

|                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                     |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|  | <p style="text-align: center;"><b>UNIVERSIDADES PÚBLICAS DE LA COMUNIDAD DE MADRID</b><br/> <b>PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD</b><br/> Curso 2025-2026<br/> <b>MATERIA: MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II</b></p> |  |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|

### INSTRUCCIONES GENERALES Y CALIFICACIÓN

El examen consta de **4 preguntas**: la primera sin apartados optativos y las tres siguientes con posibilidad de elección. Todas las respuestas deben ser razonadamente justificadas.

**CALIFICACIÓN**: cada pregunta se valorará sobre 2,5 puntos.

**DURACIÓN**: 90 minutos.

**PREGUNTA 1 (2,5 puntos) Responda los dos apartados. Esta pregunta no tiene opcionalidad.**

El barómetro de octubre de 2025 del Centro de Investigaciones Sociológicas (CIS) recoge las entrevistas realizadas a una muestra de 4029 personas. La Pregunta 10R plantea al entrevistado: “¿Cuál es, a su juicio, el principal problema que existe actualmente en España? ¿Y el segundo? ¿Y el tercero?” De los 333 entrevistados entre 18 y 24 años, un 35,5% mencionan como alguno de los tres problemas “la vivienda”, un 26,7% “la inmigración” y un 25,1% “los problemas relacionados con la calidad del empleo”. En los barómetros de septiembre y julio de 2025, “la vivienda” fue mencionada como respuesta a la Pregunta 10R por el 31,9% y el 29,3% de los jóvenes en la misma franja de edad, respectivamente.

**1.a)** (1,5 puntos) Calcule el intervalo de confianza al 95% para la proporción de jóvenes de 18 a 24 años que consideran la vivienda como uno de los tres principales problemas de España en octubre de 2025.

**1.b)** (1 punto) Para el barómetro de noviembre se desea volver a estimar la proporción de jóvenes de 18 a 24 años que consideran la vivienda como uno de los tres principales problemas de España. Se quiere que esta estimación tenga un margen de error de cinco puntos porcentuales y un nivel de confianza del 97%. Calcule el tamaño de muestra que sería necesario asumiendo que la proporción es  $p = 0,355$ .

**PREGUNTA 2 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos opciones, o bien 2.1 o bien 2.2.**

**2.1** Considere la función real de variable real

$$f(x) = x(1 - x^2) + e^{-\lambda x}.$$

donde  $\lambda$  es un parámetro real sin especificar.

**2.1.a)** (1 punto) Calcule  $F(x)$ , la primitiva de  $f(x)$ , tal que  $F(0) = 1$ .

**2.1.b)** (1 punto) Obtenga el área entre la curva de  $f(x)$  y el eje horizontal en el intervalo  $[0, 1]$ .

**2.1.c)** (0,5 puntos) ¿Para qué valores de  $\lambda$  es  $f'(0)$  positiva?

**2.2** Sea la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{(x-2)^2} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^2 + x^3}{x^2 + 1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

**2.2.a)** (0,5 puntos) Determine razonadamente el dominio de  $f(x)$ .

**2.2.b)** (0,5 puntos) Estudie la continuidad de  $f(x)$  en  $x = 0$ .

**2.2.c)** (0,5 puntos) Calcule la asíntota de  $f(x)$  cuando  $x \rightarrow -\infty$ .

**2.2.d)** (1 punto) Calcule la asíntota de  $f(x)$  cuando  $x \rightarrow +\infty$ .

**PREGUNTA 3 (2,5 puntos) Responda únicamente a una de las dos opciones, o bien 3.1 o bien 3.2.**

**3.1** Considere las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1 & 3/2 \\ 1 & 1/2 & 1 \\ 3/2 & 1 & 1/2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{pmatrix}$$

**3.1.a)** (1,5 puntos) Calcule la matriz  $X$  en la ecuación matricial  $AXB = A + B$ .

**3.1.b)** (1 punto) Calcule el determinante  $|C^2 B|$ , siendo  $C = 2(A^{-1})^t$

*Nota:  $M^t$  denota la matriz traspuesta de la matriz  $M$ .*

**3.2** Considere la región  $S$  del plano delimitada por las siguientes restricciones:

$$x \leq 6, \quad 3y - 2x \leq 10, \quad 3y \geq 2 - 2x, \quad x \leq 10 - y, \quad y \geq x - 6$$

**3.2.a)** (2,0 puntos) Calcule las coordenadas de los vértices de  $S$  y represente gráficamente la región  $S$ .

**3.2.b)** (0,5 puntos) Se desea minimizar el triple de  $y$  menos la mitad de  $x$  en  $S$ . Indique el valor mínimo y el punto de la región en el cual se alcanza.

