

Materia: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

INSTRUCCIONES: El estudiante deberá resolver los cuatro ejercicios propuestos. En los **ejercicios 3 y 4** deberá contestar solamente a **UNO** de los dos apartados propuestos. Si resuelve más, se corregirá solo el primero de los dos apartados resueltos. Los ejercicios deben redactarse con claridad, detalladamente y razonando las respuestas.

Solo están permitidas **las calculadoras de tipo 1 y 2**. Cada ejercicio completo puntuará **2.5 puntos**.

Duración de la prueba: 90 minutos.

Ejercicio 1.- En una Comunidad Autónoma, el 40% de los clubes deportivos son de fútbol, el 15% de baloncesto y el 45% restante de otros deportes. En estos grupos, los clubes femeninos suponen el 20% en el caso del fútbol, el 45% en el de baloncesto y el 50% en el de otros deportes.

- Si se elige un club deportivo al azar, calcula la probabilidad de que sea femenino. **(1 punto)**
- Si el club elegido es femenino, calcula la probabilidad de que sea de baloncesto. **(1 punto)**
- Si se seleccionan al azar dos clubes deportivos, calcule la probabilidad de que uno sea de fútbol y uno de otros deportes. **(0.5 puntos)**

Ejercicio 2.- Una empresa invirtió un total de 20000 euros entre tres fondos de inversión: A, B y C. El beneficio que obtuvo por cada euro invertido en el fondo A fue de 0,05 euros, el beneficio que obtuvo por cada euro invertido en el fondo B fue de 0,1 euros y el beneficio que obtuvo por cada euro invertido en el fondo C fue de 0,02 euros. Con las inversiones realizadas en los fondos, la empresa obtuvo un beneficio total de 994 euros. Además, la inversión en el fondo A fue igual al triple de la suma de las inversiones en los fondos B y C.

- Plantea un sistema de ecuaciones lineales para determinar cuánto dinero invirtió la empresa en cada fondo. **(1,5 puntos)**
- Encuentra cuánto dinero se ha invertido en cada uno de los fondos de inversión. **(1 punto)**

Ejercicio 3.- Elige y resuelve **sólo uno** de los dos apartados siguientes:

Apartado a) La profundidad de la capa de arena en una playa se verá afectada por la construcción de un dique. La profundidad (P) en función del tiempo, en años desde el inicio de la construcción

(t) vendrá dada por la función
$$P(t) = \begin{cases} 2 + t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq 1 \\ \frac{8t^2 - t - 1}{2t^2} & \text{si } t > 1 \end{cases}$$
. Si la profundidad llegara a

superar los 4 metros, se debería elevar la altura del paseo marítimo.

- ¿Es la profundidad una función continua del tiempo? **(1 punto)**
- ¿Disminuirá alguna vez la profundidad? **(1 punto)**
- Por mucho tiempo que pase ¿será necesario elevar la altura del paseo por causa de la profundidad de la capa de arena? **(0.5 puntos)**

Apartado b) Un profesor ha comprobado que el grado de atención, puntuado de 0 a 100, que le prestan sus alumnos durante los 40 minutos de duración de su clase sigue la siguiente función:

$F(t) = at(b-t)$ con $0 \leq t \leq 40$. Sabiendo que a los 20 minutos de comenzar la clase le prestan la máxima atención, es decir, el grado de atención es 100, se pide:

- Determina, justificando la respuesta, a y b . **(1 punto)**
- Halla la atención a los cinco minutos. **(0.5 puntos)**

b.3) Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$, halla la matriz X que cumple que $AXA^{-1} = B$. **(1 punto)**

Ejercicio 4.- Elige y resuelve **sólo uno** de los dos apartados siguientes:

Apartado a) En un coto de caza de Ciudad Real hay conejos y perdices. Por indicación de la Consejería de Agricultura de la JCCM, se han determinado las siguientes restricciones: el número máximo de piezas cazadas es de 400, se permite la captura de un número de conejos superior o igual al de perdices y el número máximo de conejos que se pueden cazar es de 240. Si al dueño del coto le proporciona un beneficio de 35 € por conejo y 43 € por perdiz,

a.1) Expresa la función objetivo, escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. **(1.5 puntos)**

a.2) Determina cuántos conejos y perdices se deben cazar para que el beneficio sea máximo y encuentra dicho beneficio máximo. **(1 punto)**

Apartado b) Una operadora de telefonía móvil estima que la duración, en segundos, de las llamadas sigue una distribución normal con una desviación típica de $\sigma = 60$ segundos. Se seleccionan al azar 36 llamadas telefónicas y se observa que su duración media es de 240 segundos. Con un nivel de confianza del 95%,

b.1) Obtén un intervalo de confianza para la duración media poblacional de todas las llamadas de esa operadora. **(1 punto)**

b.2) Explica, justificando la respuesta, cuál sería la amplitud del intervalo de confianza anterior si se aumenta la muestra a 100 llamadas. **(0.75 puntos)**

b.3) Si se desea que una duración media de 230 segundos no esté contenida en el intervalo del apartado b.1), justifique si se debe aumentar o disminuir el nivel de confianza. **(0.75 puntos)**

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

SOLUCIONES

Ejercicio 1.- En una Comunidad Autónoma, el 40% de los clubes deportivos son de fútbol, el 15% de baloncesto y el 45% restante de otros deportes. En estos grupos, los clubes femeninos suponen el 20% en el caso del fútbol, el 45% en el de baloncesto y el 50% en el de otros deportes.

