1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Responda a dos de las siguientes cuestiones (2.1, 2.2, 2.3):

2.1 [1.5 puntos] Calcular el área limitada por la función $f(x)$ y el eje de abscisas en el intervalo $[4, 6]$, dibujando el recinto correspondiente.

2.2 [1.5 puntos] Estudiar la continuidad de la función $f(x)$ en todo su dominio de definición.

2.3 [1.5 puntos] Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función en el intervalo $(3, \infty)$.

APARTADO 3 (Bloque D)

3. El último informe sobre compras online revela que, de los 34.5 millones de personas entre 16 y 74 años usuarias de Internet en España, el 87% compra online. Este porcentaje se eleva al 90 % en los jóvenes entre 25 y 34 años, siendo este el tramo de edad que más compras online realiza. Además, se sabe que entre los jóvenes de 25 a 34 años hay 5 millones de usuarios de Internet.

Responda a dos de los siguientes problemas (3.1, 3.2, 3.3):

3.1. A partir del enunciado anterior, se pide:

a) [1 punto] Escribir la información dada en términos de sucesos y sus probabilidades asociadas.

b) [1 punto] Determinar el porcentaje de personas que compra online entre los usuarios de Internet del resto de edades.

3.2. Se sabe que el gasto mensual de los compradores online sigue una distribución normal con media de 275 euros.

a) [1 punto] Si el 69.15 % de compradores online gastan menos de 300 euros mensuales, determinar el valor de la desviación típica del gasto mensual.

b) [1 punto] Calcular la probabilidad de que un comprador online gaste más de 400 euros mensuales.

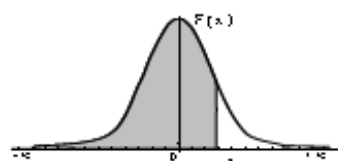
3.3. Una tienda tradicional realiza una encuesta a 10 de sus clientes jóvenes (entre 25 y 34 años) para conocer si compran o no online.

a) [1 punto] Calcular la probabilidad de que exactamente 2 de los 10 clientes jóvenes no realicen compras online.

b) [1 punto] Calcular la probabilidad de que menos de 2 clientes no realicen compras online.

Distribución Normal

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9014
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9318
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

Distribución Binomial $p(X=r) = \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}$

