

 COMISIÓN INTERUNIVERSITARIA DE GALICIA	PAU Convocatoria ordinaria 2026 MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIAIS II CÓDIGO 40
---	---

El examen consta de **4 preguntas de respuesta obligatoria**: las preguntas 1 y 2 sin apartados optativos y las preguntas 3 y 4 con posibilidad de elección entre apartados.

PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. (2 puntos)

CONTEXTO

En un ayuntamiento gallego, se realizó una encuesta a estudiantes que estaban preparando las pruebas de acceso a la universidad (PAU) de 2026. La mayoría estudian en casa y/o en la biblioteca municipal. Otras opciones que tuvieron menos respuestas fueron: cafeterías tranquilas, zonas de descanso del centro comercial y medios de transporte público. El 80 % estudia en casa o en la biblioteca municipal, el 15 % estudia en casa y en la biblioteca municipal y el 40 % no estudia en casa.

En el caso de que un porcentaje superior al 30 % estudie en la biblioteca municipal, los responsables del ayuntamiento ampliarán su horario durante los días anteriores a las PAU 2026.

Responda estos dos apartados: 1.1. y 1.2.

1.1. Si al elegir una persona de la encuesta dice que estudia en casa, ¿cuál es la probabilidad de que no lo haga en la biblioteca municipal?

1.2. ¿Ampliarán los responsables del ayuntamiento el horario de la biblioteca municipal durante los días anteriores a las PAU 2026? Justifique la respuesta.

PREGUNTA 2. ÁLGEBRA. (2 puntos)

Se considera el sistema de inecuaciones dado por:

$$2x \geq 3y - 7$$

$$x + y + 1 \geq 0$$

$$x \leq 3$$

$$x + 2y \leq 7$$

Responda estos dos apartados: 2.1. o 2.2.

2.1. Represente gráficamente la región factible determinada por el sistema de inecuaciones anterior y calcule sus vértices.

2.2. Determine, si existen, los máximos y los mínimos de la función $f(x, y) = 2x + 3y$ sujeta a las restricciones definidas por el sistema de inecuaciones anterior.

PREGUNTA 3. ANÁLISIS. (3 puntos)

Responda uno de estos dos apartados: 3.1. o 3.2.

3.1.

CONTEXTO

El beneficio de una empresa depende básicamente de sus ventas. Cuando las ventas son pequeñas, el beneficio puede ser negativo debido a los costes fijos. También puede ser negativo cuando las ventas son grandes debido al aumento de los costes de producción. El beneficio diario de una empresa, en cientos de euros, viene dado por la función

$$B(x) = -x^2 + 10x - 16$$

donde x son los miles de unidades vendidas al día, con $1 \leq x \leq 9$.

Responda estos tres apartados: 3.1.1., 3.1.2. y 3.1.3.

3.1.1. ¿A cuánto asciende el beneficio máximo que puede obtener la empresa? ¿Cuántas unidades debe vender para alcanzarlo? Contextualice las respuestas.

3.1.2. Determine los valores de x para los que la empresa obtiene beneficios positivos. Contextualice la respuesta.

3.1.3. Calcule el beneficio medio (B_m) obtenido por la empresa cuando vende entre 3000 y 7000 unidades, sabiendo que viene dado por

$$B_m = \frac{1}{7-3} \int_3^7 B(x) dx$$

3.2

CONTEXTO

En el año 2025 las reservas de agua de varios embalses gallegos se han visto comprometidas a causa de la falta de precipitaciones y del aumento de la evaporación del agua debida a las altas temperaturas. Esta situación ha provocado que a finales del verano se haya activado la prealerta por escasez moderada de agua en muchos municipios gallegos, viéndose afectada cerca del 30 % de la población de Galicia. En concreto, en un determinado embalse, se estima que las reservas acumuladas de agua (medidas en porcentaje de su fu capacidad) vienen dadas por la función

$$R(t) = \begin{cases} 96 - 2(t-3)^2, & 0 \leq t \leq 6 \\ 5(t-9)^2 + 33, & 6 < t \leq 12 \end{cases}$$

en donde la variable t representa el tiempo transcurrido en meses contados a partir del día 1 de enero de 1025.

Responda estos tres apartados: 3.2.1., 3.2.2. y 3.2.3.

3.2.1. Determine los períodos del año en los que las reservas de agua han aumentado y disminuido. Contextualice las respuestas.

3.2.2. ¿Cuáles han sido las reservas mínimas? ¿En qué momento o momentos se han producido? Contextualice las respuestas.

3.2.3. Utilizando la información de los apartados anteriores represente gráficamente la evolución de las reservas de agua del embalse a lo largo del año 2025.