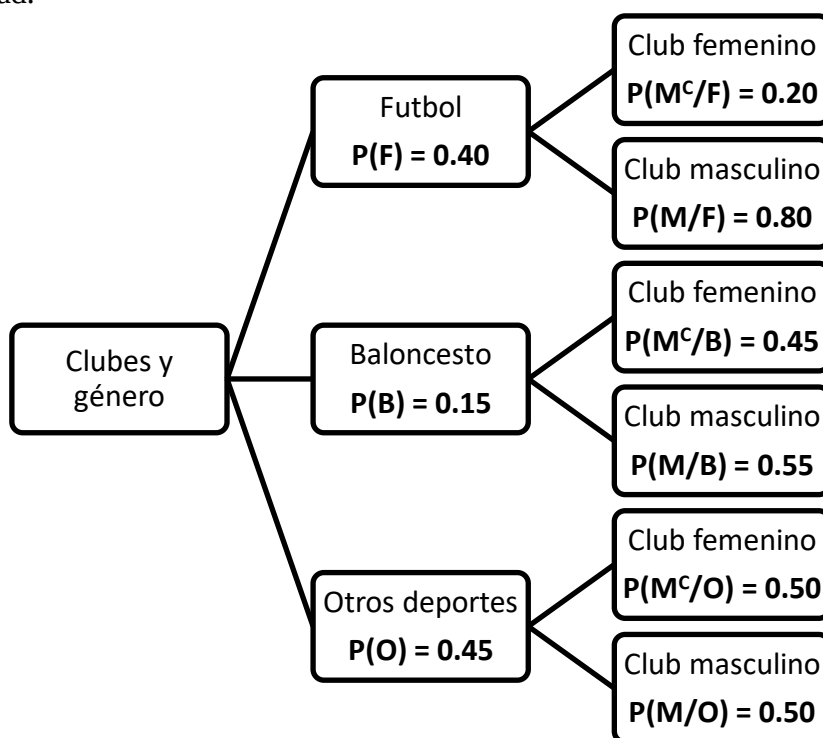
a) Si se elige un club deportivo al azar, calcula la probabilidad de que sea femenino. **(1 punto)**

b) Si el club elegido es femenino, calcula la probabilidad de que sea de baloncesto. **(1 punto)**

c) Si se seleccionan al azar dos clubes deportivos, calcule la probabilidad de que uno sea de fútbol y uno de otros deportes. **(0.5 puntos)**

Llamamos F al suceso “El club es de Fútbol”, B al suceso “El club es de Baloncesto”, O al suceso “El club es de Otros deportes”, M a “el club es masculino” y, por tanto, M^c a “el club es femenino”.

Realizamos un diagrama de árbol para ordenar toda la información proporcionada en términos de probabilidad.



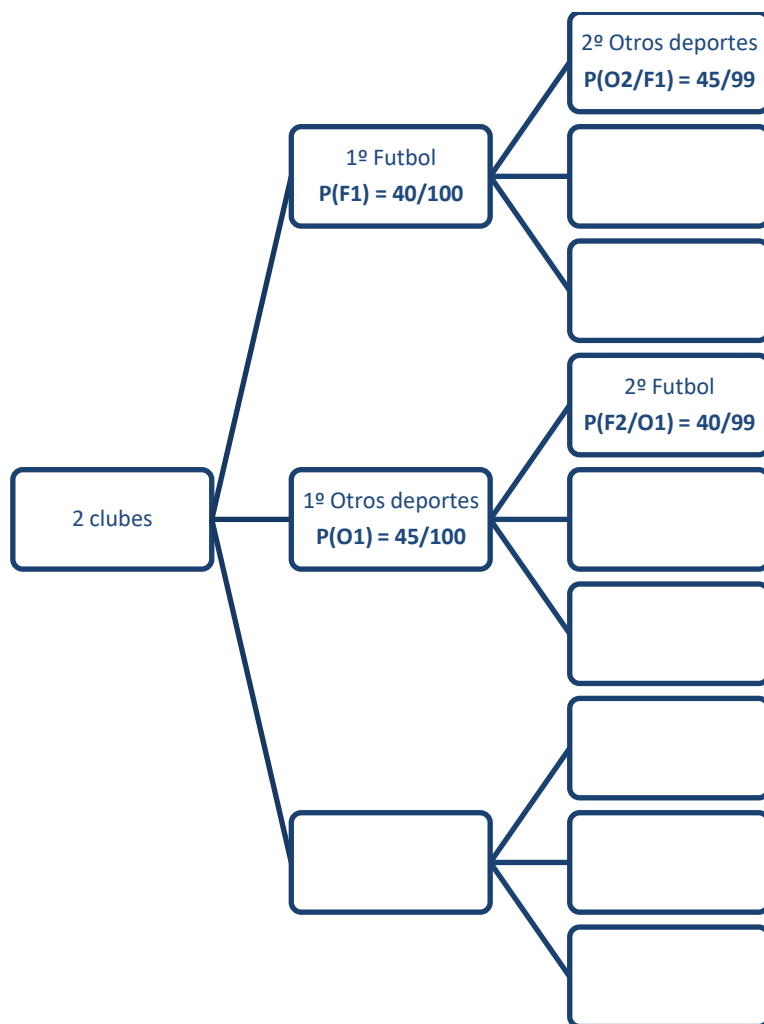
a) Nos piden calcular $P(M^c)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$\begin{aligned}
 P(M^c) &= P(F)P(M^c/F) + P(B)P(M^c/B) + P(O)P(M^c/O) = \\
 &= 0.40 \cdot 0.20 + 0.15 \cdot 0.45 + 0.45 \cdot 0.50 = \boxed{0.3725}
 \end{aligned}$$