n	p	0,01	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	1/3	0,35	0,40	0,45	0,49	0,50
2	0	0,9801	0,9025	0,8100	0,7225	0,6400	0,5625	0,4900	0,4444	0,4225	0,3800	0,3025	0,2601	0,2500
2	1	0,0198	0,0975	0,1900	0,2775	0,3600	0,4375	0,5100	0,5556	0,5775	0,6200	0,6975	0,7399	0,7500
3	0	0,0001	0,0025	0,0100	0,0225	0,0400	0,0625	0,0900	0,1111	0,1225	0,1600	0,2025	0,2401	0,2500
3	1	0,0294	0,1354	0,2430	0,3251	0,3840	0,4219	0,4410	0,4444	0,4438	0,4320	0,4084	0,3823	0,3750
3	2	0,0003	0,0071	0,0270	0,0574	0,0960	0,1408	0,1890	0,2222	0,2389	0,2880	0,3341	0,3674	0,3750
3	3	0,0000	0,0001	0,0010	0,0034	0,0080	0,0156	0,0270	0,0370	0,0429	0,0640	0,0911	0,1176	0,1250
4	0	0,9606	0,8145	0,6561	0,5220	0,4096	0,3164	0,2401	0,1975	0,1785	0,1296	0,0915	0,0677	0,0625
4	1	0,0388	0,1715	0,2916	0,3685	0,4096	0,4219	0,4116	0,3951	0,3845	0,3456	0,2995	0,2600	0,2500
4	2	0,0006	0,0135	0,0486	0,0975	0,1536	0,2109	0,2646	0,2963	0,3105	0,3456	0,3675	0,3747	0,3750
4	3	0,0000	0,0005	0,0036	0,0115	0,0256	0,0469	0,0756	0,0988	0,1115	0,1536	0,2005	0,2400	0,2500
4	4	0,0000	0,0000	0,0001	0,0005	0,0016	0,0039	0,0081	0,0123	0,0150	0,0256	0,0410	0,0576	0,0625
5	0	0,9510	0,7738	0,5905	0,4437	0,3277	0,2373	0,1681	0,1317	0,1160	0,0778	0,0503	0,0345	0,0313
5	1	0,0480	0,2036	0,3281	0,3915	0,4096	0,3855	0,3602	0,3292	0,3124	0,2592	0,2059	0,1657	0,1583
5	2	0,0010	0,0214	0,0729	0,1382	0,2048	0,2637	0,3087	0,3292	0,3364	0,3456	0,3369	0,3185	0,3125
5	3	0,0000	0,0011	0,0081	0,0244	0,0512	0,0879	0,1323	0,1646	0,1811	0,2304	0,2757	0,3080	0,3125
5	4	0,0000	0,0000	0,0005	0,0022	0,0064	0,0146	0,0284	0,0412	0,0488	0,0768	0,1128	0,1470	0,1583
5	5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0010	0,0024	0,0041	0,0053	0,0102	0,0185	0,0282	0,0313
6	0	0,9415	0,7351	0,5314	0,3771	0,2621	0,1780	0,1176	0,0878	0,0754	0,0467	0,0277	0,0176	0,0156
6	1	0,0571	0,2321	0,3543	0,3993	0,3932	0,3560	0,3025	0,2634	0,2437	0,1866	0,1359	0,1014	0,0938
6	2	0,0014	0,0305	0,0984	0,1762	0,2458	0,2966	0,3241	0,3292	0,3280	0,3110	0,2780	0,2436	0,2344
6	3	0,0000	0,0021	0,0146	0,0415	0,0819	0,1318	0,1852	0,2195	0,2355	0,2765	0,3032	0,3121	0,3125
6	4	0,0000	0,0001	0,0012	0,0055	0,0154	0,0330	0,0595	0,0823	0,0951	0,1382	0,1861	0,2249	0,2344
6	5	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0015	0,0044	0,0102	0,0165	0,0205	0,0369	0,0609	0,0864	0,0938
6	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0007	0,0014	0,0018	0,0041	0,0083	0,0138	0,0156
7	0	0,9321	0,6983	0,4783	0,3206	0,2097	0,1335	0,0824	0,0585	0,0490	0,0280	0,0152	0,0090	0,0078
7	1	0,0659	0,2573	0,3720	0,3960	0,3670	0,3115	0,2471	0,2048	0,1848	0,1306	0,0872	0,0604	0,0547
7	2	0,0020	0,0406	0,1240	0,2097	0,2753	0,3115	0,3177	0,3073	0,2985	0,2613	0,2140	0,1740	0,1641
7	3	0,0000	0,0036	0,0230	0,0617	0,1147	0,1730	0,2269	0,2561	0,2679	0,2903	0,2918	0,2786	0,2734
7	4	0,0000	0,0002	0,0026	0,0109	0,0287	0,0577	0,0972	0,1280	0,1442	0,1935	0,2388	0,2676	0,2734
7	5	0,0000	0,0000	0,0002	0,0012	0,0043	0,0115	0,0250	0,0384	0,0466	0,0774	0,1172	0,1543	0,1641
7	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0013	0,0036	0,0064	0,0084	0,0172	0,0320	0,0494	0,0547
