



Prueba de Acceso a la Universidad (PAU)

Universidad de Extremadura

Curso 2025-2026

Materia: Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales II

Tiempo máximo de la prueba: 1h 30m

Instrucciones para realizar el examen: En algunos apartados existe la posibilidad de elegir entre dos preguntas. En caso de responder a más preguntas o tareas de los establecidos en cada bloque sólo se corregirá el que aparezca físicamente en primer lugar, salvo que aparezca tachado.

Criterios generales: Las respuestas a las preguntas o tareas deben realizarse expresando de forma razonada el proceso seguido en su resolución, con el rigor y la precisión necesarios, usando el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados, y utilizando argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes. La mera descripción del planteamiento, sin que se lleve a cabo la resolución de manera efectiva, no es suficiente para obtener una valoración completa de la pregunta o tarea. En las preguntas o tareas en los que se pida expresamente una deducción razonada, la mera aplicación de una fórmula no será suficiente para obtener una valoración completa de los mismos.

Los errores en las operaciones aritméticas elementales se penalizarán con un máximo de 0.25 puntos en cada pregunta o tarea.

Ortografía y redacción: Con carácter general se penalizará la incorrección gramatical de la siguiente manera: Los 2 primeros errores ortográficos no se penalizarán. Se comenzará a deducir 0.10 puntos por cada falta ortográfica a partir de la tercera, hasta alcanzar la máxima penalización de 1 punto. Cuando se repita la misma falta de ortografía se contará como una sola. Por errores en la sintaxis, el vocabulario y la presentación se podrá deducir un máximo de 0.50 puntos.

Materiales: Se permitirá una calculadora no gráfica, no programable. También se podrá utilizar una regla pequeña y bolígrafos de colores (salvo el rojo y verde) para las gráficas.

APARTADO A (4 puntos)

Resuelve, razonando las respuestas, los dos problemas de este apartado:

A1. Una fábrica de tomate elabora y envasa distintos tipos de tomate. En el proceso de elaboración, el 20% corresponde a tomate triturado, el 70% a tomate frito, y el resto a mermelada de tomate. Del total de tomate triturado procesado, el 3% se rechaza por contener impurezas. Lo mismo ocurre con el 7% del tomate frito y con el 2% de la mermelada. Se pide:

- Calcular la probabilidad de que, elegido un producto al azar, resulte ser de los que se ha rechazado por contener impurezas. **(de 0 a 1 punto)**
- Sabiendo que el producto elegido no ha sido rechazado, calcular la probabilidad de que ese producto sea mermelada. **(de 0 a 1 punto)**

A2. Tras varias denuncias presentadas por falta de peso en los paquetes de tomate frito, una organización de consumidores ha procedido a tomar una muestra de 64 paquetes, resultando que la media de los pesos ha sido de 235 g. Asumiendo que el peso de los paquetes se ajusta a distribución normal con desviación típica 16 g, se pide:

- Hallar un intervalo de confianza al 90% para estimar el peso medio real de los paquetes de tomate frito de esa fábrica. **(de 0 a 1.25 puntos)**
- A la vista del intervalo obtenido y teniendo en cuenta que el peso que marca el paquete es de 250 g, ¿se puede decir que la denuncia tiene base? **(de 0 a 0.75 puntos)**

APARTADO B (3 puntos)

Elige uno de los siguientes problemas y resuélvelo, justificando las respuestas:

B1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ se pide:

- a) Hallar de forma razonada la matriz A^{99} . **(de 0 a 1.25 punto)**
b) Resolver la ecuación matricial $A \cdot X + A^2 = A^3 - A \cdot X$ **(de 0 a 1.75 puntos)**

B2. Una panadería fabrica cajas de mantecados y de perrunillas. Para su elaboración cuenta diariamente con 40 kg de harina y 50 kg de azúcar, necesitando 1 kg de harina y 2 kg de azúcar para cada caja de mantecados, con un beneficio de 10€. Por otra parte, para fabricar una caja de perrunillas, que le aporta un beneficio de 15€, utiliza 2 kg de harina y 1 kg de azúcar. Sabiendo que, por cuestiones de abastecimiento, el número de cajas de perrunillas debe ser, como mucho, el doble que el de cajas de mantecados, calcula el número de cajas de cada producto que debe fabricar diariamente para obtener unos beneficios máximos y el valor de esos beneficios. **(de 0 a 3 puntos)**

APARTADO C (3 puntos)

Elige uno de los siguientes problemas y resuélvelo, justificando las respuestas:

C1. Después de este invierno tan lluvioso, la Confederación Hidrográfica del Guadiana ha decidido que un determinado pantano desembalse agua cada día desde las 9 hasta las 17 horas. La velocidad a la que el agua sale por sus compuertas, en m^3 por segundo, depende de la hora del día según la expresión:

$$C(t) = -2000 + 576t - 42t^2 + t^3, \quad 9 \leq t \leq 17$$

Calcular:

- a) Los intervalos de tiempo en los que la velocidad de desembalse crece y en los que decrece. **(de 0 a 1.5 puntos)**
b) ¿A qué horas se producen las velocidades de desembalse máxima y mínima?, ¿a cuánto ascienden estas velocidades? **(de 0 a 1 punto)**
c) Se desea ampliar una hora el período de desembalse diario. Si se quiere desembalsar una mayor cantidad de agua por las compuertas, ¿interesará comenzar a las 8 (una hora antes) o continuar desembalsando hasta las 18 horas (una hora después)? **(de 0 a 0.5 puntos)**

C2. Calcular:

- a) El valor de m (con $m > 0$) para que el área encerrada por la función $f(x) = 2x + 1$ y el eje OX entre $x = 0$ y $x = m$ valga 20 unidades de superficie. **(de 0 a 1.5 puntos)**
b) Las asíntotas de la función:

$$g(x) = \frac{-2x^2 + 6x - 4}{2(x-1)^2} \quad \textbf{(de 0 a 1.5 puntos)}$$

ANEXO TABLA DISTRIBUCIÓN NORMAL

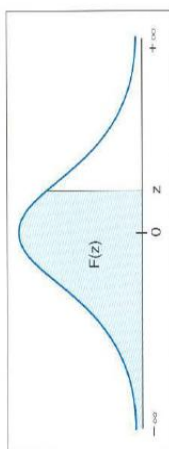


Tabla de distribución

normal $N(0,1)$

$$F(z) = P(Z \leq z)$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8706	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.7	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.8	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999
3.9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

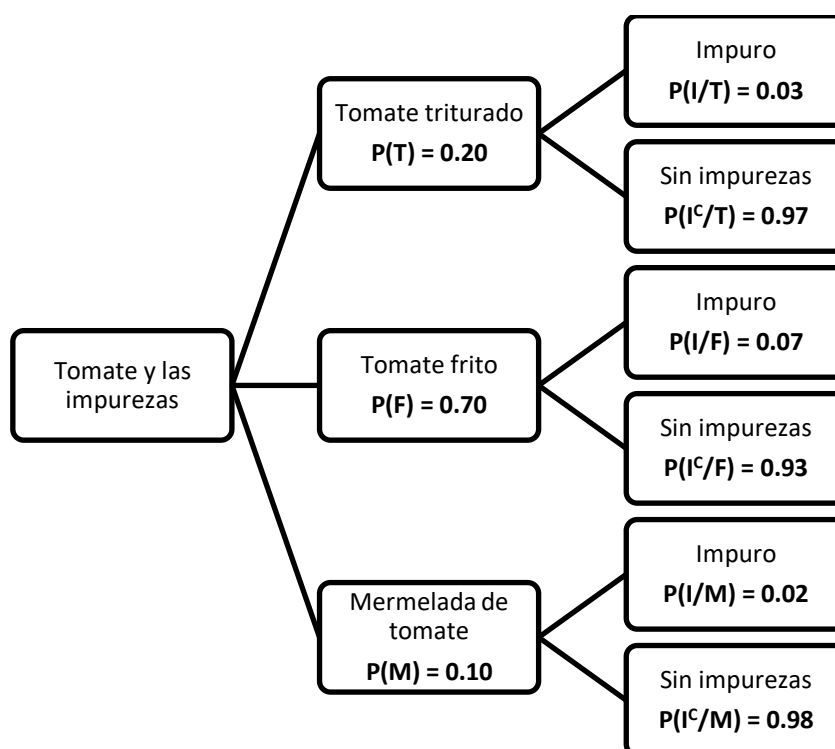
SOLUCIONES

A1. Una fábrica de tomate elabora y envasa distintos tipos de tomate. En el proceso de elaboración, el 20% corresponde a tomate triturado, el 70% a tomate frito, y el resto a mermelada de tomate. Del total de tomate triturado procesado, el 3% se rechaza por contener impurezas. Lo mismo ocurre con el 7% del tomate frito y con el 2% de la mermelada. Se pide:

- Calcular la probabilidad de que, elegido un producto al azar, resulte ser de los que se ha rechazado por contener impurezas. **(de 0 a 1 punto)**
- Sabiendo que el producto elegido no ha sido rechazado, calcular la probabilidad de que ese producto sea mermelada.