PREGUNTA 4. ESTADÍSTICA Y ÁLGEBRA. (3 puntos)

Responda uno de los siguientes dos apartados de Estadística: 4.1. o 4.2. (1,5 puntos)

4.1. La cantidad de agua (en litros) que se consume en el lavado de un coche en una estación de autolavado se distribuye normalmente con una desviación típica de $\sigma = 20$ litros. Tomada una muestra de $n = 64$ coches, se ha determinado que el consumo medio de agua está comprendido entre 76,1 litros y 85,9 litros. ¿Con qué nivel de confianza se ha realizado esta afirmación?

Nota: Para resolver el apartado anterior puede emplearse alguno de los siguientes valores relacionados con las tablas de la normal estándar:

$$P(Z < 2,05) = 0,98 ; P(Z < 2,326) = 0,99; P(Z > 1,645) = 0,05; P(Z > 1,96) = 0,025.$$

4.2. El 90 % de los individuos de una población tienen cuenta bancaria. Elegidos 5 individuos de esa población.

4.2.1. ¿Cuál es la probabilidad de que todos tengan cuenta bancaria?

4.2.2. Calcule la probabilidad de que, entre los 5 individuos, menos de 2 tengan cuenta bancaria.

Responda uno de los siguientes dos apartados de Álgebra: 4.3. o 4.4. (1,5 puntos)

4.3. Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & a & -1 \\ a & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ c \\ c \end{pmatrix}$$

Expresa en forma matricial el sistema de ecuaciones que se obtiene al plantear la siguiente igualdad matricial $A \cdot B = C$.

4.4. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & k \\ 1 & k^2 \end{pmatrix}$$

Calcule los valores de k para los que la matriz $A^t \cdot B$ tenga inversa, siendo A^t la matriz traspuesta de A .

SOLUCIONES**PREGUNTA 1. ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. (2 puntos)****CONTEXTO**

En un ayuntamiento gallego, se realizó una encuesta a estudiantes que estaban preparando las pruebas de acceso a la universidad (PAU) de 2026. La mayoría estudian en casa y/o en la biblioteca municipal. Otras opciones que tuvieron menos respuestas fueron: cafeterías tranquilas, zonas de descanso del centro comercial y medios de transporte público. El 80 % estudia en casa o en la biblioteca municipal, el 15 % estudia en casa y en la biblioteca municipal y el 40 % no estudia en casa.

En el caso de que un porcentaje superior al 30 % estudie en la biblioteca municipal, los responsables del ayuntamiento ampliarán su horario durante los días anteriores a las PAU 2026.

Responda estos dos apartados: 1.1. y 1.2.

1.1. Si al elegir una persona de la encuesta dice que estudia en casa, ¿cuál es la probabilidad de que no lo haga en la biblioteca municipal?

1.2. ¿Ampliarán los responsables del ayuntamiento el horario de la biblioteca municipal durante los días anteriores a las PAU 2026? Justifique la respuesta.

Llamamos A al suceso "estudiar en casa", B a "estudiar en la biblioteca municipal" y C a "estudiar en otro lugar distinto a la casa y la biblioteca municipal".

Por la información proporcionada conocemos las siguientes probabilidades:

El 80 % estudia en casa o en la biblioteca municipal $\rightarrow P(A \cup B) = 0.80$.

El 15 % estudia en casa y en la biblioteca municipal $\rightarrow P(A \cap B) = 0.15$

El 40 % no estudia en casa $\rightarrow P(A^c) = 0.40$.

Podemos deducir la probabilidad del suceso A.

$$P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - 0.40 = 0.60$$

Utilizamos la fórmula de la probabilidad de la unión de dos sucesos para obtener la probabilidad del suceso B:

$$\left. \begin{array}{l} P(A \cup B) = 0.80 \\ P(A \cap B) = 0.15 \\ P(A) = 0.60 \end{array} \right\} \Rightarrow 0.8 = 0.6 + P(B) - 0.15 \Rightarrow$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(B) = 0.8 - 0.6 + 0.15 = \boxed{0.35}$$

1.1. Nos piden determinar el valor de $P(B^c / A)$. Utilizamos el teorema de Bayes.

$$P(B^c / A) = 1 - P(B / A) = 1 - \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = 1 - \frac{0.15}{0.6} = \frac{0.6 - 0.15}{0.6} = \boxed{0.75}$$

1.2. Sabemos que $P(B) = 0.35$, lo que implica que el 35% de los estudiantes lo harán en la biblioteca municipal. Al ser superior al 30% se deben ampliar los horarios de apertura de la biblioteca municipal.

PREGUNTA 2. ÁLGEBRA. (2 puntos)

Se considera el sistema de inecuaciones dado por:

$2x \geq 3y - 7$

$x + y + 1 \geq 0$

$x \leq 3$

$x + 2y \leq 7$

Responda estos dos apartados: 2.1. o 2.2.**2.1.** Represente gráficamente la región factible determinada por el sistema de inecuaciones anterior y calcule sus vértices.**2.2.** Determine, si existen, los máximos y los mínimos de la función $f(x, y) = 2x + 3y$ sujeta a las restricciones definidas por el sistema de inecuaciones anterior.**2.1.** Representamos primero las rectas que delimitan la región factible.