**PREGUNTA 4** (2,5 puntos) **Responda únicamente a una de las dos opciones, o bien 4.1 o bien 4.2.**

**4.1** Sean  $A$ ,  $B$  y  $C$  tres sucesos de los que se conoce la siguiente información:

$$P(A) = 0,4, \quad P(B) = 0,6, \quad P(C) = 0,5,$$

$$P(A/C) = 0,6, \quad P(B/C) = 0,8,$$

$$P(A \cap B/C) = P(A/C)P(B/C), \quad P(A \cap B/\bar{C}) = 0,08.$$

**4.1.a)** (1 punto) Determine si  $A$  y  $B$  son independientes.

**4.1.b)** (1,5 puntos) Determine la probabilidad de que  $C$  ocurra sabiendo que  $A$  y  $B$  ocurrieron.

*Nota:  $\bar{S}$  denota el suceso complementario (contrario) del suceso  $S$ .*

**4.2** En un laboratorio farmacéutico se realiza un test de control de calidad para detectar productos defectuosos antes de su distribución. Se conoce la siguiente información:

- El 3% de los productos presenta un defecto grave, el 7% un defecto leve y el resto no presenta defectos.
- Si el defecto es grave, el test da positivo el 98% de las veces.
- Si el defecto es leve, el test da positivo el 80% de las veces.
- Si el producto no tiene defectos, el test da positivo el 5% de las veces.

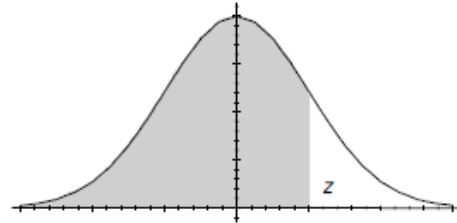
**4.2.a)** (1,2 puntos) Calcule la probabilidad de que el test de un producto seleccionado al azar dé negativo.

**4.2.b)** (1,3 puntos) Si el test de un producto ha dado positivo, calcule la probabilidad de que el defecto sea grave.

## Matemáticas Aplicadas a las Ciencias Sociales

### ÁREAS BAJO LA DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD NORMAL ESTÁNDAR

Los valores en la tabla representan el área bajo la curva normal hasta un valor positivo de  $z$ .



| $z$ | ,00    | ,01    | ,02    | ,03    | ,04    | ,05    | ,06    | ,07    | ,08    | ,09    |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7703 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9954 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |
| 3,0 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9988 | 0,9988 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9990 | 0,9990 |

## SOLUCIONES

### PREGUNTA 1 (2,5 puntos) Responda los dos apartados. Esta pregunta no tiene opcionalidad.

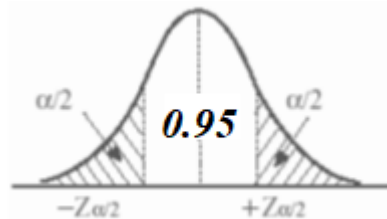
El barómetro de octubre de 2025 del Centro de Investigaciones Sociológicas (CIS) recoge las entrevistas realizadas a una muestra de 4029 personas. La Pregunta 10R plantea al entrevistado: “¿Cuál es, a su juicio, el principal problema que existe actualmente en España? ¿Y el segundo? ¿Y el tercero?” De los 333 entrevistados entre 18 y 24 años, un 35,5% mencionan como alguno de los tres problemas “la vivienda”, un 26,7% “la inmigración” y un 25,1% “los problemas relacionados con la calidad del empleo”. En los barómetros de septiembre y julio de 2025, “la vivienda” fue mencionada como respuesta a la Pregunta 10R por el 31,9% y el 29,3% de los jóvenes en la misma franja de edad, respectivamente.

**1.a)** (1,5 puntos) Calcule el intervalo de confianza al 95% para la proporción de jóvenes de 18 a 24 años que consideran la vivienda como uno de los tres principales problemas de España en octubre de 2025.

**1.b)** (1 punto) Para el barómetro de noviembre se desea volver a estimar la proporción de jóvenes de 18 a 24 años que consideran la vivienda como uno de los tres principales problemas de España. Se quiere que esta estimación tenga un margen de error de cinco puntos porcentuales y un nivel de confianza del 97%. Calcule el tamaño de muestra que sería necesario asumiendo que la proporción es  $p = 0,355$ .

**1.a)** El tamaño de la muestra es  $n = 333$ . La proporción muestral de personas que consideran la vivienda como uno de los tres principales problemas de España en octubre de 2025 es  $p = 0.355$ .