7	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0005	0,0008	0,0008	0,0016	0,0037	0,0068	0,0078
8	0	0,9227	0,6634	0,4305	0,2725	0,1678	0,1001	0,0576	0,0390	0,0319	0,0168	0,0084	0,0046	0,0039
8	1	0,0746	0,2793	0,3826	0,3847	0,3355	0,2670	0,1977	0,1561	0,1373	0,0896	0,0548	0,0352	0,0313
8	2	0,0026	0,0515	0,1488	0,2376	0,2936	0,3115	0,2965	0,2731	0,2587	0,2090	0,1569	0,1183	0,1094
8	3	0,0001	0,0054	0,0331	0,0839	0,1468	0,2076	0,2541	0,2731	0,2786	0,2787	0,2568	0,2273	0,2188
8	4	0,0000	0,0004	0,0046	0,0185	0,0459	0,0865	0,1361	0,1707	0,1875	0,2322	0,2627	0,2730	0,2734
8	5	0,0000	0,0000	0,0004	0,0026	0,0092	0,0231	0,0467	0,0683	0,0808	0,1239	0,1719	0,2098	0,2188
8	6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0002	0,0011	0,0038	0,0100	0,0171	0,0217	0,0413	0,0703	0,1008	0,1094
8	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0012	0,0024	0,0033	0,0079	0,0164	0,0277	0,0313
8	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0002	0,0002	0,0007	0,0017	0,0033	0,0039
9	0	0,9135	0,6302	0,3874	0,2316	0,1342	0,0751	0,0404	0,0260	0,0207	0,0101	0,0046	0,0023	0,0020
9	1	0,0830	0,2985	0,3874	0,3679	0,3020	0,2253	0,1556	0,1171	0,1004	0,0605	0,0339	0,0202	0,0176
9	2	0,0034	0,0629	0,1722	0,2597	0,3020	0,3003	0,2668	0,2341	0,2162	0,1612	0,1110	0,0776	0,0703
9	3	0,0001	0,0077	0,0446	0,1069	0,1762	0,2336	0,2668	0,2731	0,2716	0,2508	0,2119	0,1739	0,1641
9	4	0,0000	0,0006	0,0074	0,0283	0,0661	0,1168	0,1715	0,2048	0,2194	0,2508	0,2600	0,2506	0,2461
9	5	0,0000	0,0000	0,0008	0,0050	0,0165	0,0389	0,0735	0,1024	0,1181	0,1672	0,2128	0,2408	0,2461
9	6	0,0000	0,0000	0,0001	0,0006	0,0028	0,0087	0,0210	0,0341	0,0424	0,0743	0,1160	0,1542	0,1641
9	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0003	0,0012	0,0039	0,0073	0,0098	0,0212	0,0407	0,0635	0,0703
9	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0009	0,0013	0,0035	0,0083	0,0153	0,0176
9	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0003	0,0008	0,0016	0,0020
10	0	0,9044	0,5987	0,3487	0,1969	0,1074	0,0563	0,0282	0,0173	0,0135	0,0060	0,0025	0,0012	0,0010
10	1	0,0914	0,3151	0,3874	0,3474	0,2684	0,1877	0,1211	0,0867	0,0725	0,0403	0,0207	0,0114	0,0098
10	2	0,0042	0,0746	0,1937	0,2759	0,3020	0,2816	0,2335	0,1951	0,1757	0,1209	0,0763	0,0494	0,0439
10	3	0,0001	0,0105	0,0574	0,1298	0,2013	0,2503	0,2668	0,2601	0,2522	0,2150	0,1665	0,1267	0,1172
10	4	0,0000	0,0010	0,0112	0,0401	0,0881	0,1460	0,2001	0,2276	0,2377	0,2508	0,2384	0,2130	0,2051
10	5	0,0000	0,0001	0,0015	0,0085	0,0264	0,0584	0,1029	0,1366	0,1536	0,2007	0,2340	0,2456	0,2461
10	6	0,0000	0,0000	0,0001	0,0012	0,0055	0,0162	0,0368	0,0569	0,0689	0,1115	0,1596	0,1986	0,2051
10	7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0008	0,0031	0,0090	0,0163	0,0212	0,0425	0,0746	0,1080	0,1172
10	8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0004	0,0014	0,0030	0,0043	0,0108	0,0229	0,0389	0,0439
10	9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0005	0,0016	0,0042	0,0083	0,0098
10	10	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0003	0,0008	0,0010