Llamamos T a “el producto es tomate triturado”, F a “el producto es tomate frito”, M a “el producto es mermelada de tomate” e I a “el producto contiene impurezas”.

Realizamos un diagrama de árbol.



- a) Nos piden calcular $P(I)$. Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$\begin{aligned}
 P(I) &= P(T)P(I/T) + P(F)P(I/F) + P(M)P(I/M) = \\
 &= 0.2 \cdot 0.03 + 0.7 \cdot 0.07 + 0.1 \cdot 0.02 = \boxed{0.057}
 \end{aligned}$$

- b) Debemos calcular $P(M/I^c)$. Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(M/I^c) = \frac{P(M \cap I^c)}{P(I^c)} = \frac{P(M)P(I^c/M)}{1 - P(I)} = \frac{0.1 \cdot 0.98}{1 - 0.057} = \frac{49}{215} \approx 0.2279$$

A2. Tras varias denuncias presentadas por falta de peso en los paquetes de tomate frito, una organización de consumidores ha procedido a tomar una muestra de 64 paquetes, resultando que la media de los pesos ha sido de 235 g. Asumiendo que el peso de los paquetes se ajusta a distribución normal con desviación típica 16 g, se pide:

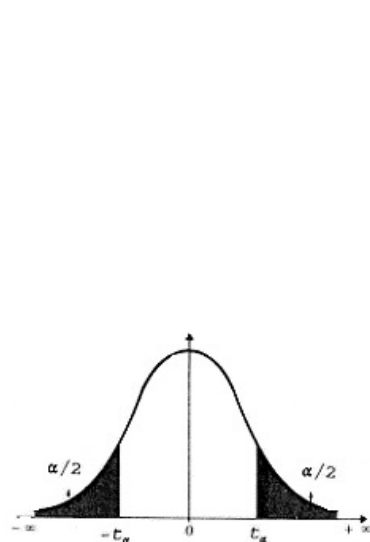
- a) Hallar un intervalo de confianza al 90% para estimar el peso medio real de los paquetes de tomate frito de esa fábrica. **(de 0 a 1.25 puntos)**
- b) A la vista del intervalo obtenido y teniendo en cuenta que el peso que marca el paquete es de 250 g, ¿se puede decir que la denuncia tiene base? **(de 0 a 0.75 puntos)**

X = El peso en gramos de un paquete de tomate frito. $X = N(\mu, 16)$

- a) La muestra es de tamaño $n = 64$. La media muestral es $\bar{x} = 235$ gramos.

El nivel de confianza del 90% significa que $1 - \alpha = 0.90$. Hallamos el valor de $z_{\alpha/2}$.

$$1 - \alpha = 0.90 \Rightarrow \alpha = 0.10 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.05 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{1.64 + 1.65}{2} = 1.645$$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599

Utilizamos la fórmula del error del intervalo de confianza.

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1.645 \cdot \frac{16}{\sqrt{64}} = 3.29 \text{ gramos}$$

El intervalo de confianza es

$$(\bar{x} - Error, \bar{x} + Error) = (235 - 3.29, 235 + 3.29) = (231.71, 238.29)$$

- b) 250 gramos no pertenece al intervalo de confianza obtenido. Se entiende que la denuncia tiene base suficiente pues en el 90% de las muestras de paquetes de tomate obtenidas el peso medio será inferior a los 250 g que marca el paquete.

B1. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ se pide:

a) Hallar de forma razonada la matriz A^{99} .

(de 0 a 1.25 punto)

b) Resolver la ecuación matricial $A \cdot X + A^2 = A^3 - A \cdot X$

(de 0 a 1.75 puntos)

a) Calculamos las primeras potencias de A en busca de una regla.

$$A^2 = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+0 & -1+1 \\ 0+0 & 0+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

$$A^3 = A^2 A = I \cdot A = A$$

$$A^4 = A^3 A = AA = A^2 = I$$

$$A^5 = A^4 A = I \cdot A = A$$

Observamos que las potencias de exponente par dan la matriz identidad y las potencias de exponente impar dan como resultado la matriz A.