Determinamos el valor de  $z_{\alpha/2}$  para un nivel de confianza del 95%.



$$1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow \alpha = 0.05 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.975 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$$

| z   | .00    | .01    | .02    | .03    | .04    | .05    | .06    | .0 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|----|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0, |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0, |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0, |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0, |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0, |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0, |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0, |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7703 | 0,7734 | 0,7764 | 0, |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0, |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0, |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0, |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0, |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0, |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0, |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0, |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0, |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0, |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0, |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0, |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0, |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0, |

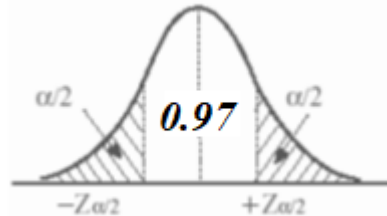
Obtenemos el valor del error.

$$Error = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{pq}{n}} = 1.96 \sqrt{\frac{0.355(1-0.355)}{333}} \approx 0.0514$$

El intervalo de confianza para la proporción de personas que consideran la vivienda como uno de los tres principales problemas de España en octubre de 2025 es:

$$(p - \text{Error}, p + \text{Error}) = (0.355 - 0.0514, 0.355 + 0.0514) = (0.3036, 0.4064)$$

1.b) Determinamos el valor de  $z_{\alpha/2}$  para un nivel de confianza del 97%.



$$1 - \alpha = 0.97 \Rightarrow \alpha = 0.03 \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.015 \Rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 0.985 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2.17$$

| z   | ,00    | ,01    | ,02    | ,03    | ,04    | ,05    | ,06    | ,07    |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7703 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 |

El error máximo que se quiere cometer es 0.05. Utilizamos la fórmula del error y despejamos  $n$ .

$$\text{Error} = z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{pq}{n}} \Rightarrow 0.05 = 2.17 \sqrt{\frac{0.355(1-0.355)}{n}} \Rightarrow \frac{0.05}{2.17} = \sqrt{\frac{0.355 \cdot 0.645}{n}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left( \frac{0.05}{2.17} \right)^2 = \frac{0.355 \cdot 0.645}{n} \Rightarrow n = \frac{0.355 \cdot 0.645}{\left( \frac{0.05}{2.17} \right)^2} \approx 431.2882$$

Por lo tanto, el tamaño mínimo de la muestra necesario es de 432 personas.

**2.1** Considere la función real de variable real

$$f(x) = x(1-x^2) + e^{-\lambda x}.$$

donde  $\lambda$  es un parámetro real sin especificar.

**2.1.a)** (1 punto) Calcule  $F(x)$ , la primitiva de  $f(x)$ , tal que  $F(0) = 1$ .

**2.1.b)** (1 punto) Obtenga el área entre la curva de  $f(x)$  y el eje horizontal en el intervalo  $[0, 1]$ .

**2.1.c)** (0,5 puntos) ¿Para qué valores de  $\lambda$  es  $f'(0)$  positiva?

**2.1.a)** Calculamos la primitiva.

$$F(x) = \int f(x) dx = \int x(1-x^2) + e^{-\lambda x} dx = \int x - x^3 + e^{-\lambda x} dx = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} + K$$

Hallamos el valor de  $K$  para que  $F(0) = 1$ .

$$\left. \begin{array}{l} F(0) = 1 \\ F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} + K \end{array} \right\} \Rightarrow 1 = \frac{0^2}{2} - \frac{0^4}{4} - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda \cdot 0} + K \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 = -\frac{1}{\lambda} + K \Rightarrow K = 1 + \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \boxed{F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} + 1 + \frac{1}{\lambda}}$$

La primitiva buscada tiene la expresión  $F(x) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} + 1 + \frac{1}{\lambda}$ .

**2.1.b)** Comprobamos si la función corta el eje horizontal en el intervalo  $[0, 1]$ .

$$x \in [0, 1] \Rightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x \leq 1 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -x^2 \geq -1 \Rightarrow 1 - x^2 \geq 1 - 1 = 0 \Rightarrow f(x) = x(1-x^2) + e^{-\lambda x} > 0 \\ e^{-\lambda x} > 0 \end{cases}$$

La función es positiva en el intervalo  $[0, 1]$  y no corta el eje horizontal. El área entre la curva de  $f(x)$  y el eje horizontal en el intervalo  $[0, 1]$  es el valor de la integral definida de 0 a 1 de  $f(x)$ .

$$\text{Área} = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 x(1-x^2) + e^{-\lambda x} dx = \left[ \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda x} + 1 + \frac{1}{\lambda} \right]_0^1 =$$

$$= \left[ \frac{1^2}{2} - \frac{1^4}{4} - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda} + 1 + \frac{1}{\lambda} \right] - \left[ \frac{0^2}{2} - \frac{0^4}{4} - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda \cdot 0} + 1 + \frac{1}{\lambda} \right] = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda} + \frac{1}{\lambda} = \boxed{\frac{1}{4} + \frac{1-e^{-\lambda}}{\lambda}}$$

**2.1.c)** Calculamos la expresión de  $f'(0)$ .

$$f(x) = x - x^3 + e^{-\lambda x} \Rightarrow f'(x) = 1 - 3x^2 - \lambda e^{-\lambda x} \Rightarrow f'(0) = 1 - 3 \cdot 0^2 - \lambda e^{-\lambda \cdot 0} = 1 - \lambda$$

Para que  $f'(0)$  sea positivo debe ser  $\lambda < 1$

**2.2** Sea la función real de variable real definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{(x-2)^2} & \text{si } x < 0 \\ \frac{x^2+x^3}{x^2+1} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