$2x = 3y - 7$

$x + y + 1 = 0$

$x = 3$

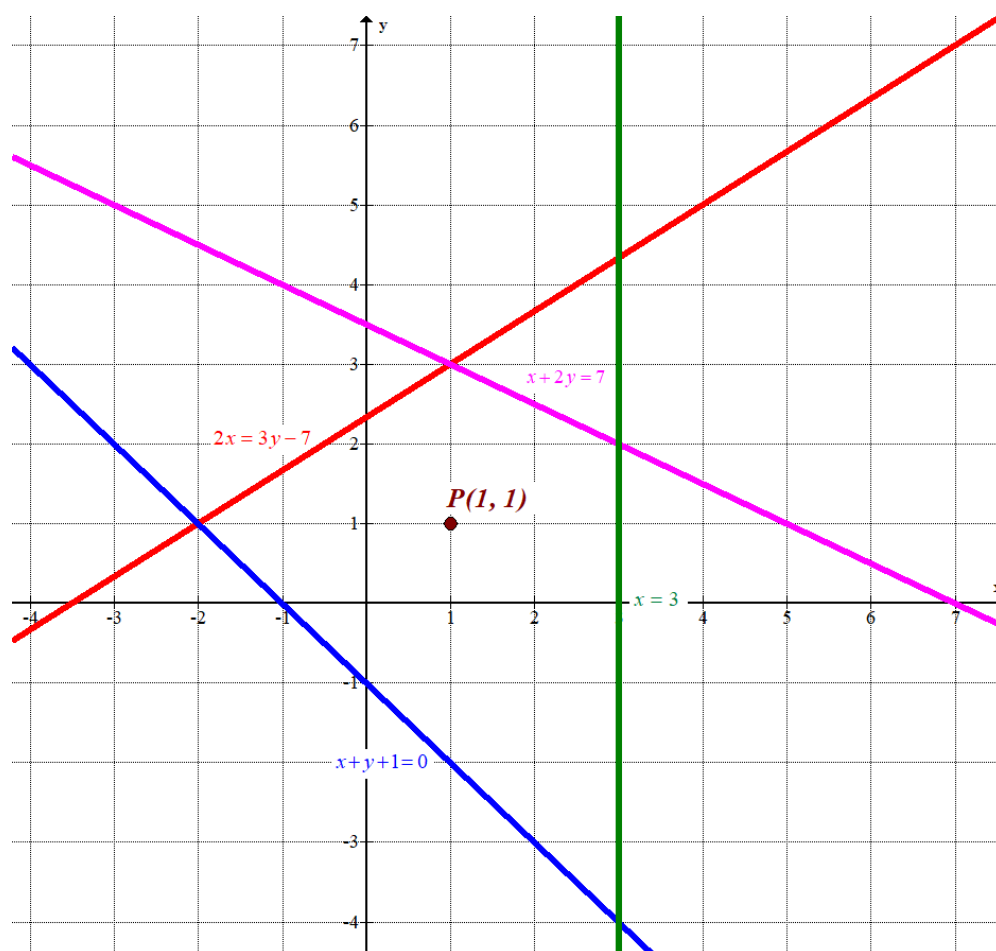
$x + 2y = 7$

x	$y = \frac{2x+7}{3}$
-2	1
1	3
4	5

x	$y = -1 - x$
-2	1
1	-2
4	-5

$x = 3$	y
3	1
3	2
3	3

x	$y = \frac{7-x}{2}$
-1	4
1	3
3	2



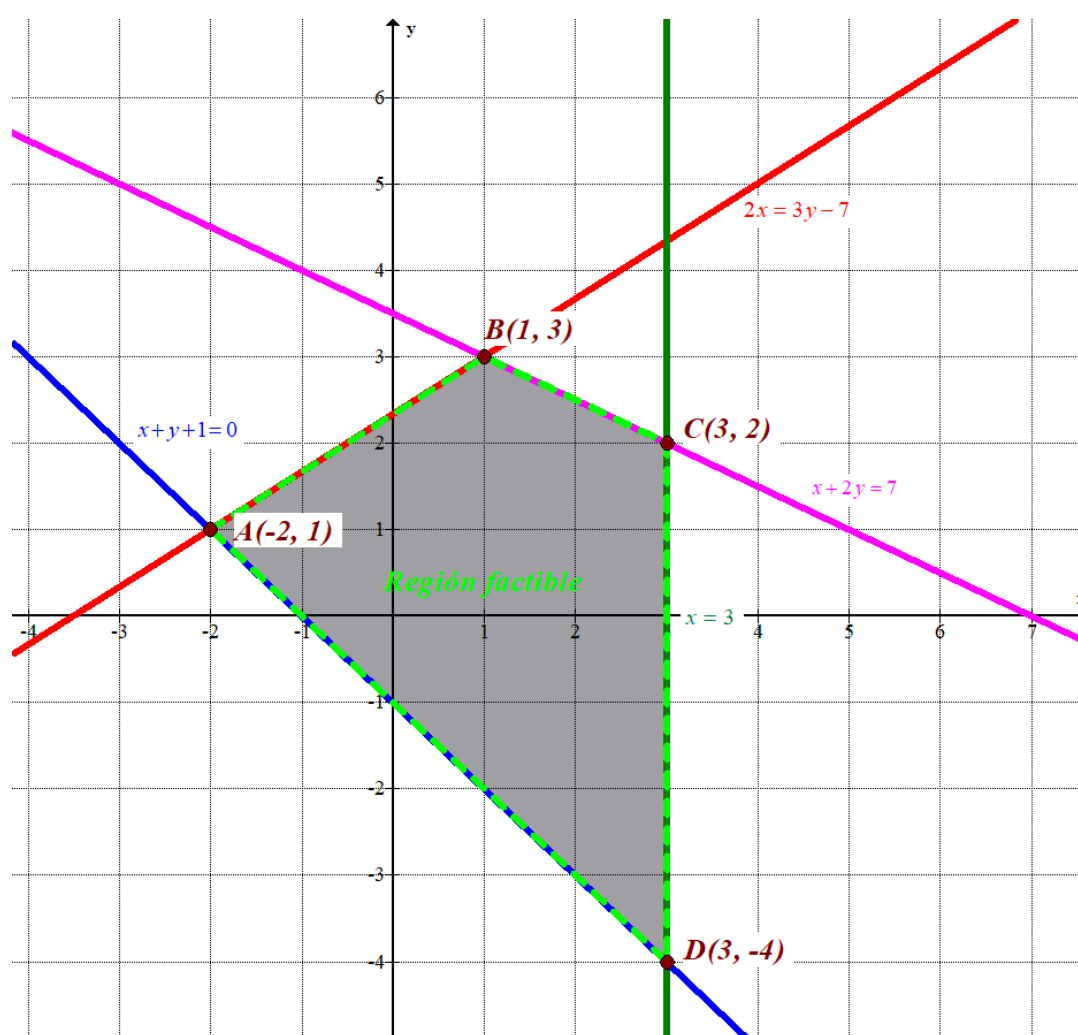
Como las inecuaciones son $\left. \begin{array}{l} 2x \geq 3y - 7 \\ x + y + 1 \geq 0 \\ x \leq 3 \\ x + 2y \leq 7 \end{array} \right\}$ la región factible es la región del plano situada por

debajo de las rectas rosa y roja, a la izquierda de la recta vertical verde y por encima de la recta azul.

Comprobamos que el punto $P(1, 1)$ perteneciente a esta región cumple las inecuaciones.

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 1 \geq 3 \cdot 1 - 7 \\ 1 + 1 + 1 \geq 0 \\ 1 \leq 3 \\ 1 + 2 \cdot 1 \leq 7 \end{array} \right\} \text{¡Se cumplen todas!}$$

Coloreamos de gris la región factible en el siguiente dibujo e indicamos las coordenadas de los vértices.



Los vértices de la región factible son los puntos $A(-2, 1)$, $B(1, 3)$, $C(3, 2)$ y $D(3, -4)$.

2.2. Valoramos la función $f(x, y) = 2x + 3y$ en cada uno de los vértices en busca de los valores máximo y mínimo.