Como 99 es impar podemos decir que $A^{99} = A = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

b) Sabemos que $A^2 = I$ y $A^3 = A$.

$$A \cdot X + A^2 = A^3 - A \cdot X \Rightarrow A \cdot X + I = A - A \cdot X \Rightarrow A \cdot A \cdot X + A \cdot I = A \cdot A - A \cdot A \cdot X \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A^2 X + A = A^2 - A^2 X \Rightarrow X + A = I - X \Rightarrow 2X = I - A \Rightarrow \boxed{X = \frac{1}{2}(I - A)}$$

Terminamos de calcular la matriz X.

$$X = \frac{1}{2}(I - A) = \frac{1}{2} \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

La matriz X solución de la ecuación matricial es $X = \begin{pmatrix} 1 & -1/2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

B2. Una panadería fabrica cajas de mantecados y de perrunillas. Para su elaboración cuenta diariamente con 40 kg de harina y 50 kg de azúcar, necesitando 1 kg de harina y 2 kg de azúcar para cada caja de mantecados, con un beneficio de 10€. Por otra parte, para fabricar una caja de perrunillas, que le aporta un beneficio de 15€, utiliza 2 kg de harina y 1 kg de azúcar. Sabiendo que, por cuestiones de abastecimiento, el número de cajas de perrunillas debe ser, como mucho, el doble que el de cajas de mantecados, calcula el número de cajas de cada producto que debe fabricar diariamente para obtener unos beneficios máximos y el valor de esos beneficios. **(de 0 a 3 puntos)**

Llamamos “x” al número de cajas de mantecados e “y” al número de cajas de perrunillas. Hacemos una tabla con los datos.

	Kg de harina	Kg de azúcar	Beneficio
Cajas de mantecados (x)	x	2x	10x
Cajas de perrunillas (y)	2y	y	15y
TOTALES	$x + 2y$	$2x + y$	$10x + 15y$

La función objetivo es el beneficio que viene expresado como $B(x, y) = 10x + 15y$. Deseamos maximizar dicho beneficio.

Obtenemos las inecuaciones asociadas al ejercicio.

“Para su elaboración cuenta diariamente con 40 kg de harina y 50 kg de azúcar” $\rightarrow x + 2y \leq 40$; $2x + y \leq 50$.

“El número de cajas de perrunillas debe ser, como mucho, el doble que el de cajas de mantecados” $\rightarrow y \leq 2x$.

“Las cantidades deben ser positivas” $\rightarrow x \geq 0$; $y \geq 0$.

Reunimos estas restricciones en un sistema de inecuaciones:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y \leq 40 \\ 2x + y \leq 50 \\ y \leq 2x \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$$

Representamos las rectas que delimitan la región del plano que cumple las restricciones (Región factible).