**2.2.a)** (0,5 puntos) Determine razonadamente el dominio de  $f(x)$ .

**2.2.b)** (0,5 puntos) Estudie la continuidad de  $f(x)$  en  $x = 0$ .

**2.2.c)** (0,5 puntos) Calcule la asíntota de  $f(x)$  cuando  $x \rightarrow -\infty$ .

**2.2.d)** (1 punto) Calcule la asíntota de  $f(x)$  cuando  $x \rightarrow +\infty$ .

**2.2.a)** En el intervalo  $(-\infty, 0)$  la función tiene la expresión  $f(x) = \frac{x+2}{(x-2)^2}$  que es una expresión racional cuyo denominador se anula para  $x = 2 \notin (-\infty, 0)$ , por lo que la función existe en  $(-\infty, 0)$ .

En el intervalo  $[0, +\infty)$  la función tiene la expresión  $f(x) = \frac{x^2+x^3}{x^2+1}$  que es una expresión racional cuyo denominador no se anula, por lo que la función existe en  $[0, +\infty)$ .

El dominio de la función es  $\mathbb{R}$ .

**2.2.b)** En el intervalo  $(-\infty, 0)$  la función tiene la expresión  $f(x) = \frac{x+2}{(x-2)^2}$  que es una expresión racional cuyo denominador se anula para  $x = 2 \notin (-\infty, 0)$ , por lo que la función es continua en  $(-\infty, 0)$ .

En el intervalo  $(0, +\infty)$  la función tiene la expresión  $f(x) = \frac{x^2+x^3}{x^2+1}$  que es una expresión racional cuyo denominador no se anula, por lo que la función es continua en  $(0, +\infty)$ .

Comprobamos la continuidad en el cambio de definición  $x = 0$ .

$$\left. \begin{aligned} f(0) &= \frac{0+2}{(0-2)^2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+2}{(x-2)^2} = \frac{1}{2} \\ \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^2+x^3}{x^2+1} = \frac{0^2+0^3}{0^2+1} = \frac{0}{1} = 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \frac{1}{2} \neq 0 = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$$

Los límites laterales de la función tienen valor distinto y la función no es continua en  $x = 0$ .

La función es continua en  $\mathbb{R} - \{0\}$ .

**2.2.c)** Calculamos la asíntota horizontal pedida.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{(x-2)^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+2}{x^2-4x+4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{x}{x^2} + \frac{2}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} - \frac{4x}{x^2} + \frac{4}{x^2}} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}}{1 - \frac{4}{x} + \frac{4}{x^2}} = \frac{\frac{1}{-\infty} + \frac{2}{(-\infty)^2}}{1 - \frac{4}{-\infty} + \frac{4}{(-\infty)^2}} = \frac{0+0}{1-0+0} = \frac{0}{1} = 0$$

La recta  $y = 0$  es asíntota horizontal de la función cuando  $x \rightarrow -\infty$ .

**2.2.d)** Comprobamos si existe la asíntota horizontal cuando  $x \rightarrow +\infty$ .

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x^3}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{x^2}{x^3} + \frac{x^3}{x^3}}{\frac{x^2}{x^3} + \frac{1}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} + 1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}} = \frac{\frac{1}{+\infty} + 1}{\frac{1}{+\infty} + \frac{1}{(+\infty)^3}} = \frac{0+1}{0+0} = \frac{1}{0^+} = +\infty$$

La función no tiene asíntota horizontal cuando  $x \rightarrow +\infty$ .

Comprobamos si tiene asíntota oblicua.

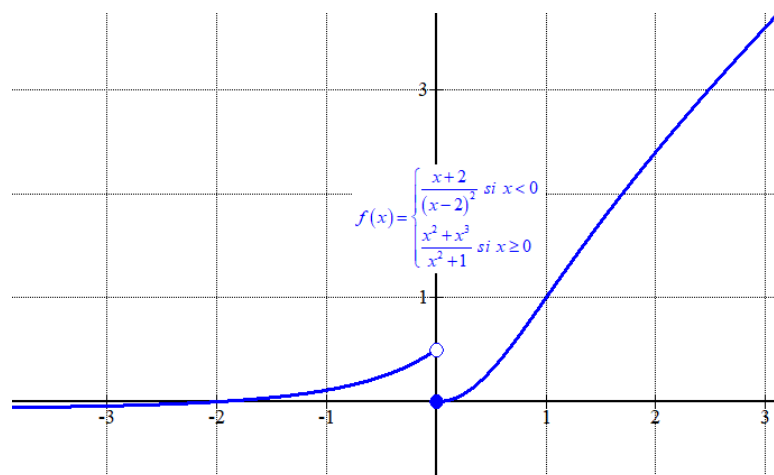
$$m = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{x^2 + x^3}{x^2 + 1}}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x^3}{x(x^2 + 1)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(x + x^2)}{x(x^2 + 1)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + x^2}{1 + x^2} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{x}{x^2} + \frac{x^2}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{x^2}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} + 1}{\frac{1}{x^2} + 1} = \frac{\frac{1}{+\infty} + 1}{\frac{1}{+\infty} + 1} = \frac{0+1}{0+1} = 1$$

$$n = \lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 + x^3}{x^2 + 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + \cancel{x^3} - \cancel{x^3} - x}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x}{x^2 + 1} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{x^2}{x^2} - \frac{x}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} + \frac{1}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x^2}} = \frac{1 - \frac{1}{+\infty}}{1 + \frac{1}{+\infty}} = \frac{1-0}{1+0} = 1$$

La recta  $y = x + 1$  es asíntota oblicua de la función cuando  $x \rightarrow +\infty$ .