b) Nos piden calcular $P(B/M^c)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(B/M^c) = \frac{P(B \cap M^c)}{P(M^c)} = \frac{P(B)P(M^c/B)}{P(M^c)} = \frac{0.15 \cdot 0.45}{0.3725} = \frac{27}{149} \approx 0.1812$$

c) Nos piden calcular $P((F1 \cap O2) \cup (O1 \cap F2))$. Realizamos un diagrama de árbol.



$$P((F1 \cap O2) \cup (O1 \cap F2)) = P(F1 \cap O2) + P(O1 \cap F2) =$$

$$= P(F1)P(O2 / F1) + P(O1)P(F2 / O1) =$$

$$= \frac{40}{100} \cdot \frac{45}{99} + \frac{45}{100} \cdot \frac{40}{99} = 2 \cdot \frac{45}{100} \cdot \frac{40}{99} = \boxed{\frac{4}{11} \approx 0.3636}$$

Ejercicio 2.- Una empresa invirtió un total de 20000 euros entre tres fondos de inversión: A, B y C. El beneficio que obtuvo por cada euro invertido en el fondo A fue de 0,05 euros, el beneficio que obtuvo por cada euro invertido en el fondo B fue de 0,1 euros y el beneficio que obtuvo por cada euro invertido en el fondo C fue de 0,02 euros. Con las inversiones realizadas en los fondos, la empresa obtuvo un beneficio total de 994 euros. Además, la inversión en el fondo A fue igual al triple de la suma de las inversiones en los fondos B y C.

- a) Plantea un sistema de ecuaciones lineales para determinar cuánto dinero invirtió la empresa en cada fondo. **(1,5 puntos)**
 b) Encuentra cuánto dinero se ha invertido en cada uno de los fondos de inversión. **(1 punto)**

- a) Llamamos “x”, “y”, “z” al dinero invertido en cada uno de los fondos de inversión: A, B y C, respectivamente.

Obtenemos las ecuaciones asociadas a cada una de las informaciones proporcionadas.

“Una empresa invirtió un total de 20000 euros entre tres fondos de inversión: A, B y C” $\rightarrow x + y + z = 20000$

“Con las inversiones realizadas en los fondos, la empresa obtuvo un beneficio total de 994 euros” $\rightarrow 0.05x + 0.1y + 0.02z = 994$.

“La inversión en el fondo A fue igual al triple de la suma de las inversiones en los fondos B y C” $\rightarrow x = 3(y + z)$

Reunimos las ecuaciones en un sistema.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 20000 \\ 0.05x + 0.1y + 0.02z = 994 \\ x = 3(y + z) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y + z = 20000 \\ 5x + 10y + 2z = 99400 \\ x = 3y + 3z \end{array} \right\}.$$

- b) Resolvemos el sistema planteado.

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 20000 \\ 5x + 10y + 2z = 99400 \\ x = 3y + 3z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3y + 3z + y + z = 20000 \\ 5(3y + 3z) + 10y + 2z = 99400 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 4y + 4z = 20000 \\ 15y + 15z + 10y + 2z = 99400 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} y + z = 5000 \\ 25y + 17z = 99400 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 5000 - z \\ 25y + 17z = 99400 \end{array} \right\} \Rightarrow 25(5000 - z) + 17z = 99400 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 125000 - 25z + 17z = 99400 \Rightarrow -8z = -25600 \Rightarrow z = \frac{25600}{8} = 3200 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y = 5000 - 3200 = 1800} \Rightarrow \boxed{x = 3 \cdot 1800 + 3 \cdot 3200 = 15000}$$

Invirtió 15000 € en el fondo A, 1800 € en el fondo B y 3200 € en el fondo C.