$$A(-2, 1) \rightarrow f(-2, 1) = 2 \cdot (-2) + 3 \cdot 1 = -1$$

$$B(1, 3) \rightarrow f(1, 3) = 2 \cdot 1 + 3 \cdot 3 = 11$$

$$C(3, 2) \rightarrow f(3, 2) = 2 \cdot 3 + 3 \cdot 2 = 12 \text{ Máximo}$$

$$D(3, -4) \rightarrow f(3, -4) = 2 \cdot 3 + 3 \cdot (-4) = -6 \text{ Mínimo}$$

El valor mínimo es -6 y se alcanza en el punto $D(3, -4)$.

El valor máximo es 12 y se alcanza en el punto $C(3, 2)$.

3.1.**CONTEXTO**

El beneficio de una empresa depende básicamente de sus ventas. Cuando las ventas son pequeñas, el beneficio puede ser negativo debido a los costes fijos. También puede ser negativo cuando las ventas son grandes debido al aumento de los costes de producción. El beneficio diario de una empresa, en cientos de euros, viene dado por la función

$$B(x) = -x^2 + 10x - 16$$

donde x son los miles de unidades vendidas al día, con $1 \leq x \leq 9$.

Responda estos tres apartados: 3.1.1., 3.1.2. y 3.1.3.

3.1.1. ¿A cuánto asciende el beneficio máximo que puede obtener la empresa? ¿Cuántas unidades debe vender para alcanzarlo? Contextualice las respuestas.