**3.1** Considere las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1/2 & 1 & 3/2 \\ 1 & 1/2 & 1 \\ 3/2 & 1 & 1/2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{pmatrix}$$

**3.1.a)** (1,5 puntos) Calcule la matriz  $X$  en la ecuación matricial  $AXB = A + B$ .

**3.1.b)** (1 punto) Calcule el determinante  $|C^t B|$ , siendo  $C = 2(A^{-1})^t$

*Nota:  $M^t$  denota la matriz traspuesta de la matriz  $M$ .*

**3.1.a)** Comprobamos si las matrices tienen inversa.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1/2 & 1 & 3/2 \\ 1 & 1/2 & 1 \\ 3/2 & 1 & 1/2 \end{vmatrix} = \frac{1}{8} + \frac{3}{2} + \frac{3}{2} - \frac{9}{8} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{1-9}{8} + \frac{3+3-1-1}{2} = 1 \neq 0 \Rightarrow A \text{ es invertible}$$

$$|B| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{vmatrix} = \frac{1}{8} \neq 0 \Rightarrow B \text{ es invertible}$$

Despejamos  $X$  de la ecuación matricial.

$$AXB = A + B \Rightarrow A^{-1}AXB = A^{-1}A + A^{-1}B \Rightarrow XB = I + A^{-1}B \Rightarrow$$

$$\Rightarrow XBB^{-1} = IB^{-1} + A^{-1}BB^{-1} \Rightarrow \boxed{X = B^{-1} + A^{-1}}$$

Hallamos las matrices inversas de  $A$  y  $B$  determinando después la expresión de la matriz  $X$ .

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj}(A^t)}{|A|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 1/2 & 1 & 3/2 \\ 1 & 1/2 & 1 \\ 3/2 & 1 & 1/2 \end{pmatrix}}{1} = \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} 1/2 & 1 \\ 1 & 1/2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3/2 & 1/2 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 1/2 \\ 3/2 & 1 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 1 & 3/2 \\ 1 & 1/2 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1/2 & 3/2 \\ 3/2 & 1/2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1/2 & 1 \\ 3/2 & 1 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 1 & 3/2 \\ 1/2 & 1 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1/2 & 3/2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1/2 & 1 \\ 1 & 1/2 \end{vmatrix} \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 1/4 - 1 & -(1/2 - 3/2) & 1 - 3/4 \\ -(1/2 - 3/2) & 1/4 - 9/4 & -(1/2 - 3/2) \\ 1 - 3/4 & -(1/2 - 3/2) & 1/4 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3/4 & 1 & 1/4 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1/4 & 1 & -3/4 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1} = \frac{\text{Adj}(B^t)}{|B|} = \frac{\text{Adj} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/4 \end{pmatrix}}{1/8} = 8 \begin{pmatrix} + \begin{vmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/4 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/4 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 0 & 1/2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/4 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/4 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 1/2 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{vmatrix} \end{pmatrix} =$$

$$= 8 \begin{pmatrix} 1/8 & 0 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$X = B^{-1} + A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3/4 & 1 & 1/4 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1/4 & 1 & -3/4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/4 & 1 & 1/4 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1/4 & 1 & 13/4 \end{pmatrix}$$

**3.1.b)** Determinamos el valor de  $|C|$  usando las propiedades de los determinantes.

$$|C| = \left| 2(A^{-1})^t \right| = \left\{ \begin{array}{l} (A^{-1})^t \text{ de orden } 3 \\ \left| 2(A^{-1})^t \right| = 2^3 |(A^{-1})^t| \end{array} \right\} = 2^3 |(A^{-1})^t| = \left\{ |(A^{-1})^t| = |A^{-1}| \right\} = 2^3 |A^{-1}| =$$

$$= \left\{ |A^{-1}| = \frac{1}{|A|} \right\} = 8 \frac{1}{|A|} = \{ |A| = 1 \} = 8 \frac{1}{1} = \boxed{8}$$

Determinamos el valor de  $|C^2 B|$  usando las propiedades de los determinantes.

$$|C^2 B| = |C^2| \cdot |B| = |C|^2 \cdot |B| = 8^2 \cdot |B| = \left\{ |B| = \frac{1}{8} \right\} = 8^2 \cdot \frac{1}{8} = \boxed{8}$$

El determinante pedido vale 8.