Ejercicio 3.- Apartado a) La profundidad de la capa de arena en una playa se verá afectada por la construcción de un dique. La profundidad (P) en función del tiempo, en años desde el inicio

de la construcción (t) vendrá dada por la función $P(t) = \begin{cases} 2+t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq 1 \\ \frac{8t^2-t-1}{2t^2} & \text{si } t > 1 \end{cases}$. Si la

profundidad llegara a superar los 4 metros, se debería elevar la altura del paseo marítimo.

a.1) ¿Es la profundidad una función continua del tiempo? **(1 punto)**

a.2) ¿Disminuirá alguna vez la profundidad? **(1 punto)**

a.3) Por mucho tiempo que pase ¿será necesario elevar la altura del paseo por causa de la profundidad de la capa de arena? **(0.5 puntos)**

a.1) La función es continua en $[0,1)$ pues tiene una expresión polinómica. La función es continua en $(1,+\infty)$ pues es una función racional cuyo denominador se anula para $t=0 \notin (1,+\infty)$. Comprobamos la continuidad en $t=1$.

$$\left. \begin{aligned} P(1) &= 2+1^2 = 3 \\ \lim_{t \rightarrow 1^-} P(t) &= \lim_{t \rightarrow 1^-} 2+t^2 = 3 \\ \lim_{t \rightarrow 1^+} P(t) &= \lim_{t \rightarrow 1^+} \frac{8t^2-t-1}{2t^2} = \frac{8t^2-t-1}{2t^2} = \frac{8 \cdot 1^2 - 1 - 1}{2 \cdot 1^2} = 3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow 1^+} P(t) = \lim_{t \rightarrow 1^-} P(t) = P(1) = 3$$

La función es continua en todo su dominio $[0,+\infty)$.

a.2) Buscamos los puntos críticos de la función.

$$\begin{aligned} P(t) &= \begin{cases} 2+t^2 & \text{si } 0 \leq t \leq 1 \\ \frac{8t^2-t-1}{2t^2} & \text{si } t > 1 \end{cases} \Rightarrow P'(t) = \begin{cases} 2t & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ \frac{(16t-1)2t^2-4t(8t^2-t-1)}{(2t^2)^2} & \text{si } t > 1 \end{cases} \Rightarrow \\ \Rightarrow P'(t) &= \begin{cases} 2t & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ \frac{32t^3-2t^2-32t^3+4t^2+4t}{4t^4} & \text{si } t > 1 \end{cases} \Rightarrow P'(t) = \begin{cases} 2t & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ \frac{2t^2+4t}{4t^4} = \frac{t+2}{2t^3} & \text{si } t > 1 \end{cases} \\ P'(t) &= \begin{cases} 2t & \text{si } 0 \leq t < 1 \\ \frac{t+2}{2t^3} & \text{si } t > 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2t = 0 \rightarrow \boxed{t=0} \in [0,1) \\ \frac{t+2}{2t^3} = 0 \rightarrow t+2=0 \rightarrow t = -2 \notin (1,+\infty) \end{cases} \\ P'(t) &= 0 \end{aligned}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes y después de $t=1$.

- En el intervalo $[0,1)$ la derivada es $P'(t) = 2t$, que es positiva para $t > 0$. La función crece en $[0,1)$.