SOLUCIONES

1. [3 puntos] Un autobús que va al campus universitario transporta a 90 viajeros que se clasifican en tres tipos: los que pagan el billete ordinario, que cuesta 1.2 euros; los viajeros que tienen un bono de descuento, cuyo billete cuesta 0.75 euros; y los que pagan con un bono de descuento especial para estudiantes, que cuesta 0.65 euros. La recaudación del autobús en dicho viaje fue de 70.5 euros. Calcular el número de viajeros de cada tipo, sabiendo que el número de los que pagan con el bono de estudiantes era el doble que el total de viajeros de los otros dos tipos juntos.

Llamamos “x” al número de viajeros que pagan el billete ordinario, “y” al número de viajeros que tienen un bono de descuento y “z” al número de viajeros que tienen un bono de descuento especial para estudiantes.

Obtenemos las ecuaciones asociadas a la información proporcionada.

Un autobús que va al campus universitario transporta a 90 viajeros $\rightarrow x + y + z = 90$.

La recaudación del autobús en dicho viaje fue de 70.5 euros $\rightarrow 1.2x + 0.75y + 0.65z = 70.5$.

El número de los que pagan con el bono de estudiantes era el doble que el total de viajeros de los otros dos tipos juntos $\rightarrow z = 2(x + y)$.

Reunimos las ecuaciones en un sistema y lo resolvemos.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 90 \\ 1.2x + 0.75y + 0.65z = 70.5 \\ z = 2(x + y) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 90 \\ 1.2x + 0.75y + 0.65z = 70.5 \\ z = 2x + 2y \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + 2x + 2y = 90 \\ 1.2x + 0.75y + 0.65(2x + 2y) = 70.5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3x + 3y = 90 \\ 1.2x + 0.75y + 1.3x + 1.3y = 70.5 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 30 \\ 2.5x + 2.05y = 70.5 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = 30 - y \\ 2.5x + 2.05y = 70.5 \end{array} \right\} \Rightarrow 2.5(30 - y) + 2.05y = 70.5 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 75 - 2.5y + 2.05y = 70.5 \Rightarrow -0.45y = -4.5 \Rightarrow \boxed{y = \frac{4.5}{0.45} = 10} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{x = 30 - 10 = 20} \Rightarrow \boxed{z = 2(20 + 10) = 60}$$

El autobús transporta a 20 viajeros con billete ordinario, 10 con bono de descuento y 60 con bono de descuento especial de estudiante.

2. Sea la función

$$f(x) = \begin{cases} 4x-2 & \text{si } x \leq 3 \\ (x-4)^2 - 1 & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

Responda a dos de las siguientes cuestiones (2.1, 2.2, 2.3):

2.1 [1.5 puntos] Calcular el área limitada por la función $f(x)$ y el eje de abscisas en el intervalo $[4, 6]$, dibujando el recinto correspondiente.

2.2 [1.5 puntos] Estudiar la continuidad de la función $f(x)$ en todo su dominio de definición.

2.3 [1.5 puntos] Determinar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función en el intervalo $(3, \infty)$.

2.1 En el intervalo $[4, 6]$ la función tiene la expresión

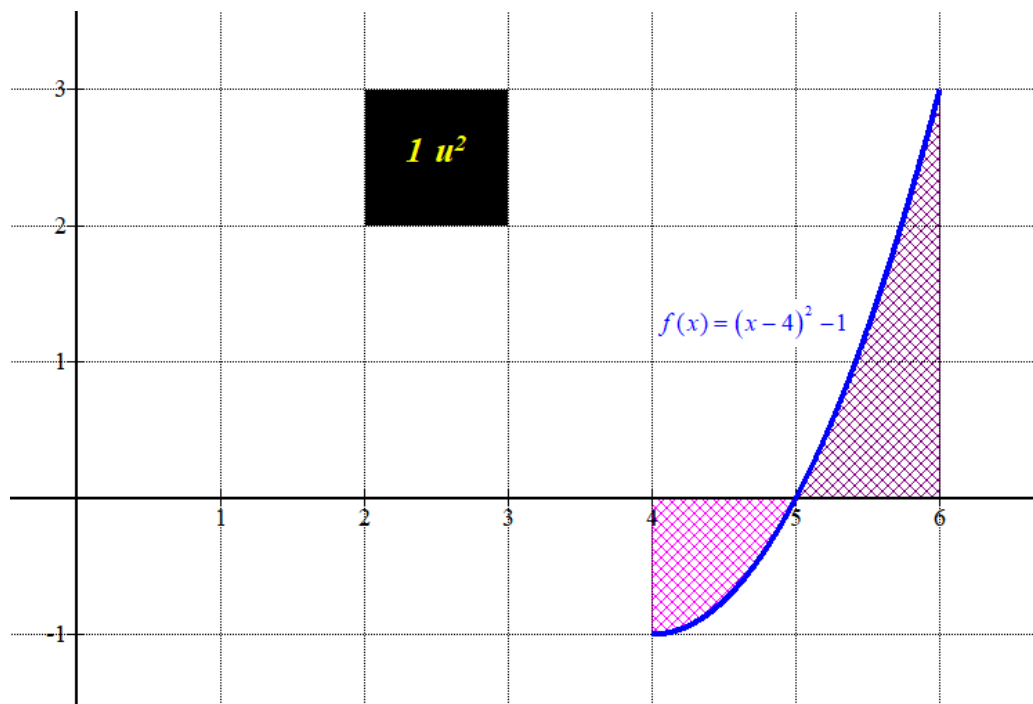
$$f(x) = (x-4)^2 - 1 = x^2 - 8x + 16 - 1 = x^2 - 8x + 15.$$