**3.2** Considere la región S del plano delimitada por las siguientes restricciones:

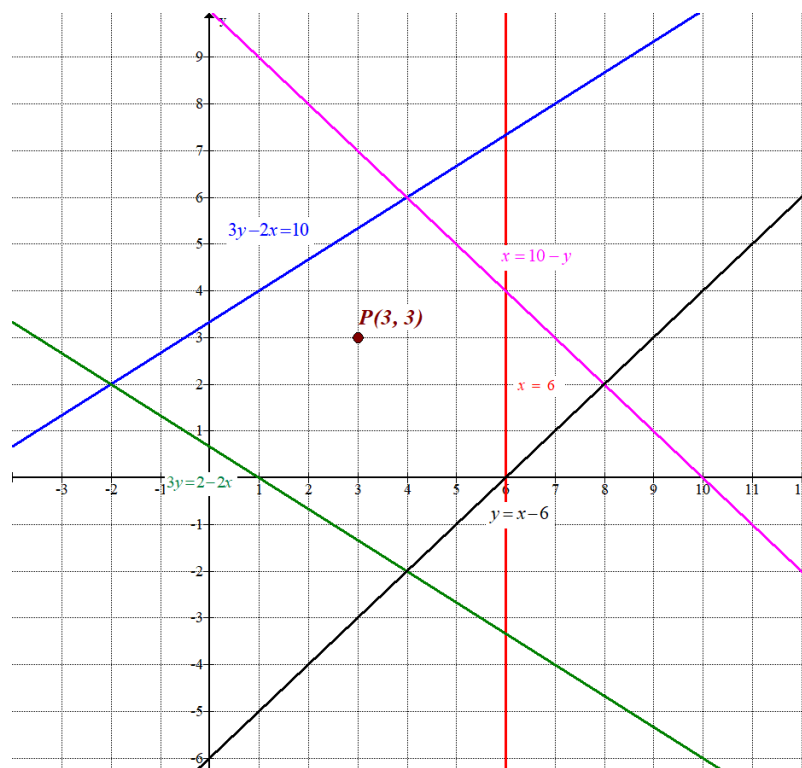
$$x \leq 6, \quad 3y - 2x \leq 10, \quad 3y \geq 2 - 2x, \quad x \leq 10 - y, \quad y \geq x - 6$$

**3.2.a)** (2,0 puntos) Calcule las coordenadas de los vértices de S y represente gráficamente la región S.

**3.2.b)** (0,5 puntos) Se desea minimizar el triple de y menos la mitad de x en S. Indique el valor mínimo y el punto de la región en el cual se alcanza.

**3.2.a)** Dibujamos las rectas asociadas a las inecuaciones y que delimitan la región factible.

| $x = 6$ | $3y - 2x = 10$          | $3y = 2 - 2x$          | $x = 10 - y$ | $y = x - 6$ |
|---------|-------------------------|------------------------|--------------|-------------|
| $x = 6$ | $y = \frac{10 + 2x}{3}$ | $y = \frac{2 - 2x}{3}$ | $y = 10 - x$ | $y = x - 6$ |
| 6       | 0                       | -2                     | 0            | 6           |
| 6       | 2                       | 1                      | 8            | 8           |
| 6       | 4                       | 4                      | 10           | 10          |