3.1.2. Determine los valores de x para los que la empresa obtiene beneficios positivos. Contextualice la respuesta.

3.1.3. Calcule el beneficio medio (B_m) obtenido por la empresa cuando vende entre 3000 y 7000 unidades, sabiendo que viene dado por

$$B_m = \frac{1}{7-3} \int_3^7 B(x) dx$$

3.1.1. Buscamos los valores que anulan la derivada de la función (puntos críticos).

$$B(x) = -x^2 + 10x - 16 \Rightarrow B'(x) = -2x + 10$$

$$B'(x) = 0 \Rightarrow -2x + 10 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 5}$$

Hemos encontrado un punto crítico que pertenece al intervalo de definición de la función. Estudiamos el signo de la derivada antes y después de $x = 5$.

- En el intervalo $[1, 5)$ consideramos $x = 2$ y la derivada vale $B'(2) = -2 \cdot 2 + 10 = 6 > 0$. La función crece en $[1, 5)$.
- En el intervalo $(5, 9]$ consideramos $x = 6$ y la derivada vale $B'(6) = -2 \cdot 6 + 10 = -2 < 0$. La función decrece en $(5, 9]$.

La función crece en $[1, 5)$ y decrece en $(5, 9]$.

La función tiene un máximo en $x = 5$.

Como $B(5) = -5^2 + 10 \cdot 5 - 16 = 9$ el beneficio máximo que se puede obtener es de 900 euros que se consiguen con la venta de 5000 unidades diarias.

3.1.2. Buscamos los valores de ventas para los que los beneficios son nulos.

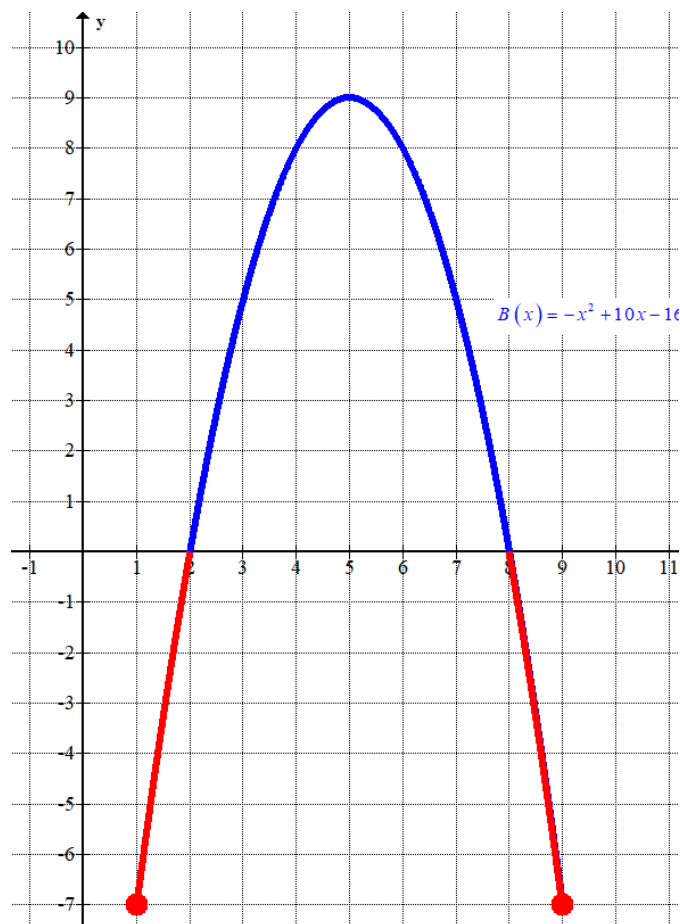
$$\left. \begin{array}{l} B(x) = -x^2 + 10x - 16 \\ B(x) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow -x^2 + 10x - 16 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-16)}}{2 \cdot (-1)} = \frac{-10 \pm 6}{-2} = \begin{cases} \frac{-10+6}{-2} = 2 = x \\ \frac{-10-6}{-2} = 8 = x \end{cases}$$

La función beneficios es continua y crece de 1 a 5. Como los beneficios son nulos en $x = 2$, entonces podemos afirmar que los beneficios son negativos de 1 a 2.

La función beneficios es continua y decrece de 5 a 9. Como los beneficios son nulos en $x = 8$ entonces podemos afirmar que los beneficios son negativos de 8 a 9.

Los beneficios son positivos con unas ventas entre 2000 y 8000 unidades.



3.1.3. Calculamos la integral definida pedida.

$$\begin{aligned}
 B_m &= \frac{1}{7-3} \int_3^7 B(x) dx = \frac{1}{7-3} \int_3^7 -x^2 + 10x - 16 dx = \\
 &= \frac{1}{4} \left[-\frac{x^3}{3} + 5x^2 - 16x \right]_3^7 = \frac{1}{4} \left(\left[-\frac{7^3}{3} + 5 \cdot 7^2 - 16 \cdot 7 \right] - \left[-\frac{3^3}{3} + 5 \cdot 3^2 - 16 \cdot 3 \right] \right) = \\
 &= \frac{1}{4} \left(-\frac{343}{3} + 245 - 112 - (-9 + 45 - 48) \right) = \frac{1}{4} \left(-\frac{343}{3} + 145 \right) = \boxed{\frac{23}{3} \approx 7.6667}
 \end{aligned}$$

El beneficio medio (B_m) obtenido por la empresa cuando vende entre 3000 y 7000 unidades es de 766.67 euros.