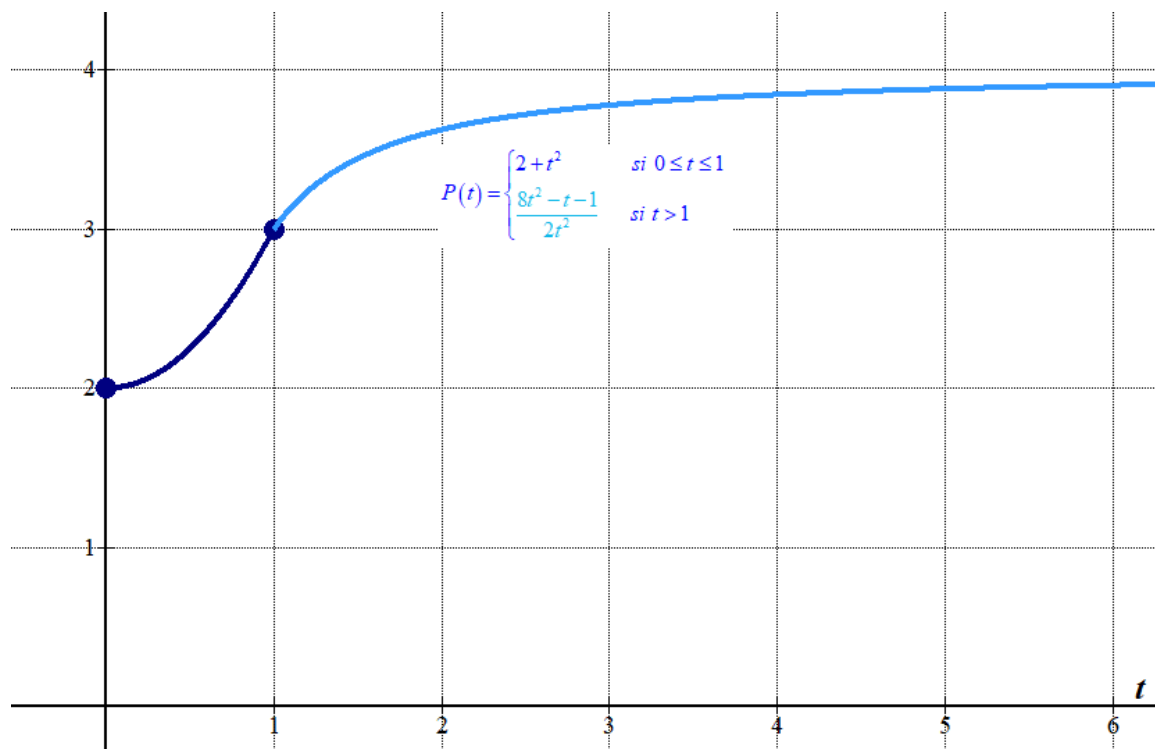
- En el intervalo $(1, +\infty)$ tomamos $t = 2$ y la derivada vale $P'(2) = \frac{2+2}{2 \cdot 2^3} = \frac{1}{4} > 0$. La función crece en $(1, +\infty)$.

La función crece en $[0,1) \cup (1, +\infty)$ y es continua. La función crece en todo momento. La profundidad de la arena nunca disminuye.

a.3) Como $P(0) = 2 + 0^2 = 2$ en el momento inicial la profundidad es de 2 metros. La profundidad crece todo el tiempo, pero no sabemos si llega a alcanzar los 4 metros. Comprobamos si la profundidad llega a ser de 4 metros.

$$P(t) = 4 \Rightarrow \begin{cases} 2 + t^2 = 4 \rightarrow t^2 = 2 \rightarrow t = \sqrt{2} \notin [0,1] \\ \frac{8t^2 - t - 1}{2t^2} = 4 \rightarrow 8t^2 - t - 1 = 8t^2 \rightarrow -t - 1 = 0 \rightarrow t = -1 \notin (1, +\infty) \end{cases}$$

La profundidad de la arena nunca llega a ser de 4 metros.



Ejercicio 3.- Apartado b) Un profesor ha comprobado que el grado de atención, puntuado de 0 a 100, que le prestan sus alumnos durante los 40 minutos de duración de su clase sigue la siguiente función: $F(t) = at(b-t)$ con $0 \leq t \leq 40$. Sabiendo que a los 20 minutos de comenzar la clase le prestan la máxima atención, es decir, el grado de atención es 100, se pide:

b.1) Determina, justificando la respuesta, a y b .

(1 punto)

b.2) Halla la atención a los cinco minutos.

(0.5 puntos)

b.3) Si $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$, halla la matriz X que cumple que $AXA^{-1} = B$. (1 punto)

b.1) Sabemos que $F(20) = 100$.

$$\left. \begin{array}{l} F(t) = at(b-t) \\ F(20) = 100 \end{array} \right\} \Rightarrow 100 = 20a(b-20) \Rightarrow a(b-20) = 5$$

También asumimos que en $t = 20$ hay un máximo de la función, por lo que la derivada debe anularse $\rightarrow F'(20) = 0$.

$$F(t) = at(b-t) = abt - at^2 \Rightarrow F'(t) = ab - 2at = a(b-2t)$$

$$\left. \begin{array}{l} F'(t) = a(b-2t) \\ F'(20) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow 0 = a(b-2 \cdot 20) = a(b-40) \Rightarrow \{a \neq 0\} \Rightarrow b-40 = 0 \Rightarrow \boxed{b = 40}$$

Sustituimos el valor obtenido en la primera ecuación y obtenemos el valor de a .

$$a(40-20) = 5 \Rightarrow 20a = 5 \Rightarrow \boxed{a = \frac{5}{20} = 0.25}$$

Los valores buscados son $a = 0.25$ y $b = 40$.

b.2) La función queda $F(t) = 0.25t(40-t)$. Debemos calcular $F(5)$.

$$F(5) = 0.25 \cdot 5(40-5) = 43.75$$

A los 5 minutos la atención es 43.75.

b.3) Despejamos X de la ecuación matricial.

$$AXA^{-1} = B \Rightarrow A^{-1}AXA^{-1}A = A^{-1}BA \Rightarrow X = A^{-1}BA$$

Hallamos la inversa de A y determinamos la expresión de la matriz X .