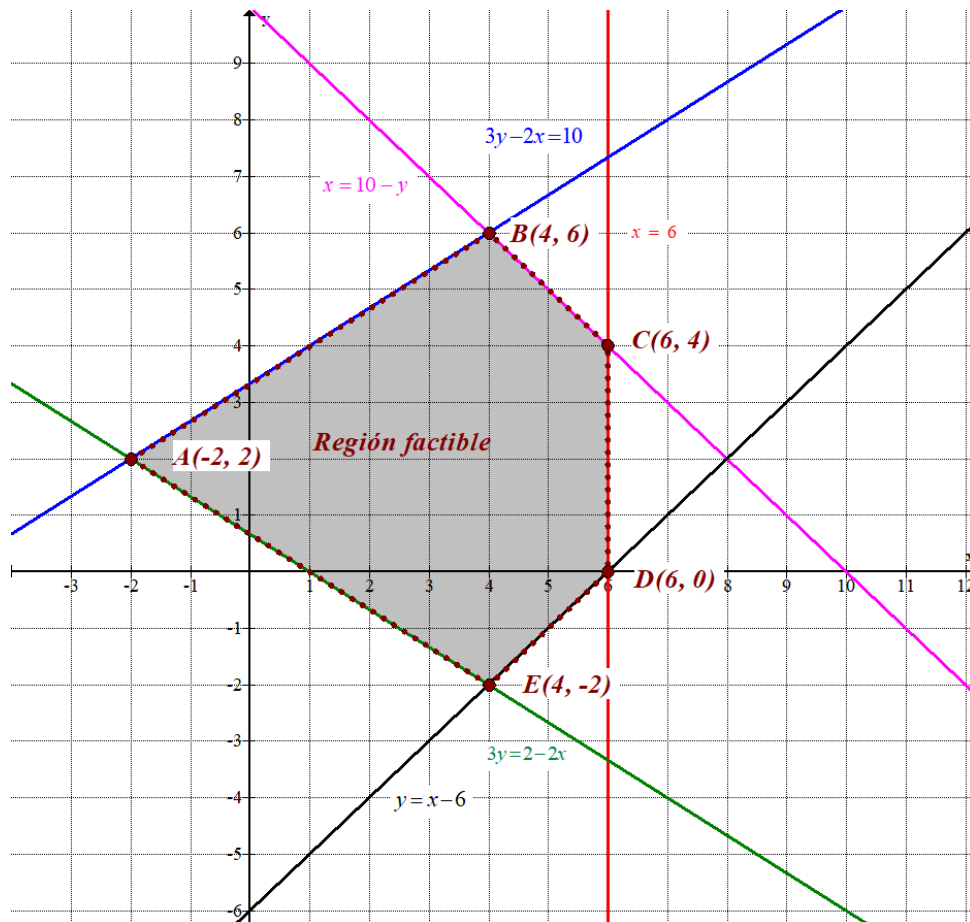


Como las restricciones son  $\left. \begin{array}{l} x \leq 6 \\ 3y - 2x \leq 10 \\ 3y \geq 2 - 2x \\ x \leq 10 - y \\ y \geq x - 6 \end{array} \right\}$  la región está por debajo de las rectas azul y rosa, por encima de las rectas negra y verde y a la izquierda de la recta vertical roja.

Lo comprobamos viendo si el punto P(3, 3) perteneciente a dicha región cumple todas las restricciones.

$$\left. \begin{array}{l} 3 \leq 6 \\ 3 \cdot 3 - 2 \cdot 3 \leq 10 \\ 3 \cdot 3 \geq 2 - 2 \cdot 3 \\ 3 \leq 10 - 3 \\ 3 \geq 3 - 6 \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 3 \leq 6 \\ 0 - 6 \leq 10 \\ 9 \geq 2 - 6 \\ 3 \leq 10 - 3 \\ 3 \geq 3 - 6 \end{array} \right\} \text{ ¡Se cumplen todas! }$$

Coloreamos de gris la región factible.



**3.2.b)** Se desea minimizar el triple de y menos la mitad de x en S. Valoramos la función objetivo

$f(x, y) = 3y - \frac{x}{2}$  en cada vértice en busca del valor mínimo.

$$A(-2, 2) \rightarrow f(-2, 2) = 3 \cdot 2 - \frac{-2}{2} = 7$$

$$B(4, 6) \rightarrow f(4, 6) = 3 \cdot 6 - \frac{4}{2} = 16$$

$$C(6, 4) \rightarrow f(6, 4) = 3 \cdot 4 - \frac{6}{2} = 9$$

$$D(6, 0) \rightarrow f(6, 0) = 3 \cdot 0 - \frac{6}{2} = -3$$

$$E(4, -2) \rightarrow f(4, -2) = 3 \cdot (-2) - \frac{4}{2} = -8 \text{ Mínimo}$$

El valor mínimo es -8 y se alcanza en el vértice E(4, -2).

**4.1** Sean A, B y C tres sucesos de los que se conoce la siguiente información:

$$P(A) = 0,4, \quad P(B) = 0,6, \quad P(C) = 0,5,$$

$$P(A/C) = 0,6, \quad P(B/C) = 0,8,$$

$$P(A \cap B/C) = P(A/C)P(B/C), \quad P(A \cap B/\bar{C}) = 0,08.$$

**4.1.a)** (1 punto) Determine si A y B son independientes.

**4.1.b)** (1,5 puntos) Determine la probabilidad de que C ocurra sabiendo que A y B ocurrieron.

*Nota:  $\bar{S}$  denota el suceso complementario (contrario) del suceso S.*

**4.1.a)** Para que dos sucesos A y B sean independientes debe cumplirse la igualdad  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ .

$$\left. \begin{array}{l} P(A \cap B/C) = P(A/C)P(B/C) \\ P(A/C) = 0.6 \\ P(B/C) = 0.8 \end{array} \right\} \Rightarrow P(A \cap B/C) = 0.6 \cdot 0.8 = 0.48 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{P((A \cap B) \cap C)}{P(C)} = 0.48 \Rightarrow P(A \cap B \cap C) = 0.48 \cdot P(C) = 0.48 \cdot 0.5 = \boxed{0.24}$$

$$P(A \cap B/\bar{C}) = 0,08 \Rightarrow \frac{P((A \cap B) \cap \bar{C})}{P(\bar{C})} = 0.08 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow P((A \cap B) \cap \bar{C}) = 0.08 \cdot P(\bar{C}) = 0.08 \cdot (1 - 0.5) = \boxed{0.04}$$

Con todo lo obtenido determinamos el valor de  $P(A \cap B)$ .