$$x + 2y = 40$$

$$2x + y = 50$$

$$y = 2x$$

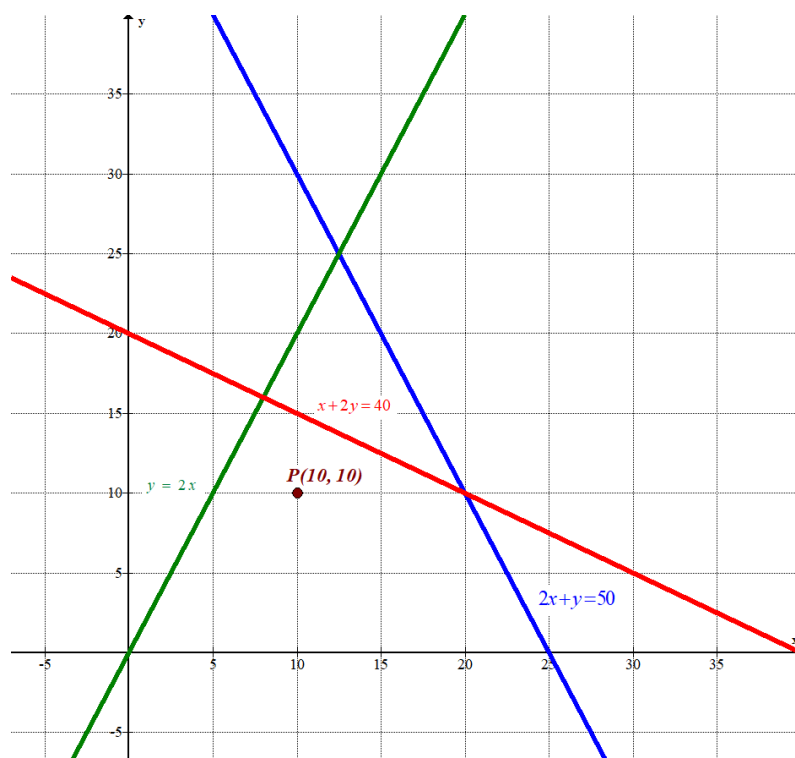
$$x \geq 0; y \geq 0$$

x	$y = \frac{40-x}{2}$
0	20
20	10
40	0

x	$y = 50 - 2x$
0	50
20	10
25	0

x	$y = 2x$
0	0
10	20
20	40

Primer
cuadrante



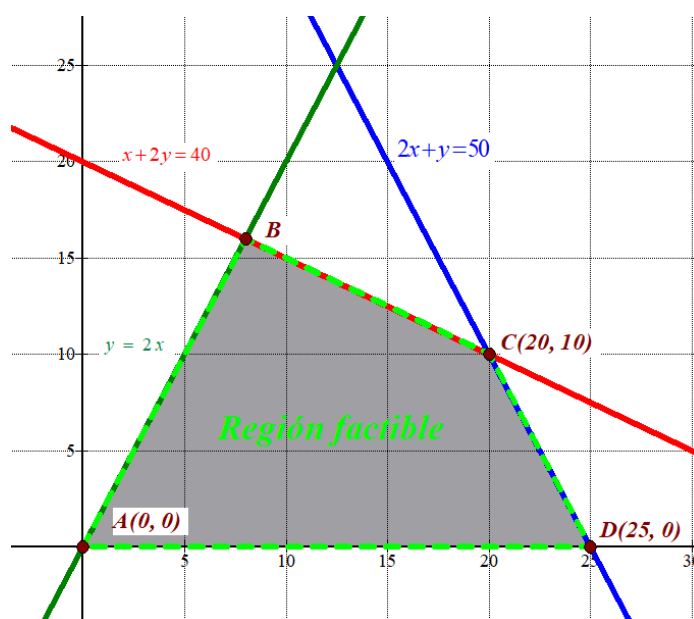
Como las restricciones son $\left. \begin{array}{l} x + 2y \leq 40 \\ 2x + y \leq 50 \\ y \leq 2x \\ x \geq 0; y \geq 0 \end{array} \right\}$ la región factible es la zona del primer cuadrante

situada por debajo de las rectas azul, roja, y verde.

Comprobamos si el punto $P(10, 10)$ perteneciente a esta región cumple las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 10 + 2 \cdot 10 \leq 40 \\ 2 \cdot 10 + 10 \leq 50 \\ 10 \leq 2 \cdot 10 \\ 10 \geq 0; 10 \geq 0 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas! }$$

Coloreamos de gris la región factible en el dibujo siguiente.



Hallamos las coordenadas del punto B.

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x \\ x + 2y = 40 \end{array} \right\} \Rightarrow x + 4x = 40 \Rightarrow 5x = 40 \Rightarrow x = 8 \Rightarrow y = 16 \Rightarrow \boxed{B(8,16)}$$

Valoramos la función beneficio $B(x, y) = 10x + 15y$ en cada vértice de la región factible en busca del valor máximo del beneficio.

$$A(0, 0) \rightarrow B(0,0) = 0$$

$$B(8, 16) \rightarrow B(8,16) = 10 \cdot 8 + 15 \cdot 16 = 320$$

$$C(20, 10) \rightarrow B(20,10) = 10 \cdot 20 + 15 \cdot 10 = 350 \text{ Máximo}$$

$$D(25, 0) \rightarrow B(25,0) = 10 \cdot 25 + 15 \cdot 0 = 250$$

El máximo valor es 350 y se consigue en el vértice C(20, 10).

El máximo beneficio que se puede conseguir es de 350 euros con la elaboración de 20 cajas de mantecados y 10 de perrunillas.

C1. Después de este invierno tan lluvioso, la Confederación Hidrográfica del Guadiana ha decidido que un determinado pantano desembalse agua cada día desde las 9 hasta las 17 horas. La velocidad a la que el agua sale por sus compuertas, en m^3 por segundo, depende de la hora del día según la expresión:

$$C(t) = -2000 + 576t - 42t^2 + t^3, \quad 9 \leq t \leq 17$$

Calcular:

- Los intervalos de tiempo en los que la velocidad de desembalse crece y en los que decrece. **(de 0 a 1.5 puntos)**
- ¿A qué horas se producen las velocidades de desembalse máxima y mínima?, ¿a cuánto ascienden estas velocidades? **(de 0 a 1 punto)**
- Se desea ampliar una hora el período de desembalse diario. Si se quiere desembalsar una mayor cantidad de agua por las compuertas, ¿interesará comenzar a las 8 (una hora antes) o continuar desembalsando hasta las 18 horas (una hora después)? **(de 0 a 0.5 puntos)**

a) Hallamos la derivada de la función y averiguamos cuando se anula.