Vemos si la función corta el eje de abscisas.

$$\left. \begin{array}{l} y = 0 \\ f(x) = x^2 - 8x + 15 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = x^2 - 8x + 15 \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 15}}{2 \cdot 1} = \frac{8 \pm 2}{2} = \begin{cases} \frac{8+2}{2} = 5 \in [4, 6] \\ \frac{8-2}{2} = 3 \notin [4, 6] \end{cases}$$

Hacemos una tabla de valores de la función y dibujamos el recinto del cual queremos determinar su área.

x	$f(x) = x^2 - 8x + 15$
4	-1
5	0
6	3



El área es la suma del valor absoluto de dos integrales definidas.

$$\begin{aligned}
 \text{Área} &= \left| \int_4^5 (x-4)^2 - 1 dx \right| + \left| \int_5^6 (x-4)^2 - 1 dx \right| = \left| \left[\frac{(x-4)^3}{3} - x \right]_4^5 \right| + \left| \left[\frac{(x-4)^3}{3} - x \right]_5^6 \right| = \\
 &= \left| \left[\frac{(5-4)^3}{3} - 5 \right] - \left[\frac{(4-4)^3}{3} - 4 \right] \right| + \left| \left[\frac{(6-4)^3}{3} - 6 \right] - \left[\frac{(5-4)^3}{3} - 5 \right] \right| = \\
 &= \left| \frac{1}{3} - 5 + 4 \right| + \left| \frac{8}{3} - 6 - \frac{1}{3} + 5 \right| = \left| \frac{1}{3} - 1 \right| + \left| \frac{7}{3} - 1 \right| = \left| \frac{-2}{3} \right| + \left| \frac{4}{3} \right| = \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \boxed{2u^2}
 \end{aligned}$$

El área limitada por la función $f(x)$ y el eje de abscisas en el intervalo $[4, 6]$ tiene un valor de 2 unidades cuadradas.

2.2 La función en el intervalo $(-\infty, 3)$ es $f(x) = 4x - 2$ que es una función lineal y por tanto continua.

En el intervalo $(3, +\infty)$ es $f(x) = (x-4)^2 - 1$ que es una función polinómica y por tanto continua

Solo falta comprobar la continuidad en el cambio de definición $x = 3$. Para que sea continua deben coincidir el valor de la función y los límites laterales.

$$\left. \begin{aligned}
 \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 3^-} 4x - 2 = 10 \\
 \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 3^+} (x-4)^2 - 1 = (-1)^2 - 1 = 0 \\
 f(3) &= 4 \cdot 3 - 2 = 10
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(3) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = 10 \neq 1 = \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$$

Los valores no coinciden y la función no es continua en $x = 3$.

La función es continua en $\mathbb{R} - \{3\}$.

2.3 En el intervalo $(3, +\infty)$ la función tiene la expresión $f(x) = (x-4)^2 - 1$.

Buscamos los puntos críticos de la función averiguando cuando se anula su derivada.