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 - 0 = 1 \neq 0 \qquad A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A^T)}{|A|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}}{1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} X = A^1BA &= \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & -3 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7-8 & -3+3 \\ 0+8 & 0-3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 8 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1+0 & -1+0 \\ 8+0 & 8-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 8 & 5 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

La matriz X tiene la expresión $X = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}$.

Ejercicio 4.- Apartado a) En un coto de caza de Ciudad Real hay conejos y perdices. Por indicación de la Consejería de Agricultura de la JCCM, se han determinado las siguientes restricciones: el número máximo de piezas cazadas es de 400, se permite la captura de un número de conejos superior o igual al de perdices y el número máximo de conejos que se pueden cazar es de 240. Si al dueño del coto le proporciona un beneficio de 35 € por conejo y 43 € por perdiz,

a.1) Expresa la función objetivo, escribe mediante inecuaciones las restricciones del problema y representa gráficamente el recinto definido. **(1.5 puntos)**

a.2) Determina cuántos conejos y perdices se deben cazar para que el beneficio sea máximo y encuentra dicho beneficio máximo. **(1 punto)**

a.1) Llamamos “x” al número de conejos cazados e “y” al número de perdices cazadas.

La función objetivo es el beneficio que obtiene el dueño del coto que viene expresado como $B(x, y) = 35x + 43y$. Deseamos maximizar dicho beneficio.

Obtenemos las inecuaciones asociadas al ejercicio.

“El número máximo de piezas cazadas es de 400” $\rightarrow x + y \leq 400$.

“Se permite la captura de un número de conejos superior o igual al de perdices y el número máximo de conejos que se pueden cazar es de 240” $\rightarrow x \geq y; x \leq 240$.

“Las cantidades deben ser positivas” $\rightarrow x \geq 0; y \geq 0$.

Reunimos estas restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 400 \\ x \geq y \\ x \leq 240 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Representamos las rectas que delimitan la región del plano que cumple las restricciones (Región factible).