$$C(t) = -2000 + 576t - 42t^2 + t^3 \Rightarrow C'(t) = 576 - 84t + 3t^2$$

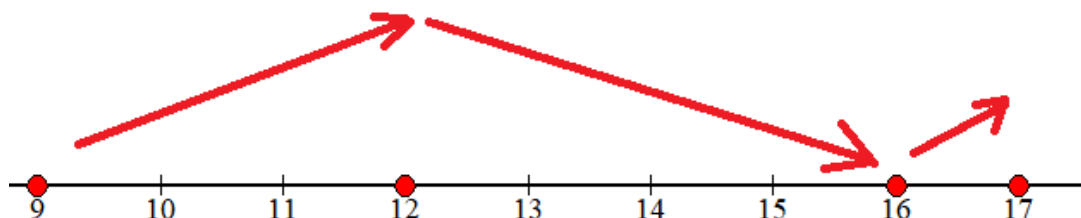
$$C'(t) = 0 \Rightarrow 576 - 84t + 3t^2 = 0 \Rightarrow t^2 - 28t + 192 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{28 \pm \sqrt{(-28)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 192}}{2 \cdot 1} = \frac{28 \pm 4}{2} = \begin{cases} \frac{28+4}{2} = 16 = t \\ \frac{28-4}{2} = 12 = t \end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de los puntos críticos obtenidos.

- En el intervalo $[9,12)$ tomamos $t=10$ y la derivada vale $C'(10) = 576 - 84 \cdot 10 + 3 \cdot 10^2 = 36 > 0$. La función crece en $[9,12)$.
- En el intervalo $(12,16)$ tomamos $t=15$ y la derivada vale $C'(15) = 576 - 84 \cdot 15 + 3 \cdot 15^2 = -9 < 0$. La función decrece en $(12,16)$.
- En el intervalo $(16,17]$ tomamos $t=17$ y la derivada vale $C'(17) = 576 - 84 \cdot 17 + 3 \cdot 17^2 = 15 > 0$. La función crece en $(16,17]$.

La función sigue el esquema siguiente.



La velocidad de desembalse crece entre las 9 y las 12, decrece entre las 12 y las 16 volviendo a crecer entre las 16 y las 17.

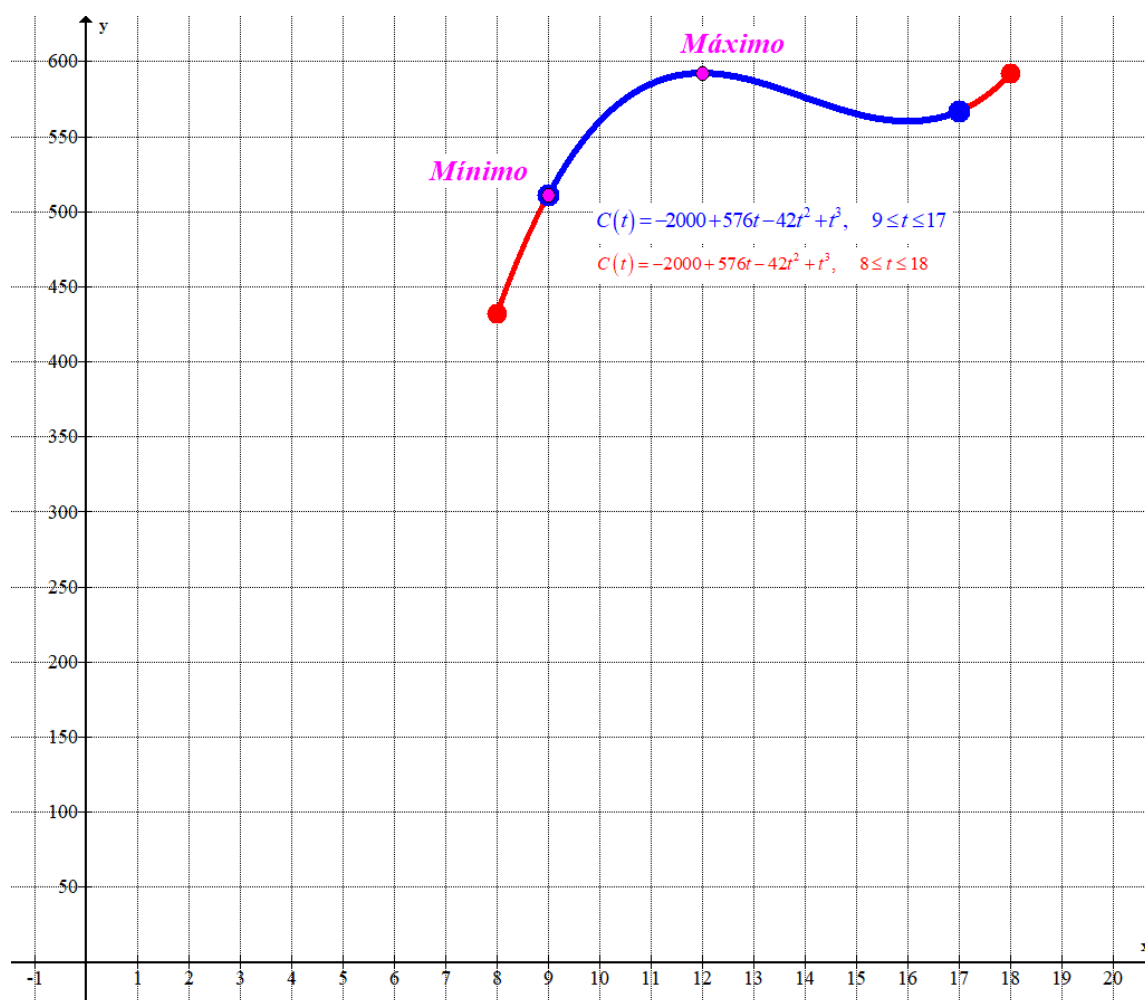
- b) La función tiene en $t=12$ un máximo relativo y en $t=16$ un mínimo relativo.