3.2**CONTEXTO**

En el año 2025 las reservas de agua de varios embalses gallegos se han visto comprometidas a causa de la falta de precipitaciones y del aumento de la evaporación del agua debida a las altas temperaturas. Esta situación ha provocado que a finales del verano se haya activado la prealerta por escasez moderada de agua en muchos municipios gallegos, viéndose afectada cerca del 30 % de la población de Galicia. En concreto, en un determinado embalse, se estima que las reservas acumuladas de agua (medidas en porcentaje de su capacidad) vienen dadas por la función

$$R(t) = \begin{cases} 96 - 2(t-3)^2, & 0 \leq t \leq 6 \\ 5(t-9)^2 + 33, & 6 < t \leq 12 \end{cases}$$

en donde la variable t representa el tiempo transcurrido en meses contados a partir del día 1 de enero de 2025.

Responda estos tres apartados: 3.2.1., 3.2.2. y 3.2.3.

3.2.1. Determine los períodos del año en los que las reservas de agua han aumentado y disminuido. Contextualice las respuestas.

3.2.2. ¿Cuáles han sido las reservas mínimas? ¿En qué momento o momentos se han producido? Contextualice las respuestas.

3.2.3. Utilizando la información de los apartados anteriores represente gráficamente la evolución de las reservas de agua del embalse a lo largo del año 2025.

3.2.1. Utilizamos la derivada para hallar los puntos críticos de la función $R(x)$.

$$R(t) = \begin{cases} 96 - 2(t-3)^2, & 0 \leq t \leq 6 \\ 5(t-9)^2 + 33, & 6 < t \leq 12 \end{cases} \Rightarrow R'(t) = \begin{cases} -4(t-3), & 0 \leq t < 6 \\ 10(t-9), & 6 < t \leq 12 \end{cases}$$

$$R'(t) = 0 \Rightarrow \begin{cases} -4(t-3) = 0 \rightarrow t = 3 \in [0, 6) \\ 10(t-9) = 0 \rightarrow t = 9 \in (6, 12] \end{cases}$$

Estudiamos el signo de la derivada antes, entre y después de $t = 0, t = 3, t = 6, t = 9$ y $t = 12$.

- En el intervalo $[0, 3)$ tomamos $t = 1$ y la derivada vale $R'(1) = -4(1-3) = 8 > 0$. La función crece en $[0, 3)$.
- En el intervalo $(3, 6)$ tomamos $t = 4$ y la derivada vale $R'(4) = -4(4-3) = -4 < 0$. La función decrece en $(3, 6)$.
- En el intervalo $(6, 9)$ tomamos $t = 7$ y la derivada vale $R'(7) = 10(7-9) = -20 < 0$. La función decrece en $(6, 9)$.
- En el intervalo $(9, 12]$ tomamos $t = 10$ y la derivada vale $R'(10) = 10(10-9) = 10 > 0$. La función crece en $(9, 12]$.

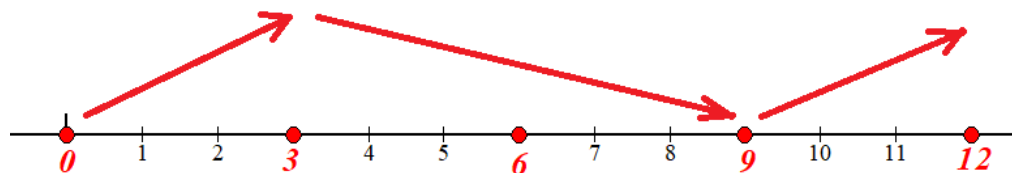
Comprobamos que la función es continua en $t = 6$.

$$\left. \begin{aligned} R(6) &= 96 - 2(6-3)^2 = 96 - 18 = 78 \\ \lim_{t \rightarrow 6^-} R(t) &= \lim_{t \rightarrow 6^-} 96 - 2(t-3)^2 = 78 \\ \lim_{t \rightarrow 6^+} R(t) &= \lim_{t \rightarrow 6^+} 5(t-9)^2 + 33 = 5 \cdot 9 + 33 = 78 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow 6^-} R(t) = \lim_{t \rightarrow 6^+} R(t) = R(6) = 78$$

La función es continua en $t = 6$. La función crece en $[0, 3) \cup (9, 12]$ y decrece en $(3, 9)$.

Las reservas aumentan en los tres primeros meses y en los tres últimos del año 2025. Las reservas disminuyen durante el resto del año.