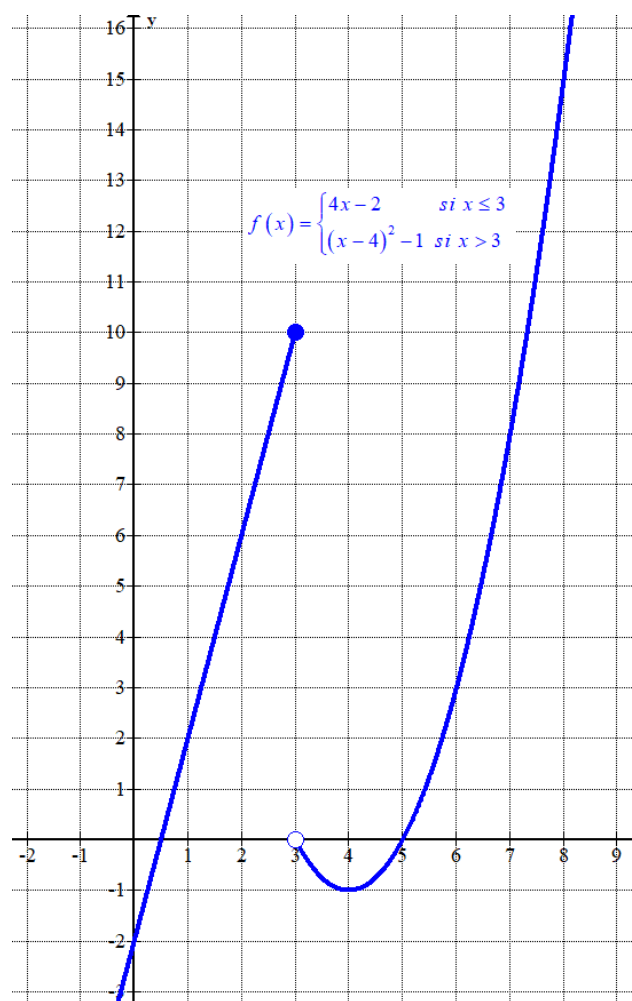
$$f(x) = (x-4)^2 - 1 \Rightarrow f'(x) = 2(x-4)$$

La derivada se anula para $x = 4$ que pertenece al intervalo $(3, +\infty)$.

Estudiamos el signo de la derivada antes y después de este valor.

- En el intervalo $(3, 4)$ tomamos $x = 3.5$ y la derivada vale $f'(3.5) = 2(3.5 - 4) = -1 < 0$. La función decrece en el intervalo $(3, 4)$.
- En el intervalo $(4, +\infty)$ tomamos $x = 5$ y la derivada vale $f'(5) = 2(5 - 4) = 2 > 0$. La función crece en el intervalo $(4, +\infty)$.

La función decrece en $(3, 4)$ y crece en $(4, +\infty)$.



3. El último informe sobre compras online revela que, de los 34.5 millones de personas entre 16 y 74 años usuarias de Internet en España, el 87% compra online. Este porcentaje se eleva al 90 % en los jóvenes entre 25 y 34 años, siendo este el tramo de edad que más compras online realiza. Además, se sabe que entre los jóvenes de 25 a 34 años hay 5 millones de usuarios de Internet.

Responda a dos de los siguientes problemas (3.1, 3.2, 3.3):

3.1. A partir del enunciado anterior, se pide:

a) [1 punto] Escribir la información dada en términos de sucesos y sus probabilidades asociadas.

b) [1 punto] Determinar el porcentaje de personas que compra online entre los usuarios de Internet del resto de edades.

3.2. Se sabe que el gasto mensual de los compradores online sigue una distribución normal con media de 275 euros.

a) [1 punto] Si el 69.15 % de compradores online gastan menos de 300 euros mensuales, determinar el valor de la desviación típica del gasto mensual.

b) [1 punto] Calcular la probabilidad de que un comprador online gaste más de 400 euros mensuales.

3.3. Una tienda tradicional realiza una encuesta a 10 de sus clientes jóvenes (entre 25 y 34 años) para conocer si compran o no online.

a) [1 punto] Calcular la probabilidad de que exactamente 2 de los 10 clientes jóvenes no realicen compras online.

b) [1 punto] Calcular la probabilidad de que menos de 2 clientes no realicen compras online.