$$\left. \begin{array}{l} P(A \cap B) = P((A \cap B) \cap C) + P((A \cap B) \cap \bar{C}) \\ P((A \cap B) \cap C) = 0.24 \\ P((A \cap B) \cap \bar{C}) = 0.04 \end{array} \right\} \Rightarrow P(A \cap B) = 0.24 + 0.04 = 0.28$$

Comprobamos si se cumple la igualdad  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ .

$$\left. \begin{array}{l} P(A) = 0,4 \\ P(B) = 0,6 \end{array} \right\} \Rightarrow P(A)P(B) = 0.4 \cdot 0.6 = 0.24 \left. \begin{array}{l} P(A \cap B) = 0.28 \end{array} \right\} \Rightarrow P(A \cap B) = 0.28 \neq 0.24 = P(A)P(B)$$

No se cumple la igualdad y los sucesos A y B **no** son independientes.

**4.1.b)** Nos piden calcular  $P(C/(A \cap B))$ . Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(C/(A \cap B)) = \frac{P(C \cap (A \cap B))}{P(A \cap B)} = \frac{0.24}{0.28} = \boxed{\frac{6}{7} \approx 0.8571}$$

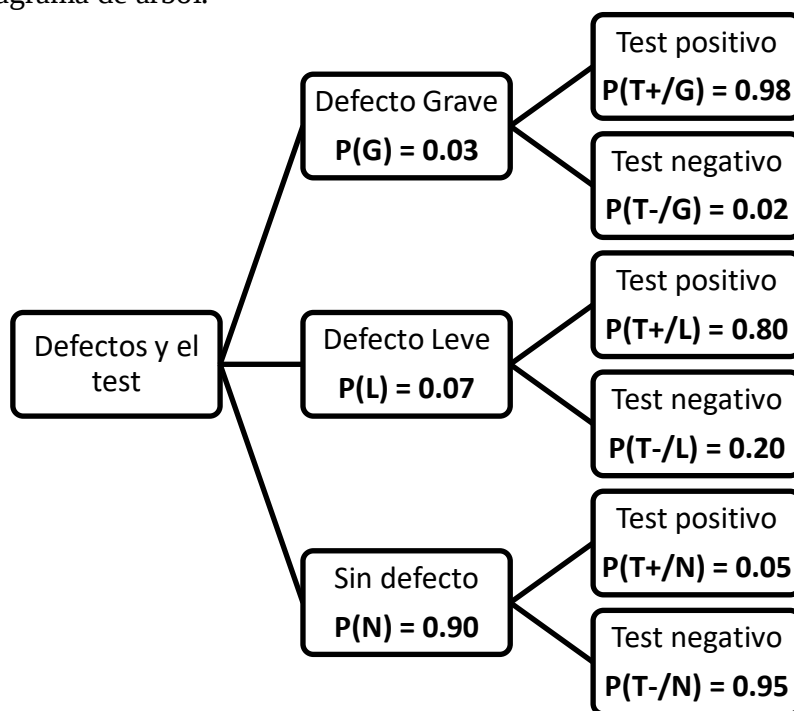
**4.2** En un laboratorio farmacéutico se realiza un test de control de calidad para detectar productos defectuosos antes de su distribución. Se conoce la siguiente información:

- El 3% de los productos presenta un defecto grave, el 7% un defecto leve y el resto no presenta defectos.
- Si el defecto es grave, el test da positivo el 98% de las veces.
- Si el defecto es leve, el test da positivo el 80% de las veces.
- Si el producto no tiene defectos, el test da positivo el 5% de las veces.

**4.2.a)** (1,2 puntos) Calcule la probabilidad de que el test de un producto seleccionado al azar dé negativo.

**4.2.b)** (1,3 puntos) Si el test de un producto ha dado positivo, calcule la probabilidad de que el defecto sea grave.

Llamamos G a “el producto presenta un defecto grave”, L a “el producto presenta un defecto leve”, N a “el producto no presenta defectos”, T+ y T– a “el test da positivo o negativo”, respectivamente. Realizamos un diagrama de árbol.



**4.2.a)** Debemos calcular  $P(T-)$ . Aplicamos el teorema de la probabilidad total.

$$\begin{aligned}
 P(T-) &= P(G)P(T-/G) + P(L)P(T-/L) + P(N)P(T-/N) = \\
 &= 0.03 \cdot 0.02 + 0.07 \cdot 0.20 + 0.90 \cdot 0.95 = \boxed{0.8696}
 \end{aligned}$$

**4.2.b)** Nos piden calcular  $P(G/T+)$ . Es una probabilidad a posteriori. Aplicamos el teorema de Bayes.

$$P(G/T+) = \frac{P(G \cap T+)}{P(T+)} = \frac{P(G)P(T+/G)}{1 - P(T-)} = \frac{0.03 \cdot 0.98}{1 - 0.8696} = \boxed{\frac{147}{652} \approx 0.2255}$$