3.2.2. Hemos visto que la función reservas sigue el esquema siguiente:

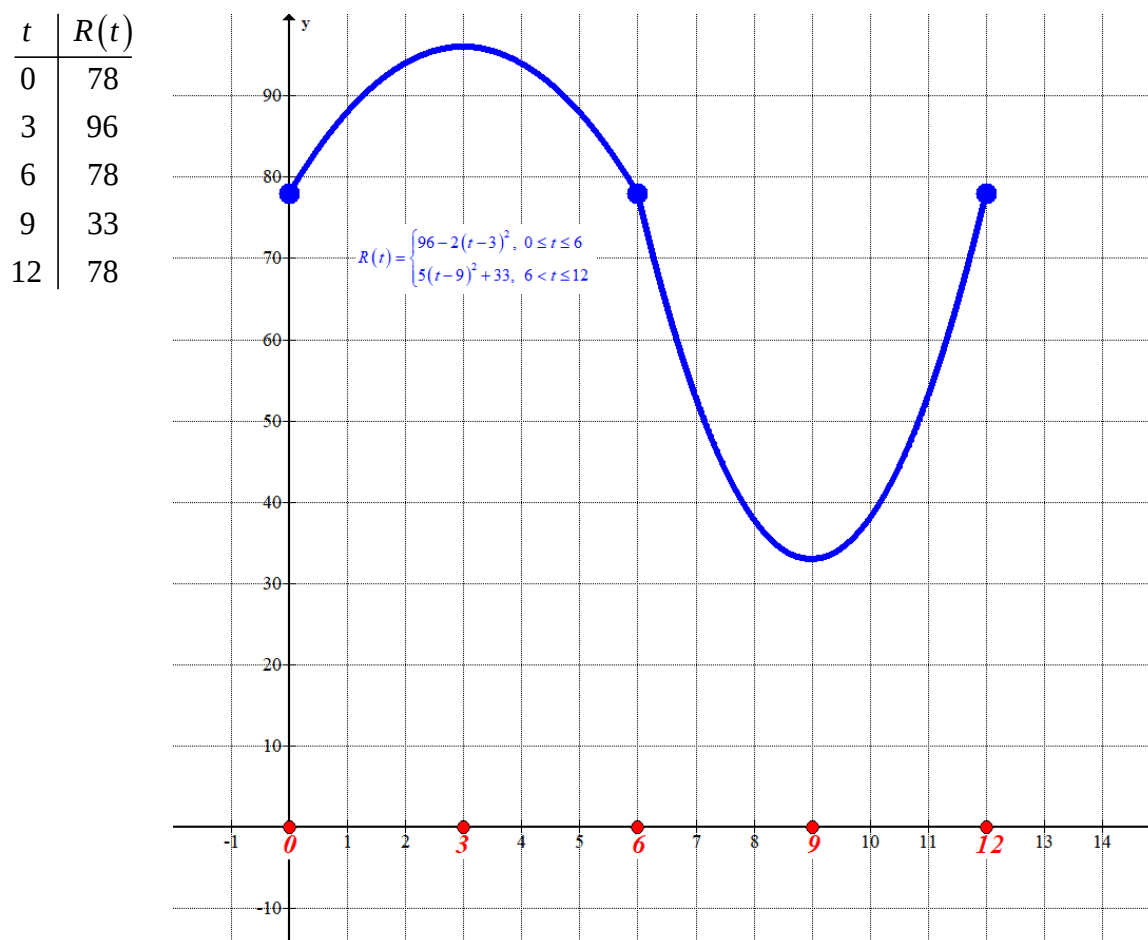


Valoramos la función reservas en $t = 0$ y en $t = 9$ para decidir el valor mínimo de la función.

$$\left. \begin{aligned} R(0) &= 96 - 2(0 - 3)^2 = 78 \\ R(9) &= 5(9 - 9)^2 + 33 = 33 \end{aligned} \right\}$$

El valor mínimo de las reservas es del 33% que se produce en el mes 9 (septiembre).

3.2.3. Con la tabla de valores y lo estudiado dibujamos la gráfica de la función.



4.1. La cantidad de agua (en litros) que se consume en el lavado de un coche en una estación de autolavado se distribuye normalmente con una desviación típica de $\sigma = 20$ litros. Tomada una muestra de $n = 64$ coches, se ha determinado que el consumo medio de agua está comprendido entre 76,1 litros y 85,9 litros. ¿Con qué nivel de confianza se ha realizado esta afirmación?

Nota: Para resolver el apartado anterior puede emplearse alguno de los siguientes valores relacionados con las tablas de la normal estándar:

$$P(Z < 2,05) = 0,98 ; P(Z < 2,326) = 0,99; P(Z > 1,645) = 0,05; P(Z > 1,96) = 0,025.$$

Sea X = La cantidad de agua (en litros) que se consume en el lavado de un coche en una estación de autolavado. $X = N(\mu, 20)$.