3.1. a) Llamamos A al suceso “ser usuaria de internet con edad comprendida entre 16 y 74 años”, B a “Ser usuaria de internet con edad entre 25 y 34 años”, C a “realizar compras online”. Por los datos proporcionados en el ejercicio podemos decir que $P(C / A) = 0.87$,

$$P(C / B) = 0.90, \quad P(B / A) = \frac{5}{34.5} = \frac{10}{69} \approx 0.1449.$$

b) Entre 25 y 34 años hay 5 millones de usuarios, por lo que el resto son $34.5 - 5 = 29.5$ millones.

De los 34.5 millones de usuarios el 87% compra online esto significa que $0.87 \cdot 34.5 = 30.015$ millones de usuarias con edad entre 16 y 74 años compran en internet.

De los 5 millones de usuarios entre 25 y 34 años el 90 % compra online, esto significa que $0.9 \cdot 5 = 4.5$ millones de usuarios entre 25 y 34 años compra online.

Del resto de edades compran online $30.015 - 4.5 = 25.515$ millones.

$$\frac{25.515}{29.5} \approx 0.865$$

Esto significa que el porcentaje de personas que compra online entre los usuarios de Internet del resto de edades es de 86.5 %.

3.2. Llamamos X a la variable aleatoria que nos proporciona el gasto mensual de los compradores online (en euros). $X = N(275, \sigma)$.

a) Nos piden σ sabiendo que $P(X < 300) = 0.6915$.

$$P(X < 300) = 0.6915 \Rightarrow \{\text{Tipificamos}\} = P\left(Z < \frac{300 - 275}{\sigma}\right) = 0.6915 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{25}{\sigma} = 0.5 \Rightarrow 25 = 0.5 \cdot \sigma \Rightarrow \sigma = \frac{25}{0.5} = 50$$

	0,00	
0,0	0,5000	
0,1	0,5198	
0,2	0,5393	
0,3	0,5579	
0,4	0,5754	
0,5	0,5915	
0,6	0,6057	
0,7	0,6179	

La desviación típica es de 50 euros.

b) Nos piden calcular $P(X > 400)$.

$$P(X > 400) = \{\text{Tipificamos}\} = P\left(Z > \frac{400 - 275}{50}\right) = P(Z > 2.5) =$$

$$= 1 - P(Z \leq 2.5) = \left\{ \begin{array}{l} \text{Miramos en la} \\ \text{tabla } N(0, 1) \end{array} \right\} = 1 - 0.9938 = 0.0062$$

	0,00	0,0
0,0	0,5000	0,50
0,1	0,5198	0,54
0,2	0,5393	0,58
0,3	0,5579	0,62
0,4	0,5754	0,65
0,5	0,5915	0,69
0,6	0,6057	0,72
0,7	0,6179	0,76
0,8	0,6281	0,79
0,9	0,6359	0,81
1,0	0,6413	0,84
1,1	0,6453	0,86
1,2	0,6479	0,88
1,3	0,6493	0,90
1,4	0,6497	0,92
1,5	0,6497	0,93
1,6	0,6493	0,94
1,7	0,6485	0,95
1,8	0,6473	0,96
1,9	0,6457	0,97
2,0	0,6437	0,97
2,1	0,6413	0,98
2,2	0,6385	0,98
2,3	0,6353	0,98
2,4	0,6317	0,99
2,5	0,6277	0,99

La probabilidad de que un comprador online gaste más de 400 euros mensuales. es de 0.0062.

3.3. Llamamos X a la variable que nos da el número de clientes jóvenes que compran online de un grupo de 10 individuos. Esta variable es una binomial de parámetros n = número de repeticiones = 10 y p = probabilidad de que un comprador joven no sea comprador online = $1 - 0.9 = 0.1$. $X = B(10, 0.1)$.

a) Nos piden hallar $P(X = 2)$.

$$P(X = 2) = \binom{10}{2} 0.1^2 \cdot 0.9^8 = \frac{10 \cdot 9}{2} \cdot 0.1^2 \cdot 0.9^8 = \boxed{0.1937}$$