Valoramos la velocidad de desembalse en los extremos del intervalo de definición y en los puntos críticos obtenidos: $t = 9$, $t = 12$, $t = 16$ y $t = 17$.

$$\left. \begin{aligned} C(9) &= -2000 + 576 \cdot 9 - 42 \cdot 9^2 + 9^3 = 511 \text{ Mínimo absoluto} \\ C(12) &= -2000 + 576 \cdot 12 - 42 \cdot 12^2 + 12^3 = 592 \text{ Máximo absoluto} \\ C(16) &= -2000 + 576 \cdot 16 - 42 \cdot 16^2 + 16^3 = 560 \\ C(17) &= -2000 + 576 \cdot 17 - 42 \cdot 17^2 + 17^3 = 567 \end{aligned} \right\}$$

La velocidad mínima de desembalse se produce a las 9 horas y es de 511 m^3 por segundo.
La velocidad máxima de desembalse se produce a las 12 horas y es de 592 m^3 por segundo.

- c) A las 17 horas la velocidad de desembalse es de 567 m^3 por segundo y la velocidad de desembalse va creciendo. Sin embargo, a las 9 horas la velocidad de desembalse es de 511 m^3 por segundo siendo a las 8 horas menor la velocidad de desembalse. Para desembalsar la mayor cantidad de agua con la ampliación de 1 hora más nos interesa ampliar de 17 a 18 horas.



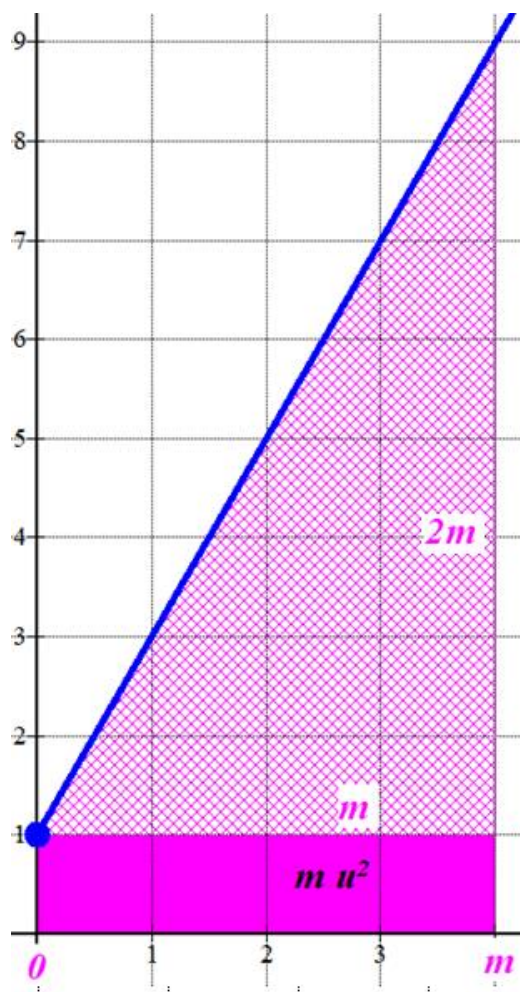
C2. Calcular:

a) El valor de m (con $m > 0$) para que el área encerrada por la función $f(x) = 2x + 1$ y el eje OX entre $x = 0$ y $x = m$ valga 20 unidades de superficie. **(de 0 a 1.5 puntos)**

b) Las asíntotas de la función:

$$g(x) = \frac{-2x^2 + 6x - 4}{2(x-1)^2} \quad \text{(de 0 a 1.5 puntos)}$$

a) La función $f(x) = 2x + 1$ es una recta. Dibujamos el recinto del que habla el ejercicio.



El área del recinto es la suma del área del rectángulo inferior que tiene base m y altura 1 y del triángulo de base m y de altura $2m$.

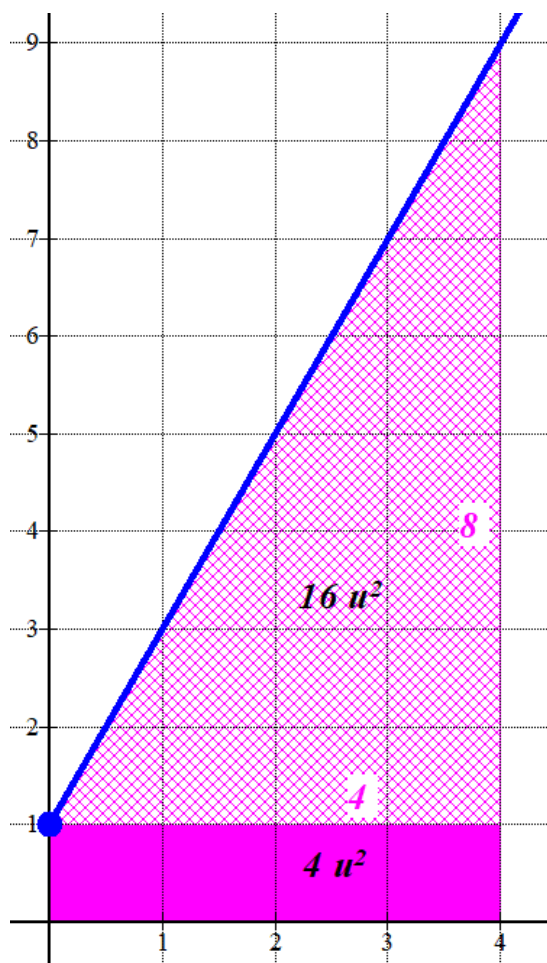
$$A(m) = m \cdot 1 + \frac{m \cdot 2m}{2} = m + m^2$$

Averiguamos cuando esta área tiene un valor de 20 unidades cuadradas.

$$A(m) = 20 \Rightarrow m + m^2 = 20 \Rightarrow m^2 + m - 20 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-20)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm 9}{2} = \begin{cases} \frac{-1+9}{2} = 4 = m \\ \frac{-1-9}{2} = -5 < 0 \end{cases}$$

Para $m = 4$ el área del recinto vale 20 unidades cuadradas.



b) El dominio de la función $g(x) = \frac{-2x^2 + 6x - 4}{2(x-1)^2}$ son todos los números reales menos los que anulan el denominador. El dominio de la función es $\mathbb{R} - \{1\}$.

Asíntotas verticales. $x = a$

¿ $x = 1$ es asíntota vertical?

$$\lim_{x \rightarrow 1} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x^2 + 6x - 4}{2(x-1)^2} = \frac{-2 \cdot 1^2 + 6 \cdot 1 - 4}{2(1-1)^2} = \frac{0}{0} = \text{Indeterminación} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2(x^2 - 3x + 2)}{2(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{-(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x-2)}{-(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{-(x-1)} = \frac{1-2}{-1+1} = \frac{-1}{0} = \infty$$

$x = 1$ es asíntota vertical.

Asíntota horizontal. $y = b$

$$b = \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2 + 6x - 4}{2(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{-(x-1)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-2}{1-x} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x}{1} - \frac{2}{x}}{\frac{x}{1} - \frac{x}{x}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{\frac{1}{x} - 1} = \frac{1 - \frac{2}{\infty}}{\frac{1}{\infty} - 1} = \frac{1 - 0}{0 - 1} = \boxed{-1}$$

La recta $y = -1$ es asíntota horizontal.

Asíntota oblicua. $y = mx + n$

Al tener asíntota horizontal no tiene asíntota oblicua.