$$x + y = 400$$

x	y = 400 - x
0	400
200	200
240	160

$$y = x$$

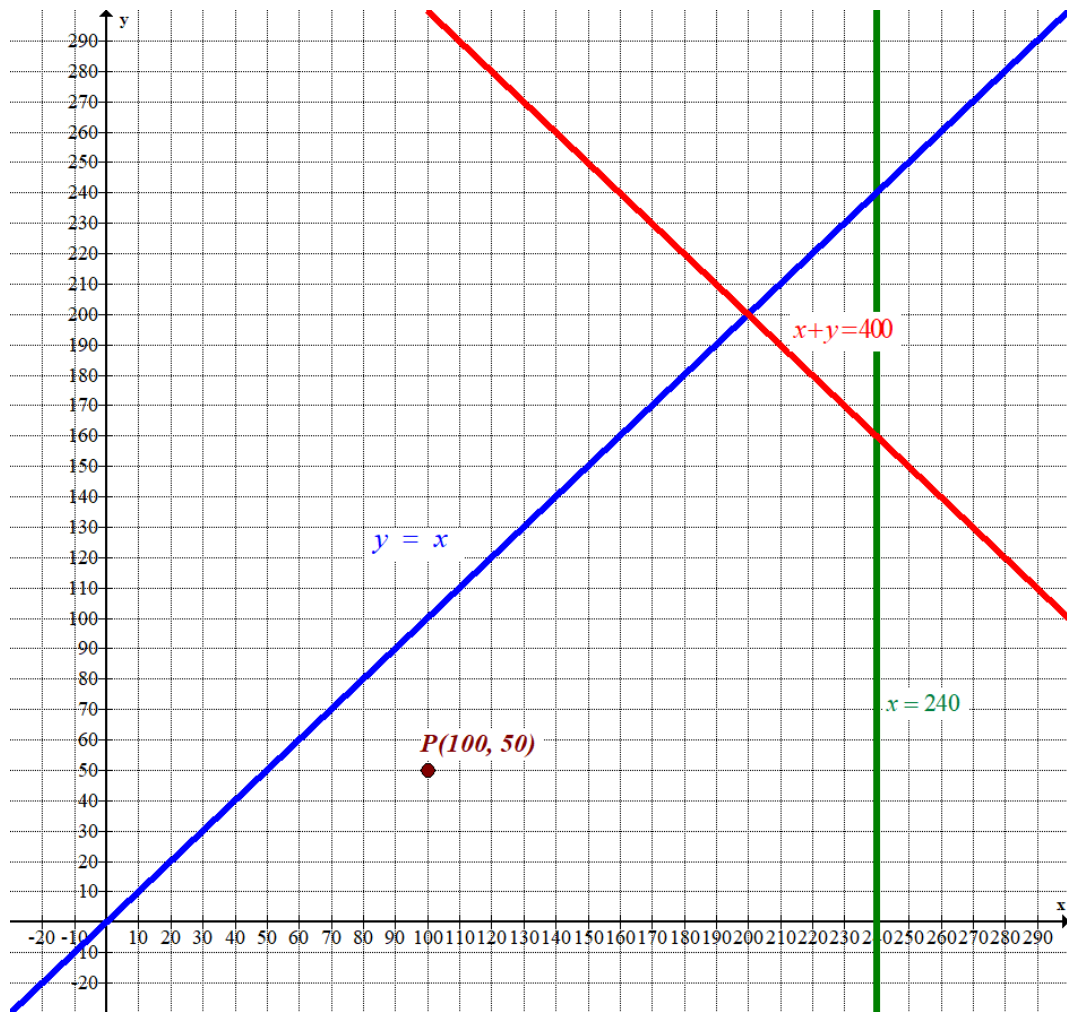
x	y = x
0	0
200	200
240	240

$$x = 240$$

x = 240	y
240	160
240	240
240	300

$$x \geq 0; y \geq 0$$

Primer
cuadrante



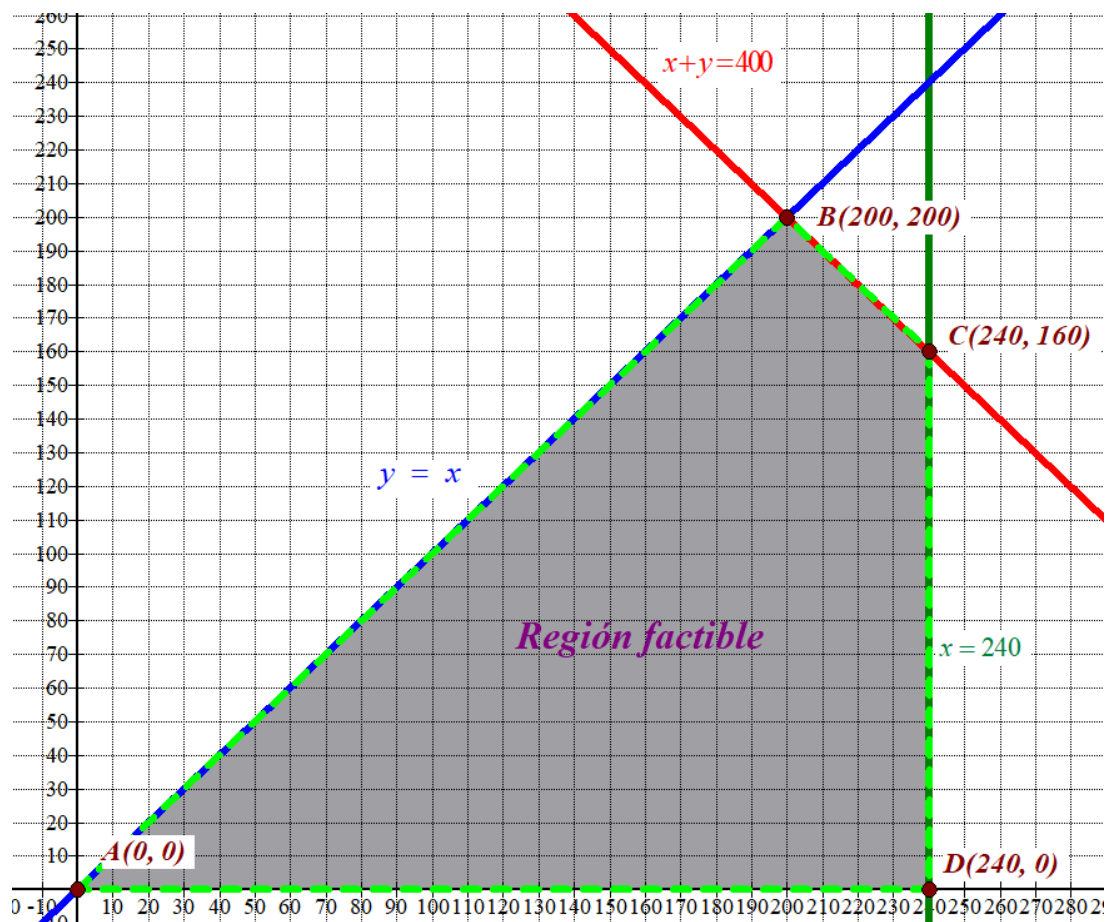
Como las restricciones son

$$\left. \begin{array}{l} x + y \leq 400 \\ x \geq y \\ x \leq 240 \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\} \text{ la región factible es la zona del primer cuadrante}$$

situada por debajo de las rectas oblicuas azul y roja, y a la izquierda de la recta vertical verde. Comprobamos si el punto $P(100, 50)$ perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 100 + 50 \leq 400 \\ 100 \geq 50 \\ 100 \leq 240 \\ 100 \geq 0; 50 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de gris la región factible en el dibujo siguiente.