O bien mirando en la tabla de la binomial:

n	p			
		0,01	0,05	0,10
2	0	0,9801	0,9025	0,8100
	1	0,0198	0,0950	0,1800
	2	0,0001	0,0025	0,0100
3	0	0,9703	0,8574	0,7290
	1	0,0294	0,1354	0,2430
	2	0,0003	0,0071	0,0270
	3	0,0000	0,0001	0,0010
4	0	0,9606	0,8145	0,6561
	1	0,0388	0,1715	0,2916
	2	0,0006	0,0135	0,0486
	3	0,0000	0,0005	0,0036
	4	0,0000	0,0000	0,0001
5	0	0,9510	0,7738	0,5905
	1	0,0480	0,2036	0,281
	2	0,0010	0,0214	0,0729
	3	0,0000	0,0011	0,0081
	4	0,0000	0,0000	0,0005
	5	0,0000	0,0000	0,0000
6	0	0,9415	0,7351	0,5314
	1	0,0571	0,2321	0,2543
	2	0,0014	0,0305	0,0984
	3	0,0000	0,0021	0,0146
	4	0,0000	0,0001	0,0012
	5	0,0000	0,0000	0,0001
	6	0,0000	0,0000	0,0000
7	0	0,9321	0,6983	0,4783
	1	0,0659	0,2573	0,2720
	2	0,0020	0,0406	0,0240
	3	0,0000	0,0036	0,00230
	4	0,0000	0,0002	0,00026
	5	0,0000	0,0000	0,00002
	6	0,0000	0,0000	0,00000
	7	0,0000	0,0000	0,00000
8	0	0,9227	0,6634	0,4305
	1	0,0746	0,2793	0,2826
	2	0,0026	0,0515	0,0488
	3	0,0001	0,0054	0,00331
	4	0,0000	0,0004	0,00046
	5	0,0000	0,0000	0,00004
	6	0,0000	0,0000	0,00000
	7	0,0000	0,0000	0,00000
	8	0,0000	0,0000	0,00000
9	0	0,9135	0,6302	0,374
	1	0,0830	0,2985	0,374
	2	0,0034	0,0629	0,0722
	3	0,0001	0,0077	0,00446
	4	0,0000	0,0006	0,000074
	5	0,0000	0,0000	0,000008
	6	0,0000	0,0000	0,000001
	7	0,0000	0,0000	0,000000
	8	0,0000	0,0000	0,000000
	9	0,0000	0,0000	0,000000
10	0	0,9044	0,5987	0,374
	1	0,0914	0,3151	0,374
	2	0,0044	0,0611	0,1937
	3	0,0001	0,0105	0,00374
	4	0,0000	0,0010	0,00112

b) Ahora nos piden calcular $P(X < 2)$.

$$P(X < 2) = P(X = 1) + P(X = 0) = \binom{10}{1} 0.1^1 \cdot 0.9^9 + \binom{10}{0} 0.1^0 \cdot 0.9^{10} =$$

$$= 10 \cdot 0.1 \cdot 0.9^9 + 0.9^{10} = 0.9^9 + 0.9^{10} = \boxed{0.7361}$$

O bien mirando en la tabla de la binomial:

$$P(X < 2) = P(X = 1) + P(X = 0) = 0.3487 + 0.3874 = \boxed{0.7361}$$

n	p	r		
		0,01	0,05	0,10
2	0	0,9801	0,9025	0,8100
	1	0,0198	0,0950	0,1800
	2	0,0001	0,0025	0,0100
3	0	0,9703	0,8574	0,7290
	1	0,0294	0,1354	0,2730
	2	0,0003	0,0071	0,0270
4	0	0,9608	0,8145	0,6761
	1	0,0388	0,1715	0,3216
	2	0,0008	0,0135	0,0388
5	0	0,9510	0,7738	0,6085
	1	0,0480	0,2036	0,3281
	2	0,0010	0,0214	0,0729
6	0	0,9415	0,7351	0,5614
	1	0,0571	0,2321	0,3543
	2	0,0014	0,0305	0,0984
7	0	0,9321	0,6983	0,5183
	1	0,0659	0,2573	0,3720
	2	0,0020	0,0406	0,1240
8	0	0,9227	0,6634	0,4305
	1	0,0746	0,2793	0,3828
	2	0,0026	0,0515	0,1488
9	0	0,9135	0,6302	0,3774
	1	0,0830	0,2985	0,3874
	2	0,0034	0,0629	0,1722
10	0	0,9042	0,2646	0,3487
	1	0,0958	0,3146	0,3874
	2	0,0042	0,0746	0,1831