El intervalo de confianza es (76.1, 85.9), por lo que el error cometido es $\frac{85.9 - 76.1}{2} = 4.9 \text{ litros}$.

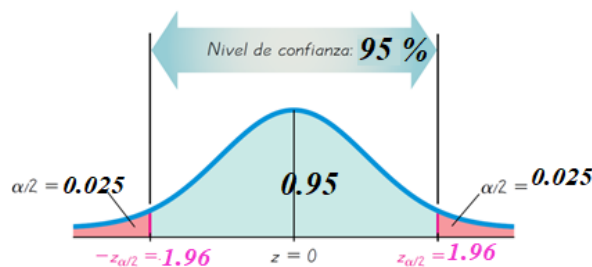
Utilizando la fórmula del error obtenemos el valor de $z_{\alpha/2}$.

$$\text{Error} = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 4.9 = z_{\alpha/2} \cdot \frac{20}{\sqrt{64}} \Rightarrow 4.9 = z_{\alpha/2} \cdot 2.5 \Rightarrow z_{\alpha/2} = \frac{4.9}{2.5} = 1.96$$

Buscamos en la tabla de la normal el valor de $1 - \frac{\alpha}{2}$ para $z_{\alpha/2} = 1.96$.

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750

Obtenemos el nivel de confianza.



$$1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975 \Rightarrow 1 - 0.975 = \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow \alpha = 0.05 \Rightarrow 1 - \alpha = 1 - 0.05 = 0.95$$

El nivel de confianza con el que se ha realizado la afirmación es del 95%.

4.2. El 90 % de los individuos de una población tienen cuenta bancaria. Elegidos 5 individuos de esa población.

4.2.1. ¿Cuál es la probabilidad de que todos tengan cuenta bancaria?

4.2.2. Calcule la probabilidad de que, entre los 5 individuos, menos de 2 tengan cuenta bancaria.

Consideramos la variable aleatoria X que cuenta el número de individuos con cuenta bancaria de un grupo de 5 individuos elegidos al azar.

Esta variable es una binomial con parámetros $n = \text{número de repeticiones} = 5$ y $p = \text{probabilidad de que un individuo de la población tenga cuenta bancaria} = 0.90$.

$X = B(5, 0.9)$.

4.2.1. Nos piden calcular $P(X = 5)$.

$$P(X = 5) = \binom{5}{5} 0.9^5 \cdot 0.1^0 = 0.9^5 \approx \boxed{0.5905}$$

4.2.2. Nos piden calcular $P(X < 2)$.

$$P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1) =$$

$$= \binom{5}{0} 0.9^0 \cdot 0.1^5 + \binom{5}{1} 0.9^1 \cdot 0.1^4 = 0.1^5 + 5 \cdot 0.9 \cdot 0.1^4 = \boxed{0.00046}$$

4.3. Considere las matrices

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & a & -1 \\ a & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ c \\ c \end{pmatrix}$$

Exprese en forma matricial el sistema de ecuaciones que se obtiene al plantear la siguiente igualdad matricial $A \cdot B = C$.

$$A \cdot B = C \Rightarrow \begin{pmatrix} a & 1 & 1 \\ 0 & a & -1 \\ a & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ c \\ c \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 2a+1+b \\ a-b \\ 2a+1-b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ c \\ c \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2a+1+b=1 \\ a-b=c \\ 2a+1-b=c \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2a+b=0 \\ a-b-c=0 \\ 2a-b-c=-1 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}}$$

4.4. Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & k \\ 1 & k^2 \end{pmatrix}$$

Calcule los valores de k para los que la matriz $A^t \cdot B$ tenga inversa, siendo A^t la matriz traspuesta de A .

Obtenemos la expresión de la matriz $A^t \cdot B$.

$$A^t \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & k \\ 1 & k^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1+1+1 & 1+k+k^2 \\ 1+2+3 & 1+2k+3k^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1+k+k^2 \\ 6 & 1+2k+3k^2 \end{pmatrix}$$

$$2 \times \boxed{3} \cdot 3 \times 2 \longrightarrow 2 \times 2$$

Para que una matriz tenga inversa su determinante debe ser distinto de cero. Averiguamos cuando se anula el determinante de $A^t \cdot B$.

$$|A^t \cdot B| = \begin{vmatrix} 3 & 1+k+k^2 \\ 6 & 1+2k+3k^2 \end{vmatrix} = 3 + \cancel{6k} + 9k^2 - 6 - \cancel{6k} - 6k^2 = -3 + 3k^2$$

$$|A^t \cdot B| = 0 \Rightarrow -3 + 3k^2 = 0 \Rightarrow -1 + k^2 = 0 \Rightarrow k^2 = 1 \Rightarrow \boxed{k = \sqrt{1} = \pm 1}$$

La matriz $A^t \cdot B$ tiene inversa para cualquier valor de k distinto de 1 y de -1 .