a.2) Valoramos la función beneficio $B(x, y) = 35x + 43y$ en cada vértice de la región factible en busca del valor máximo.

$$A(0, 0) \rightarrow B(0, 0) = 0$$

$$B(200, 200) \rightarrow B(200, 200) = 35 \cdot 200 + 43 \cdot 200 = 15600 \text{ Máximo}$$

$$C(240, 160) \rightarrow B(240, 160) = 35 \cdot 240 + 43 \cdot 160 = 15280$$

$$D(240, 0) \rightarrow B(240, 0) = 35 \cdot 240 + 43 \cdot 0 = 8400$$

El máximo valor es 15600 y se consigue en el vértice $B(200, 200)$.

El máximo beneficio que se puede conseguir es de 15600 euros con la caza de 200 conejos y 200 perdices.

Ejercicio 4.-

Apartado b) Una operadora de telefonía móvil estima que la duración, en segundos, de las llamadas sigue una distribución normal con una desviación típica de $\sigma = 60$ segundos. Se seleccionan al azar 36 llamadas telefónicas y se observa que su duración media es de 240 segundos. Con un nivel de confianza del 95%,

b.1) Obtén un intervalo de confianza para la duración media poblacional de todas las llamadas de esa operadora. **(1 punto)**

b.2) Explica, justificando la respuesta, cuál sería la amplitud del intervalo de confianza anterior si se aumenta la muestra a 100 llamadas. **(0.75 puntos)**

b.3) Si se desea que una duración media de 230 segundos no esté contenida en el intervalo del apartado b.1), justifique si se debe aumentar o disminuir el nivel de confianza. **(0.75 puntos)**

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

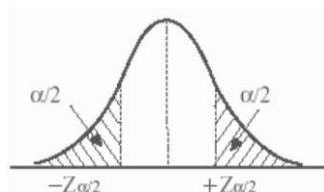
b.1) Sea X = la duración, en segundos, de las llamadas. $X = N(\mu, 60)$.

Tamaño de la muestra $n = 36$. La media muestral es $\bar{x} = 240$ segundos.

Con un nivel de confianza del 95 % determinamos el valor de $z_{\alpha/2}$.

$$1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975 \rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767



Calculamos el error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.96 \cdot \frac{60}{\sqrt{36}} = 19.6 \text{ segundos}$$

El intervalo de confianza para la media de la duración, en segundos, de las llamadas es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (240 - 19.6, 240 + 19.6) = (220.4, 259.6)$$

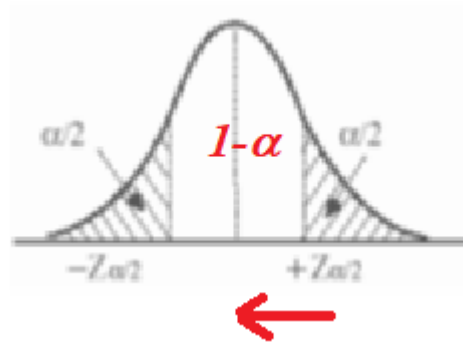
b.2) La media de 230 segundos pertenece al intervalo de confianza obtenido con un nivel de confianza del 95%.

Para que 230 no pertenezca al intervalo de confianza el error máximo debe ser menor.

$$\text{El error viene dado por la fórmula } Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{60}{\sqrt{36}} = 10 \cdot z_{\alpha/2}.$$

Para que el error sea más pequeño debe ser más pequeño el valor de $z_{\alpha/2}$. Y para conseguirlo debemos disminuir el valor de $1 - \alpha$.

Conclusión: Se debe disminuir el nivel de confianza para conseguir que la media de 230 segundos no pertenezca al intervalo de confianza que obtengamos.



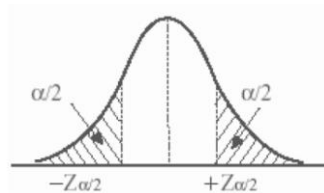
Lo comprobamos tomando un nivel de confianza del 59.9 %.

Tamaño de la muestra $n = 36$. La media muestral es $\bar{x} = 240$ segundos.

Con un nivel de confianza del 59.9 % obtenemos el valor crítico $z_{\alpha/2}$.

$$1 - \alpha = 0.599 \rightarrow \alpha = 0.401 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.2005 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.7995 \rightarrow z_{\alpha/2} = 0.84$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995



Calculamos el error.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 0.84 \cdot \frac{60}{\sqrt{36}} = 8.4 \text{ segundos}$$

El intervalo de confianza para la media de la duración, en segundos, de las llamadas es:

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (240 - 8.4, 240 + 8.4) = (231.6, 248.4)$$

La media de 230 segundos ya no pertenece al intervalo de confianza obtenido con un nivel de confianza del 59.9% (menor que 95%).